পদার্থবিদ্যার ভূমিকা

ড: অজিত কুমার চৌধুরী

ড: অহীন্দ্র কুমার চৌধুরী

ড: রথীন্দ্র নাথ চৌধুরী

জে. এন. ঘোষ এণ্ড সন্স

Written according to approved syllabus of the West Bengal Council of Higher Secondary Education as a text book on Physics.

পদার্থবিদ্যার ভূমিকা

(প্রথম খণ্ড)

ডঃ অজিত কুমার চৌধুরী

পদার্থবিদ্যা বিভাগ, ইণ্ডিয়ান ইন্সটিটিউট অফ টেক্‌নোলজি, খড়্গপুর।

ডঃ অহীন্দ্র কুমার চৌধুরী

সেন্ট্রাল গ্লাস এণ্ড সেরামিক রিসার্চ ইন্সটিটিউট, কলিকাতা।

ডঃ রথীন্দ্র কুমার চৌধুরী

পদার্থবিদ্যা বিভাগ, বিশ্বভারতী, হিন্দু কলেজ, দিল্লী।

জে. এন. ঘোষ অ্যাণ্ড সন্স

৬, বঙ্কিম চ্যাটার্জী ষ্ট্রীট

কলিকাতা—৭০০০৭৩

ফোন : ৩৪-৬৪৯৫

প্রকাশক :
শ্রীশক্তিপদ ঘোষ
জে. এন. ঘোষ অ্যাণ্ড সন্স
৬, বঙ্কিম চ্যাটার্জী ষ্ট্রীট
কলিকাতা—৭০০০৭৩

প্রথম প্রকাশ :
অক্টোবর, ১৯৭৬

মূল্য : ১২·০০ টাকা মাত্র

অঙ্কনে :
স্নেহাশীষ অধিকারী
৬৪, মহাত্মা গান্ধী রোড
কলিকাতা—৭০০০০৯
ফোন : ৩৪-৮০০২

মুদ্রাকর :
শ্রীসুনীল ভট্টাচার্য
ব্লক অ্যাণ্ড প্রিন্টিং কনসার্ন
১৯/এ বেচু চ্যাটার্জী ষ্ট্রীট
কলিকাতা—৭০০০০৯

ভূমিকা

একাদশ এবং দ্বাদশ শ্রেণীর পদার্থবিদ্যার পাঠক্রম অনুসারে লিখিত এই পুস্তকটিতে পদার্থবিদ্যার মৌলিক তত্ত্বগুলি নানা ধরনের উদাহরণের সাহায্যে ছাত্র-ছাত্রীদের বোধগম্য করার চেষ্টা করা হয়েছে। গ্রন্থটির পরিশেষে প্রতিটি পরিচ্ছেদের ওপর প্রশ্ন ও উত্তর-সংকেত সংযোজিত হয়েছে।

যথেষ্ট সাবধানতা অবলম্বন করা সত্ত্বেও মুদ্রণজনিত কিছু ভুলত্রুটি থেকে গেছে। শিক্ষকমণ্ডলীর কাছে অনুরোধ তাঁরা যেন ভুলত্রুটিগুলির প্রতি আমাদের দৃষ্টিগোচর করেন। পুস্তকটির উন্নতির জন্য সকল প্রকার পরামর্শ সাদরে গৃহীত হইবে।

এই পুস্তক লেখার ব্যাপারে যাঁরা নানাভাবে সহযোগিতা করেছেন তাঁদের নিকট আমরা কৃতজ্ঞ। ডঃ অরুণ কুমার চ্যাটার্জি (বসু বিজ্ঞান মন্দির) পাণ্ডুলিপির কিছু অংশ দেখে দিয়েছেন। তাঁকে আমরা আন্তরিক ধন্যবাদ জ্ঞাপন করছি।

পরিশেষে ধন্যবাদ জানাই এই গ্রন্থের প্রকাশক অধ্যাপক শক্তিপদ ঘোষকে। তাঁর অক্লান্ত পরিশ্রমের ফলে প্রায় যথাসময়ে গ্রন্থখানির প্রকাশ সম্ভব হ'ল।

ডঃ অজিত কুমার চৌধুরী
ডঃ অহীন্দ্র কুমার চৌধুরী
ডঃ রথীন্দ্রনাথ চৌধুরী

অক্টোবর, ১৯৭৬

সূচীপত্র

বলবিদ্যা

পদার্থের সাধারণ ধর্ম

তাপবিদ্যা

কম্পন ও তরঙ্গ

SYLLABUS

PHYSICS (Theoretical)

Paper I : Full Marks—80

MECHANICS

Particle : Dynamics :

Rest and Motion, reference frame, displacement, velocity and acceleration, momentum, binematical equations (in one dimension), elementary problems.

Scalars and Vectors. Composition and resolution of vectors. Representation of vector by Co-ordinates. Addition of vectors by geometrical and analytical methods. Relative velocity and acceleration.

Newton's Laws of motion, inertia, units of force, impulse and impulsive forces, conservation of linear momentum—elastic collisions of particles moving in the same line ; jets and rockets. Friction, static and kinetic friction, co-efficient of friction.

Statics :

Centre of mass, centre of gravity. Conditions of equilibrium of a system of particles.

Dynamics of Circular motion :

Rotational motion of a particle, angular velocity, angular acceleration, relation between angular velocity and linear velocity, angular momentum, moment of a force about a point and about an axis, torque, relation between augular momentum and torqu (statement only) couples, centripetal force, centrifugal force (as a pseudo-force).

Work, Energy and Power :

Definition of work, relevant units, work done by and against a force. Mechanical energy—kinetic and potential forms. Conservation of energy—with the case of a freely falling body as an example. Power—definition, units.

GENERAL PROPERTIES OF MATTER

Gravitation :

Newton's law of universal gravitation. Constant of Gravitation (no experimental details on the determination of the Gravitational constant). Gravitational attraction for extended bodies. Gravitational attraction of the earth. Laws of falling bodies. Variation of acceleration due to gravity. Simple pendulum. Motion of planets, satellites. Escape velocity (no deduction). Weightlessness in orbiting satellites.

Elastic properties of matter :

Stress, strain, elastic, limit, Hooke's law, elastic modulii Young's modulus, Bulk modulus, rigidity modulus, Poisson's ratio.

Hydrostatics :

Density, Specific Gravity, (methods of determination of Sp. Gr. not required), Archimedes principle (demonatrations), flotation, pressure in fluids, transmission of fluid pressure, Pascal's law and its applications. Air pressure and its measurement. Siphon, principles of lift pump, Compression pump, vacuum pump.

Surface Tension and viscosity :

Simple surface tension phenomena (illustrated with demonstrations). Motion in fluids—viscosity—streamline and turbulent flow (qualitative ideas).

HEAT

Recapitulation of the basic concepts of heat and temperature.
Thermal expansion of solids and liquids. Simple demonstrations.
Co-efficient of expansion for solids, relations between them.
Applications of expansions of solids.
Real and apparent expansions for liquids, relation between expansion co-efficients. Anomalous expansion of water. Effects on marine life.
Thermal expansion of gases.
Boyel's Law, Charles' Law, Equation of state of an ideal gas, volume and pressure co-efficient, Absolute scale of temperature.

Calorimetry :

Preliminary definitions, principle of calorimetry (no questions on measurement to be set). Calorimetric problems.

Change of State :

Latent heat (brief discussions of determination), evaporations and boiling. Effects of pressure on melting point and boiling point.
Vapour pressure. Relative humidity. Dew fog and cloud Hygrometry, Regnaults' hygrometer ;

Mechanical equivalent of heat ;

Heat as a form of energy. Relation between Colorie and the erg. Determination of mechanical equivalent of heat (paddle method). First law of thermodynamics. Isothermal and adiabactic expansions of gases. Specific heat of gases definition of Cp., Cv.

Kinetic Theory of Gases :

Evidence of molecular structure of matter and of random molecular moton. Brownian movement (qualitative description). Basic assumptions of the kinetic theory of ideal gases. Pressure of an ideal gass (mention of the formula, derivation not required). Concept of temperature from kinetic theory. Qualitative discussions of limitations of ideal gas laws.

Transmission of Heat :

Conduction of heat, Simple demonstrations ; thermal conductivity Practical applications of thermal conduction. Convection of heat, convection current. Radiation, radition as a form of energy, Stefan's law—statment and applications.

VIBRATIONS AND WAVES

Vibrations :

Oscillations and its characteristics. Simple harmonic motion, examples. Relation with uniform circular motion. Graphical and mathematical representations. Energy in simple harmonic motion. Superposition of two simple harmonic motions in the same direction (graphical) (i) in phase, (ii) in opposite phases. Nature of vibrations—(transverse and longitudinal). Free and forced vibrations, resonance, damped oscillations (qualitative discussion with examples).

Waves :

Types of waves, characteristic features of propagating waves, preliminary definitions, and relations. Reflection and refraction of waves.

Superposition of waves ; stationary waves, vibrations of strings and air columus.

Interference, beats, Doppler effect, polarization (qualitative discussions.)

Nature of waves :

(i) Sound waves as elastic waves. Velocity of sound Laplace's formula (Newton's formula $V = \sqrt{E/\rho}$ to be assumed.

Sources of sound. Musical sound and noise. Principle of recording and reproduction of sound.

(ii) Light as a wave phenomenon. Finite velocity of light. Interference of light. Polarization (qualitative ideas). Validity of geometrical optics as an approximation.

প্রথম পরিচ্ছেদ

বস্তুকণার গতিবিদ্যা

আমরা দেখিতে পাই যে কোন কোন বস্তুর অবস্থান সময়ের সহিত পরিবর্তিত হইতেছে, আবার কোন কোন বস্তু সারাক্ষণই স্থির আছে। কোন বস্তু জোরে চলিতেছে, কোন বস্তু আস্তে, কাহারও গতিবেগ ধীরে ধীরে বাড়িতেছে, কাহারও কমিতেছে, কেহবা সরলরেখা ধরিয়া চলিতেছে, কেহ বক্রপথে ঘুরিতেছে। বস্তুকণার গতি সম্পর্কে একটি সুসংবদ্ধ আলোচনা আবশ্যক।

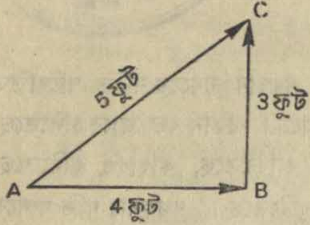
1.1 স্থিতি (Rest) ও গতি (Motion) : কোন বস্তু যদি সময়ের সহিত স্থান পরিবর্তন না করে উহাকে আমরা স্থির বস্তু বলি। এক জায়গায় দাঁড়াইয়া আমরা একটি গাছকে নিশ্চল দেখিতে পাই। কিন্তু সূর্য হইতে কোন দর্শক (যদি সম্ভবপর হয়) এই গাছটিকেই দেখিবে পৃথিবীর সহিত ঘুরিতেছে। কারণ, আমরা জানি যে পৃথিবী সূর্যের চারিপাশে ঘুরিতেছে। দুইটি ট্রেন যদি একই দিকে একই গতিতে চলে ট্রেনের ভিতরের দর্শকের কাছে মনে হইবে যে পার্শ্বের ট্রেনটি স্থির আছে, এবং বাহিরে মাটিতে দণ্ডায়মান দর্শক দেখিবে যে দুইটি ট্রেন একই দিকে একই গতিতে চলিতেছে। অতএব বস্তুর গতি সম্পর্কে কিছু বলিবার সঙ্গে সঙ্গে আমাদের দর্শকের অবস্থানেরও উল্লেখ করা প্রয়োজন। দর্শক যেখানে অবস্থান করে তাহাকে মানক কাঠামো (Reference frame) বলে। বিভিন্ন মানক কাঠামোতে একই বস্তু একই সময়ে বিভিন্ন গতি লাভ করিতে পারে। এই বিশ্বে কোন বস্তুই একদম স্থির নয় অর্থাৎ চরম (absolute) স্থিতি কি তাহা আমাদের জানা নাই। কারণ, আমাদের জানা সমস্ত বস্তুর কিছু না কিছু গতি আছে।

সাধারণতঃ আমরা পৃথিবীকে মানক কাঠামো ধরি, এবং পৃথিবীকে স্থির মনে করিয়া পৃথিবীর উপরিস্থ গাছপালা বাড়ীঘরকে স্থির বলিয়া উল্লেখ করি। এই সকল স্থির বস্তুর পরিপ্রেক্ষিতে আমরা অন্যান্য বস্তুর গতি পরিমাপ করিয়া থাকি।

প্রথমে আমরা গতি সংক্রান্ত কয়েকটি প্রয়োজনীয় রাশির সংজ্ঞা দিব।

1.2 সরণ (Displacement) : কোন বস্তুর প্রথম ও শেষ অবস্থানের ভিতর যে রৈখিক দূরত্বের (linear distance) সৃষ্টি হয় তাহা হইল বস্তুর

সরণের পরিমাপ (magnitude) এবং প্রথম অবস্থান হইতে শেষ অবস্থানের দিক হইল সরণের দিক (direction)। সুতরাং সরণের মান এবং নির্দিষ্ট দিক আছে। যে রাশির মান ও দিক থাকে তাহাকে ভেক্টর (vector) রাশি বলে (ভেক্টর সম্বন্ধে বিস্তারিত আলোচনা দ্বিতীয় পরিচ্ছেদে করিব)।



চিত্র 1.1

কোন বস্তু A হইতে চলিতে আরম্ভ করিয়া সরলরেখায় B পর্যন্ত 4 ফুট গেল (চিত্র 1.1)। তাহার পর বস্তুটি AB-র সহিত লম্বভাবে চলিয়া B হইতে C পর্যন্ত সোজা গেল 3 ফুট। এখন বস্তুটির সরণের পরিমাণ $=\sqrt{4^2+3^2}$ ফুট=5 ফুট, এবং সরণের দিক হইতেছে AC-র দিক (A হইতেC-এর দিক)। বস্তুটির সরণ$=\overrightarrow{AC}$। AC-র উপরের তীর চিহ্ন বুঝাইতেছে যে সরণ একটি ভেক্টর রাশি (ভেক্টর রাশির জন্য এই ধরণের তীরচিহ্ন ব্যবহার করা হইবে। ভেক্টর রাশির উপরে তীরচিহ্ন না দিলে উহা ভেক্টর রাশির মান প্রকাশ করে)। ইহা বুঝাইতেছে যে সরণের পরিমাণ AC-র দৈর্ঘ্যের সহিত সমান এবং সরণের দিক A হইতে C-র দিক।

কোন বস্তুকণা কোন বিন্দু হইতে বৃত্তাকারে চলিতে আরম্ভ করিয়া পুনরায় সেই বিন্দুতেই ফিরিয়া আসিল। এখানে বস্তুর প্রথম ও শেষ অবস্থান একই বিন্দু। সুতরাং বস্তুর সরণের পরিমাণ শূন্য। এখানে বস্তু কত পথ কিভাবে অতিক্রম করিতেছে তাহা মোটেই গুরুত্বপূর্ণ নহে, বস্তুর প্রথম ও শেষ অবস্থানই গুরুত্বপূর্ণ।

1.3 **দ্রুতি (speed) : কোন বস্তুকণা একক সময়ে যত পথ অতিক্রম করে তাহাকে বস্তুর দ্রুতি বলে।** দ্রুতির কোন নির্দিষ্ট দিক নাই, উহার শুধু পরিমাপ আছে। যে রাশির মান আছে, কিন্তু কোন দিক নাই তাহাকে স্কেলার (scalar) রাশি বলে। ঘড়ির কাঁটার অগ্রবিন্দু বৃত্তাকার পথে ঘুরিতেছে। সেকেণ্ডের কাঁটার দ্রুতি মিনিটের কাঁটার দ্রুতির চেয়ে বেশী।

সমদ্রুতি (uniform speed) : যদি গতিশীল বস্তুটি সর্বদা একই সময়ে একই পথ অতিক্রম করে তবে তাহার দ্রুতিকে সমদ্রুতি বলে। যদি বস্তুটি নির্দিষ্ট সময়ে সর্বদা নির্দিষ্ট পথ না যায় তাহা হইলে উহার দ্রুতি অসম (non-uniform speed)। সাধারণতঃ ট্রেনের গতি স্টেশনের কাছে কম থাকে, আবার দুই স্টেশনের মাঝে উহার গতি বাড়ে। সুতরাং ট্রেনের দ্রুতি সাধারণতঃ অসম হইয়া থাকে। ঘড়ির কাঁটার অগ্রবিন্দু সমদ্রুতিতে চলে।

উদাহরণ (Examples) :

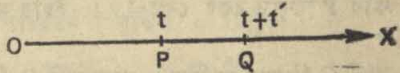
একটি বস্তুকণার দ্রুতি ঘণ্টায় 15 মাইল। দেখাও যে দ্রুতির এই মান সেকেণ্ডে 22 ফুট দ্রুতির সঙ্গে সমান।

[The speed of a particle is 15 m.p.h. Show that this value is equal to a speed of 22 ft./sec.]

$$\frac{15 \text{ মাইল}}{1 \text{ ঘণ্টা}} = \frac{15 \times 1760 \times 3 \text{ ফুট}}{60 \times 60 \text{ সেকেণ্ড}} = 22 \text{ফুট/সেকেণ্ড}$$

1.4 বেগ (velocity) : **কোন বস্তুকণা একক সময়ে কোন নির্দিষ্ট দিকে যত পথ অতিক্রম করে তাহাকে বস্তুর বেগ বলে, এবং নির্দিষ্ট দিক হইতেছে বেগের দিক।** যেহেতু বেগের পরিমাণ ও দিক আছে সেহেতু উহা একটি ভেক্টর রাশি।

মনে করি O বিন্দু হইতে কোন বস্তুকণা কোন নির্দিষ্ট OX-এর দিকে চলিতে আরম্ভ করিয়া t সময় পরে P বিন্দুতে উপস্থিত হইল (চিত্র 1.2)। এই অবস্থায় বস্তুটির সরণ $=\overrightarrow{OP}$। ইহার পর বস্তুটি আরো একটু সময় t′ পরে Q বিন্দুতে আসিল। এখন বস্তুটির সরণ $=\overrightarrow{OQ}$। সুতরাং, t′ সময়ে বস্তুটির সরণের পরিবর্তন $=\overrightarrow{PQ}$। সরণের পরিবর্তনের হার $=\dfrac{\overrightarrow{PQ}}{t'}$ = বস্তুর বেগ। প্রকৃতপক্ষে আমরা এখানে t′ সময়ের অবকাশে বস্তুর গড়বেগে নির্ণয় করিতেছি। t′ সময়ের অবকাশটি খুবই ক্ষুদ্র হইলে (সঙ্গে সঙ্গে PQ-র দৈর্ঘ্যও ছোট হইবে) আমরা কোন এক বিন্দুতে বেগের সংজ্ঞা দিতে পারি। ইহাকে বস্তুটির তাৎক্ষণিক বেগ (Instantaneous velocity) বলে।



চিত্র 1.2

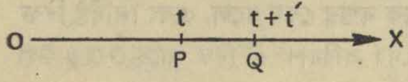
সমবেগ (uniform velocity) : **যদি কোন বস্তুকণা সমান অবকাশে (equal intervals of time) কোন এক দিকে সমান দূরত্ব যায় তবে বলা হয় যে বস্তুটি সমবেগে চলিতেছে।**

বেগের একক (units of velocity) : সি-জি-এস (সেন্টিমিটার-গ্রাম-সেকেণ্ড) পদ্ধতিতে বেগের পরিমাপের একক হইল 1 cm. / sec. (one centimetre per second)। এফ্-পি-এস (ফুট-পাউণ্ড-সেকেণ্ড) পদ্ধতিতে বেগের পরিমাপের একক 1 ft./sec.

দ্রুতি ও বেগের পার্থক্য : দ্রুতি একটি স্কেলার রাশি, উহার কোন নির্দিষ্ট

দিক নাই। অন্যদিকে বেগ একটি ভেক্টর রাশি, উহার নির্দিষ্ট দিক আছে। ঘড়ির কাঁটার প্রান্তবিন্দুটি প্রতি মুহূর্তে উহার দিক পরিবর্তন করিতেছে, সুতরাং প্রতি মুহূর্তে উহার বেগের দিক পরিবর্তন হইতেছে।

1.5 ত্বরণ (Acceleration): যদি কোন বস্তুকণা ক্রমবর্ধমান বেগে চলে তবে সময়ের সাপেক্ষে উহার বেগের পরিবর্তনের হারকে বলা হয় ত্বরণ। যেহেতু বেগের একটি নির্দিষ্ট দিক আছে, সেহেতু **ত্বরণেরও একটি নির্দিষ্ট দিক আছে।** ত্বরণ একটি ভেক্টর রাশি।



চিত্র 1.3

মনে করি O বিন্দু হইতে কোন বস্তুকণা কোন নির্দিষ্ট দিকে (OX) ক্রমবর্ধমান বেগে চলিয়া t সময় পরে P বিন্দুতে আসিল (চিত্র 1.3)। মনে করি P বিন্দুতে বস্তুর বেগ $=\vec{v}$। ইহার আরো t' সময় পরে (t' একটি ক্ষুদ্র সময়) বস্তুটি Q বিন্দুতে আসিল। মনে করি Q বিন্দুতে বস্তুর বেগ $=\vec{v}'$।

$$t' \text{ সময়ে বস্তুর বেগের পরিবর্তন} = \vec{v}' - \vec{v}$$

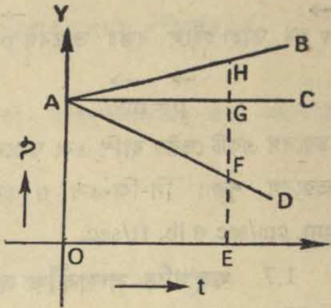
$$\text{ত্বরণ} = \text{বেগের পরিবর্তনের হার} = \vec{f} = \frac{\vec{v}' - \vec{v}}{t'} \qquad (1.1)$$

t' সময়ের অবকাশটি খুবই ক্ষুদ্র করিয়া আমরা কোন এক বিন্দুতে ত্বরণের সংজ্ঞা দিতে পারি। যদি বস্তুটি সমবেগে চলে তাহা হইলে P ও Q বিন্দুতে বস্তুর বেগ একই হইবে। $\vec{v}' = \vec{v}$ এবং ত্বরণের মান শূন্য হইবে।

মন্দন (Retardation or Deceleration): যদি কোন বস্তুকণা ক্রম-হ্রাসমান বেগে চলে তবে সময়ের সাপেক্ষে উহার বেগের হ্রাসের হারকে বলা হয় মন্দন। বস্তুটি ক্রমহ্রাসমান বেগে চলিলে (1.1) সমীকরণে $\vec{v}'$-এর মান $\vec{v}$-এর চেয়ে কম হইবে এবং $\vec{f}$-এর মান ঋণাত্মক (negative) হইবে। সুতরাং **ঋণাত্মক ত্বরণকে মন্দন বলা হয়।**

সমত্বরণ (uniform acceleration): কোন বস্তুর ত্বরণের মান ও দিক সর্বদা একই হইলে বলা হয় যে বস্তুটি সমত্বরণের সহিত চলিতেছে। মনে করি কোন বস্তুকণা কোন একটি নির্দিষ্ট দিকে চলিয়াছে। আমরা বস্তুর বেগের মান বিভিন্ন সময়ে নির্ণয়

করিয়া x-অক্ষে (x-axis) সময় t এবং y-অক্ষে (y-axis) বেগের মান v বসাইয়া লেখচিত্র অঙ্কন করিলাম (চিত্র 1.4)। শুরুতে (শূন্য সময়ে) বস্তুর বেগের মান OA। AB সরলরেখায় বস্তুর বেগের মান ক্রমশই বৃদ্ধি পাইয়াছে, AC সরলরেখায় বস্তুর বেগের মান ধ্রুবক (constant) আছে, এবং AD সরলরেখায় বস্তুর বেগের মান ক্রমশই হ্রাস পাইয়াছে। AC লেখচিত্র বস্তুর সমবেগের মানকে প্রকাশ করিতেছে। মনে করি OE সময় পরে AB, AC এবং AD লেখচিত্রে বস্তুর বেগের মান যথাক্রমে H, G, এবং F বিন্দুতে প্রকাশ করা হইয়াছে। সুতরাং OE সময়ে



চিত্র 1.4

AB লেখচিত্রে বস্তুর বেগের পরিবর্তন (বৃদ্ধি) = GH
AC .... = শূন্য
AD .... (হ্রাস) = GF

AB লেখচিত্রে বস্তুর ত্বরণের মান $=\frac{GH}{OE}=\frac{GH}{AG}=$ AB সরল রেখার slope

AC লেখচিত্রে বস্তুর ত্বরণের মান = শূন্য = AC সরলরেখার slope.

AD লেখচিত্রে বস্তুর মন্দনের মান $=\frac{GF}{AG}=$ AD সরলরেখার ঋণাত্মক slope.

অতএব **বস্তুর ত্বরণের মান বেগ-সময় লেখচিত্রে সরলরেখার slope দ্বারা প্রকাশ করা হয়।** একটি সরলরেখার প্রবণতার (slope) মান নির্দিষ্ট। সুতরাং বস্তুর বেগের মান ও সময়ের লেখচিত্র যদি একটি সরলরেখা হয় তবে বুঝিতে হইবে যে বস্তুটি সমত্বরণের সহিত চলিয়াছে। সরলরেখার slope ঋণাত্মক হইলে বুঝিতে হইবে যে বস্তুটি সমমন্দনের সহিত চলিয়াছে। লেখচিত্র সরলরেখা না হইয়া বক্ররেখা হইলে বস্তুর ত্বরণ অসম (non-uniform acceleration)।

ত্বরণের একক : (1.1) সমীকরণ হইতে আমরা দেখি যে বেগের পরিবর্তনকে ঐ সময়ের অবকাশ দ্বারা ভাগ করিলে তবে আমরা ত্বরণ পাই। সুতরাং সি-জি-এস পদ্ধতিতে ত্বরণের একক হইবে $\frac{1cm/sec}{sec}$ (one centimetre per second per second) অথবা $1cm/sec^2$। এফ্-পি-এস পদ্ধতিতে ত্বরণের একক $1ft/sec^2$

1.6 **ভরবেগ (Momentum) : কোন বস্তুর ভর (mass) ও বেগের গুণফলকে বলা হয় বস্তুর ভরবেগ।** যদি কোন বস্তুর ভর m এবং উহার বেগ $\vec{v}$ হয় তাহা হইলে বস্তুর ভরবেগ $\vec{p}$ হইবে

$$\vec{p}=m\vec{v} \qquad (1.2)$$

ভরবেগ একটি ভেক্টর রাশি এবং ভরবেগের দিক ও বস্তুর বেগের দিক একই। স্থির বস্তুর ভরবেগ শূন্য। সি-জি-এস ও এফ-পি-এস পদ্ধতিতে ভরবেগের একক যথাক্রমে gm. cm/sec ও lb. ft/sec.

1.7 **ঋজুগতি সম্পর্কীয় সমীকরণ (Equations of rectilinear motion or Kinematical equations in one dimension)**

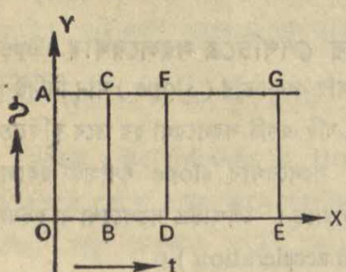
(a) কোন বস্তুকণা t সেকেণ্ড ধরিয়া v সমবেগ লইয়া চলিলে উহা কত পথ অতিক্রম করিবে তাহা নির্ণয় :

বস্তুকণা 1 সেকেণ্ডে যায় $1\times v$ দূরত্ব
...... 2 ...... $2\times v$ ......
...... t ...... $t\times v$ ......

সুতরাং যদি বস্তুকণা t সময়ে s দূরত্ব যায় তবে

$$s=vt \qquad (1.3)$$

লেখচিত্র দ্বারা প্রমাণ : বেগ সময় লেখচিত্রে (চিত্র 1.5) OA দৈর্ঘ্য বস্তুকণার সমবেগের মানকে প্রকাশ করে এবং বেগ-সময় লেখচিত্র AG x-অক্ষের সহিত সমান্তরাল হইবে। মনে করি, OB=1 সেকেণ্ড। এক সেকেণ্ডে বস্তুকণাটি যায়= $v\times1=OA\times OB$=OACB-র ক্ষেত্রফল।



চিত্র 1. 5

যদি OD=2 সেকেণ্ড হয়, 2 সেকেণ্ডে বস্তুকণাটি যায় $=v\times2=OA\times OD=$ OAFD-র ক্ষেত্রফল। সুতরাং যদি OE =t সেকেণ্ড হয়, t সেকেণ্ডে বস্তুকণাটি যায়=OAGE-র ক্ষেত্রফল$=OA\times OE=v\times t=s$

সুতরাং, **বেগ সময় লেখচিত্রটি অক্ষদ্বয়ের সহিত t সময়ে যে ক্ষেত্রের সৃষ্টি করে তাহার ক্ষেত্রফল বস্তুটির t সময়ের দূরত্বের মাপ।**

(*b*) কোন বস্তুকণা f সমত্বরণের সহিত t সেকেণ্ড ধরিয়া চলিলে উহার চূড়ান্ত বেগ নির্ণয় :

মনে করি বস্তুকণার প্রাথমিক বেগ=u

বস্তুকণার ত্বরণ=প্রতি এক সেকেণ্ড সময়ে বস্তুকণার বেগের পরিবর্তন=f

1 সেকেণ্ড পরে বস্তুকণার বেগ=u+f

2 সেকেণ্ড সময়ে বস্তুকণার বেগের পরিবর্তন=2f এবং বস্তুকণার বেগ=u+2f.

সুতরাং, t সেকেণ্ড সময় পরে বস্তুকণার বেগ v :

$$v=u+ft. \quad (1.4)$$

যদি বস্তুকণা f মন্দনের (ত্বরণ= −f) সহিত চলে তবে চূড়ান্ত বেগ

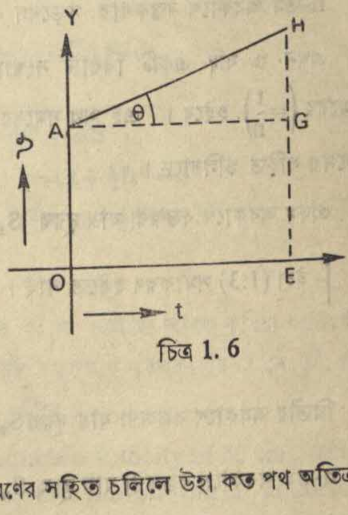
$$v=u-ft$$

লেখচিত্র দ্বারা প্রমাণ : আমরা জানি যে বস্তুটি সমত্বরণ f সহ চলিলে বস্তুর বেগ সময় লেখচিত্রটি একটি সরলরেখা AH হইবে (চিত্র 1.6) এবং এই সরলরেখার slope হইবে ত্বরণের মান। বস্তুর প্রাথমিক বেগ=u=OA। যদি OE=t হয় তবে t সময় পরে বস্তুর বেগ v=HE=EG+GH =OA+GH=OA+AG $\tan\theta$

এখানে AG ∥ OE এবং ∠HAG=θ

$\tan\theta$=AH সরলরেখার slope=f

$\therefore$ v=OA+AG f=u+ft



চিত্র 1. 6

(c) কোন বস্তুকণা t সেকেণ্ড f সমত্বরণের সহিত চলিলে উহা কত পথ অতিক্রম করিবে তাহা নির্ণয় :

মনে করি বস্তুকণার প্রাথমিক বেগ (সময় শূন্য)=u। (1.4) সমীকরণ হইতে আমরা জানি যে t সময় পরে বস্তুকণার বেগ=u+ft। এখন এই t সময়টিকে আমরা n সংখ্যক সমান অবকাশে ভাগ করিলাম। প্রথম অবকাশের প্রারম্ভিক ও অন্তিম সময়=0 ও $\frac{t}{n}$.

দ্বিতীয় অবকাশের প্রারম্ভিক ও অন্তিম সময়=$\frac{t}{n}$ ও $\frac{2t}{n}$.

তৃতীয় অবকাশের প্রারম্ভিক ও অন্তিম সময়$=\frac{2t}{n}$ ও $\frac{3t}{n}$.

এইভাবে n-তম অবকাশের প্রারম্ভিক ও অন্তিম সময়$=\frac{(n-1)t}{n}$ ও $\frac{nt}{n}(=t)$

প্রথম অবকাশের দুই প্রান্তিক সময়ে বস্তুকণার বেগ u ও $u+f\frac{t}{n}$

প্রথম অবকাশে বস্তুকণার গড়বেগ$=\frac{1}{2}\left(u+u+f\frac{t}{n}\right)=u+f\frac{t}{2n}$.

দ্বিতীয় অবকাশের দুই প্রান্তিক সময়ে বস্তুকণার বেগ$=u+f\frac{t}{n}$ ও $u+f\frac{2t}{n}$.

দ্বিতীয় অবকাশে বস্তুকণার গড়বেগ$=u+\frac{3ft}{2n}$.

তৃতীয় অবকাশে বস্তুকণার গড়বেগ $=u+\frac{5ft}{2n}$.

n-তম অবকাশে বস্তুকণার গড়বেগ $=u+\frac{(2n-1)ft}{2n}$.

এখন n যদি একটি বিরাট সংখ্যা হয় তাহা হইলে প্রত্যেক অবকাশ খুবই অল্প সময়ের $\left(=\frac{t}{n}\right)$ হইবে। এই অল্প সময়ের জন্য আমরা ধরিতে পারি যে বস্তুটি উহার গড় বেগের সহিত চলিয়াছে।

প্রথম অবকাশে বস্তুকণা যায় দূরত্ব $S_1=\left(u+\frac{ft}{2n}\right).\ \frac{t}{n}$

[ইহা (1.3) সমীকরণ হইতে পাই। কারণ বস্তুকণার গড়বেগ$=u+\frac{ft}{2n}$

এবং সময়$=\frac{t}{n}$]

দ্বিতীয় অবকাশে বস্তুকণা যায় দূরত্ব $S_2=\left(u+\frac{3ft}{2n}\right).\ \frac{t}{n}$

n-তম অবকাশে বস্তুকণা যায় দূরত্ব $S_n=\left[u+\frac{2n-1}{2n}.\ ft\right].\ \frac{t}{n}$

সুতরাং বস্তুকণাটি মোট দূরত্ব যায়

$$S=S_1+S_2+\cdots\cdots+S_n$$

$$=\left[nu+\frac{ft}{2n}+\frac{3ft}{2n}+\cdots\cdots+\frac{2n-1}{2n}.\ \ ft\right].\ \frac{t}{n}$$

$$=ut+\frac{ft^2}{2n^2}\left[1+3+5+\cdots(2n-1)\right]$$

$$=ut+\frac{ft^2}{2n^2}n^2 \quad \therefore \quad S=ut+\tfrac{1}{2}ft^2 \qquad (1.5)$$

লেখচিত্র দ্বারা প্রমাণ : 1.6 চিত্রে t সময়ে বস্তুটি যে দূরত্ব যায় তাহার মান

$S = OAHE$-এর ক্ষেত্রফল

$= OAGE$-র ক্ষেত্রফল $+ AGH$-এর ক্ষেত্রফল

$= OA \times OE + \frac{1}{2} AG \times GH$

$= OA.OE + \frac{1}{2} AG.AG \tan\theta = ut + \frac{1}{2} t^2 f$

(d) যদি কোন বস্তুকণা f সমত্বরণ লইয়া চলে এবং t সময়ে S দূরত্ব যায় তবে প্রমাণ কর যে

(i) $v^2 = u^2 + 2fS$ (1.6)

(ii) $S = \frac{1}{2}(u+v)t$ (1.7)

(iii) $S = vt - \frac{1}{2}ft^2$ (1.8)

এখানে $u =$ বস্তুর প্রাথমিক বেগ

$v = t$ সময় পরে বস্তুর বেগ।

প্রমাণ : (i) (1.4) সমীকরণের বর্গ (square) লইয়া পাই

$$v^2 = u^2 + 2uft + f^2t^2$$

$$= u^2 + 2f\left(ut + \tfrac{1}{2} ft^2\right) = u^2 + 2fS$$

(ii) $\frac{1}{2}(u+v)t = \frac{1}{2}(u+u+ft).\ t = ut + \frac{1}{2}ft^2 = S$

(iii) $vt - \frac{1}{2}ft^2 = (u+ft).\ t - \frac{1}{2}ft^2 = ut + \frac{1}{2}ft^2 = S$

উদাহরণ (Examples) :

(1) একটি বস্তুকণা 2 সে. মি. / সেকেণ্ড বেগে চলিতে আরম্ভ করিয়া কতক্ষণ সময়ে 50 সে. মি. / সেকেণ্ড বেগ অর্জন করিবে যদি বস্তুকণার সমত্বরণ হয় 1 সে. মি. / সেকেণ্ড^2 ? এই সময়ে উহা কত দূরত্ব অতিক্রম করিবে ?

In what time would a particle acquire a velocity of 50 cm. / sec if it started with a velocity of 2 cm. / sec. and moved with a uniform acceleration of 1 cm. / sec^2 ? What distance would it traverse in that time ?

বস্তুকণার প্রাথমিক বেগ $= u = 2$ cm. / sec.

বস্তুকণার চূড়ান্ত বেগ $= v = 50$ cm. / sec.

ত্বরণ $= f = 1$ cm. / sec^2.

$$v = u + ft$$

$\therefore$ সময় $t = \frac{v-u}{f} = \frac{50-2}{1} = 48$ sec.

এই সময়ে বস্তুকণা যে দূরত্ব যায় তাহা যদি S হয় তবে

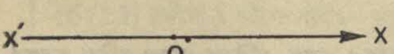
$$v^2=u^2+2fS, \;\therefore\; S=1248 \text{ cm}$$

$S=ut+\frac{1}{2}ft^2$ সমীকরণ হইতে একই উত্তর পাইব।

(2) O বিন্দু হইতে একটি বিন্দু সরলরেখায় ধনাত্মক দিকে যায়। উহার প্রাথমিক বেগ 10 সে. মি. / সেকেণ্ড এবং উহার ত্বরণ অপরিবর্তিত থাকে। 40 সেকেণ্ড পর বিন্দুটি আবার O-তে ফিরিয়া আসে। (a) O-এর মধ্য দিয়া ফিরিয়া আসার সময় বিন্দুর ত্বরণ ও বেগ নির্ণয় কর। (b) যে বিন্দুতে উহার বেগ শূন্য হয় তাহার অবস্থান বাহির কর এবং কোন সময়ে বেগ শূন্য হয় তাহা নির্ণয় কর। (c) কখন O-এর ধনাত্মক দিকে 50 সে. মি. এবং O-এর ঋণাত্মক দিকে 50 সে. মি. সরণ হইবে তাহা বাহির কর।

A point moves from O in a straight line with an initial velocity of 10 cm. / sec in the positive direction, the acceleration being constant. After 40 sec. the point is again at O. (a) Find the acceleration and the velocity at the instant of the return through O. (b) Find the position of the point and the time when its velocity is zero (c) Find when the displacement is 50 cm. on the positive side of O, and 50 cm. on the negative side of O.

মনে করি OX বিন্দুর ধনাত্মক (positive) দিক (চিত্র 1.7)। বিন্দুটি OX অভিমুখে সমত্বরণ f-এর সহিত গিয়া 40 সে. সময়ে আবার O বিন্দুতে ফিরিয়া আসিল।



চিত্র 1.7

(a) $S=ut+\frac{1}{2}ft^2$

এই সমীকরণে $S=0$, $u=10$ cm. / sec., $t=40$ sec.

$$\therefore\; f=-\frac{2u}{t}=-\tfrac{1}{2} \text{ cm. / sec}^2.$$

বিন্দুর ত্বরণ ঋণাত্মক অর্থাৎ বিন্দুটি $\frac{1}{2}$ cm. / sec^2 মন্দনের সহিত চলিয়াছে।

O বিন্দুতে বিন্দুর বেগ $v=u+ft=10-\frac{1}{2}\,40=-10$ cm. / sec.

বেগ ঋণাত্মক অর্থাৎ ফিরিয়া আসিবার সময় O-তে বিন্দুর বেগের অভিমুখ OX′ দিকে।

(b) $v^2=u^2+2fS$

এখানে $v=0$, $\quad\therefore\; S=-\dfrac{u^2}{2f}=-\dfrac{(10)^2}{2\times(-\frac{1}{2})}=100$ cm.

যেহেতু $v=u+ft$

$$v=0, \qquad t=-\frac{u}{f}=20 \text{ sec.}$$

অতএব O হইতে OX অভিমুখে 100 cm. দূরে 20 sec. সময় পরে বিন্দুর বেগ শূন্য হইবে।

(c) $S=ut+\frac{1}{2}ft^2$

$\therefore \quad 50=10t+\frac{1}{2}.(-\frac{1}{2})t^2$

অথবা, $t^2-40t+200=0$

এই দ্বিঘাত সমীকরণটি সমাধান করিয়া পাই

$t=20\pm 10\sqrt{2}$ সেকেণ্ড

অর্থাৎ $t=5{\cdot}86$ সেকেণ্ড অথবা $34{\cdot}14$ সেকেণ্ড

O হইতে OX অভিমুখে চলিতে আরম্ভ করিয়া বিন্দুটি 50 cm, দূরে যাইবে 5·86 সে. পরে। তাহার পর এক সময় বিন্দুটির বেগ শূন্য হইবে এবং বিন্দুটি O অভিমুখে যাত্রা করিবে। এইবার বিন্দুটি O হইতে ধনাত্মক দিকে 50 cm. দূরে থাকিবে মোট 34·14 সে. পরে।

প্রশ্নের দ্বিতীয় অংশে $S=-50$

দ্বিঘাত সমীকরণটি হইবে

$t^2-40t-200=0$

$t=20\pm 10\sqrt{6}$ সে.

অর্থাৎ $t=44{\cdot}49$ সে. বা $-4{\cdot}49$ সে.

$t=-4{\cdot}49$ সে. (ঋণাত্মক সময়) আসিতে পারে না। ইহা অপ্রয়োজনীয়।

$\therefore$ নির্ণেয় সময়$=44{\cdot}49$ সে.

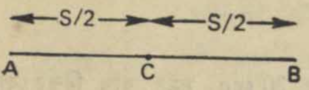
(3) কোন বিন্দু A হইতে B-তে সরলরেখায় সমত্বরণের সহিত যায়। A এবং B-তে উহার বেগ যথাক্রমে u এবং v।

(a) AB-এর মধ্যবিন্দু C-তে উহার বেগ নির্ণয় কর।

(b) A হইতে C এবং C হইতে B-তে যাইতে যে সময় লাগে উহাদের অনুপাত নির্ণয় কর।

A point moving with constant acceleration from A to B in a straight line has velocities u and v at A and B respectively. (a) Find

its velocity at C the mid-point of AB. (b) Find the ratio of the times required to traverse from (i) A to C and (ii) C to B.



চিত্র 1. 8

আমরা জানি $v^2=u^2+2fs$ (1)

মনে করি C-তে (চিত্র 1.8) বিন্দুর বেগ=V

A হইতে C-র জন্য, $V^2=u^2+2f\frac{S}{2}$ ... (2)

C হইতে B-র জন্য, $v^2=V^2+2f\frac{S}{2}$ (3)

(2)—(3), $V^2-v^2=u^2-V^2$

$$\therefore \quad V=\pm\sqrt{\frac{u^2+v^2}{2}}$$

ঋণাত্মক রাশি এখানে অপ্রয়োজনীয়। সুতরাং C-তে বিন্দুর বেগ

$$V=\sqrt{\frac{u^2+v^2}{2}} \quad \ldots \quad (4)$$

আমরা জানি $v=u+ft$

∴ A হইতে C-তে যাইতে সময় লাগে

$$t_1=\frac{V-u}{f}$$

C হইতে B-তে যাইতে সময় লাগে

$$t_2=\frac{v-V}{f}$$

$$\therefore \quad \frac{t_1}{t_2}=\frac{V-u}{v-V}=\frac{\sqrt{\frac{1}{2}(u^2+v^2)}-u}{v-\sqrt{\frac{1}{2}(u^2+v^2)}}$$

(4) সমত্বরণের সহিত চলিয়াছে এমন একটি বস্তু n-তম সেকেণ্ডে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাহার সমীকরণ বাহির কর।

Derive an expression for the distance covered in the n-th second by a body moving with uniform acceleration.

মনে করি, বিন্দুর প্রাথমিক বেগ=u, ত্বরণ=f

$S=ut+\frac{1}{2}ft^2$

∴ (n−1) সেকেণ্ড সময়ে বিন্দুটি মোট দূরত্ব যায়

$S=u(n-1)+\frac{1}{2}f(n-1)^2$

n সেকেণ্ড সময়ে বিন্দুটি মোট দূরত্ব যায় $S'=un+\frac{1}{2}fn^2$.

∴ n-তম সেকেণ্ডে বিন্দুটি যায়

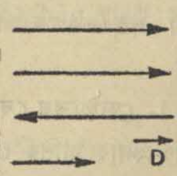
$S_n=S'-S=u+f(n-\frac{1}{2})$

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ

স্কেলার ও ভেক্টর

2.1 স্কেলার : যে সকল রাশির শুধু মান আছে কিন্তু কোন দিক নাই তাহাদের স্কেলার রাশি বলে। যেমন, ভর, উষ্ণতা (temperature), বস্তুর আয়তন, দ্রুতি ইত্যাদি।

2.2 ভেক্টর : যে রাশির মান ও দিক আছে তাহাকে ভেক্টর রাশি বলে। যেমন, সরণ, বেগ, ত্বরণ ইত্যাদি। একটি ভেক্টরকে একটি সরলরেখার দ্বারা প্রকাশ করা হয় (চিত্র 2.1) সরলরেখার উপর যে দিকে তীর চিহ্ন থাকে উহা ভেক্টরের দিক নির্দেশ করে এবং সরলরেখার দৈর্ঘ্যদ্বারা ভেক্টরের মান প্রকাশ করা হয়। যদি দুইটি ভেক্টর রেখা সমান্তরাল হয়, উহাদের দৈর্ঘ্য সমান হয় (উহাদের মান সমান) এবং



চিত্র 2.1

উহাদের একই দিক থাকে তবে ভেক্টর দুইটি সমান। 2.1 চিত্রে $\vec{A}=\vec{B}$ [আমরা কোন রাশিকে ভেক্টর বোঝাইতে উহার উপরে একটি তীরচিহ্ন দিব]। ভেক্টর $\vec{C}$-এর মান $\vec{A}$-র সহিত সমান, কিন্তু $\vec{C}$-র দিক $\vec{A}$-র ঠিক বিপরীত দিক। ইহা আমরা এইভাবে প্রকাশ করি : $\vec{A}=-\vec{C}$ অথবা $\vec{C}=-\vec{A}$. 2.1 চিত্রে $\vec{D}$-এর মান $\vec{A}$-র মানের ঠিক অর্ধেক, কিন্তু $\vec{A}$ ও $\vec{D}$ একই দিক নির্দেশ করিতেছে। এই ক্ষেত্রে আমরা লিখিতে পারি $\vec{A}=2\vec{D}$ অথবা $\vec{D}=\frac{1}{2}\vec{A}$.

উপরের আলোচনা হইতে আমরা দুইটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয় পাইয়াছি :

(1) একটি ভেক্টরকে সরলরেখা দ্বারা প্রকাশ করিবার পর ঐ সরলরেখার সহিত

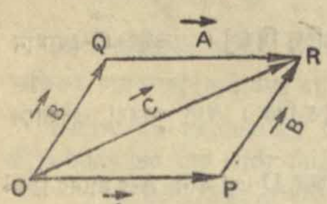
সমান্তরালভাবে উহাকে স্থানান্তরিত করা যায়, এবং ইহাতে ভেক্টরের কোন পরিবর্তন হয় না (উহার মান ও দিকের কোন পরিবর্তন হয় না)।

(2) একটি ভেক্টর $\vec{A}$-কে একটি স্কেলার x দ্বারা গুণ করিয়া আমরা যে ভেক্টর $\vec{G}$ পাইব ($\vec{G}=x\vec{A}$) উহার মান $\vec{A}$-র মানের x গুণ, এবং উহার দিক $\vec{A}$-র দিক। কোন কোন ভেক্টরের মান কিংবা দৈর্ঘ্য A কিংবা $|\vec{A}|$ দ্বারা প্রকাশ করিব। সুতরাং $\vec{G}$ এবং $\vec{A}$-র মানের মধ্যে সম্পর্ক : $G=xA$ কিংবা $|\vec{G}|=x|\vec{A}|$

শূন্য ভেক্টর (Null Vector) : কোন ভেক্টরের মান যদি শূন্য হয় তাহা হইলে উহাকে শূন্য ভেক্টর বলে। শূন্য ভেক্টরের দৈর্ঘ্য শূন্য এবং উহার যে কোন দিক থাকিতে পারে। শূন্য ভেক্টরকে আমরা $\vec{O}$ দ্বারা সূচিত করিব।

2.1 ভেক্টরের যোগ (Addition of Vectors) : ভেক্টর রাশির যোগফল সাধারণ স্কেলার রাশির যোগের মত নয়, কারণ, এখানে ভেক্টরের দিকের কথাও আমাদের মনে রাখিতে হইবে।

সামান্তরিকের সূত্র (Parallelogram law) : মনে করি $\vec{A}$ এবং $\vec{B}$ ভেক্টর O বিন্দুর সরণ বুঝাইতেছে (চিত্র 2.2)। এখন O বিন্দুর উপর দুইটি সরণ একসঙ্গে প্রয়োগ করা হইয়াছে : একটি O কে P-এর দিকে এবং অন্যটি O কে Q-এর দিকে লইয়া যাইতেছে। আমরা যদি OQRP সামান্তরিক টানি তাহা হইলে দেখা যাইবে



চিত্র 2.2

যে $\vec{A}$ এবং $\vec{B}$-এর মিলিত প্রয়োগে O বিন্দুটি সামান্তরিকের কর্ণ (diagonal) বরাবর R পর্যন্ত যাইবে। ইহা আমরা এইভাবে বুঝিতে পারি : আমরা জানি $\vec{B}$ কে অপরিবর্তিত অবস্থায় $\vec{PR}$ দ্বারা প্রকাশ করা যায়, কারণ, PR‖OQ এবং PR=OQ.

ইহাতে $\vec{A}$ সরণের জন্য প্রথমে O যাইবে P-তে এবং তাহার পর $\vec{B}$ সরণের জন্য P বিন্দু R-তে যাইবে। সুতরাং O বিন্দুর শেষ অবস্থান R-এ। দুইটি ভেক্টরের মিলিত প্রয়োগে আমরা লব্ধি ভেক্টর $\vec{C}$ পাইব যাহার দৈর্ঘ্য OR এবং যাহার দিক O হইতে R-এর দিক। অন্যভাবে ভেক্টর $\vec{A}$-কে অপরিবর্তিত অবস্থায় $\vec{QR}$ দ্বারা প্রকাশ করিতে পারি। ইহাতে $\vec{B}$ সরণের জন্য O বিন্দু Q-তে যাইবে, তাহার পর $\vec{A}$-র জন্য R-তে যাইবে। উপরের প্রাপ্ত ফলকে আমরা এইভাবে প্রকাশ করিতে পারি :

$$\vec{C}=\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A} \tag{2.1}$$

$\vec{C}$-কে $\vec{A}$ এবং $\vec{B}$-এর লব্ধি (resultant) বলা হয়।

ত্রিভুজ নিয়ম (**Triangle Rule**) : OPR ত্রিভুজে (চিত্র 2.2) আমরা জানি

$\vec{OP}+\vec{PR}=\vec{OR}$ অথবা, $\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$

সুতরাং দুইটি ভেক্টর $\vec{A}$ এবং $\vec{B}$-এর যোগফলে উৎপন্ন লব্ধি ভেক্টর $\vec{C}$ আমরা ত্রিভুজের নিয়ম অনুসারে পাইতে পারি। এই নিময় অনুসারে প্রথমে একটি ভেক্টর $\vec{A}$-কে $\vec{OP}$ দ্বারা প্রকাশ করিলাম। এই ভেক্টরটি যে দিক নির্দেশ করে সেই দিকের প্রান্তবিন্দু P-তে ভেক্টর B অঙ্কন করিলাম। মনে করি $\vec{B}$ প্রকাশ করা হইল $\vec{PR}$ দ্বারা। তাহা হইলে OPR ত্রিভুজে $\vec{OR}$ হইবে দুই ভেক্টর $\vec{OP}$ এবং $\vec{PR}$-এর যোগফল।

ভেক্টরের বিয়োগ (**Subtraction of Vectors**) : OPR ত্রিভুজ হইতে (চিত্র 2.2) ভেক্টরের ত্রিভুজ নিয়ম অনুসারে পাই।

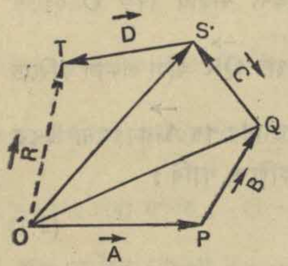
$\vec{OR}+\vec{RP}=\vec{OP}$, অর্থাৎ, $\vec{C}+(-\vec{B})=\vec{A}$ বা, $\vec{C}-\vec{B}=\vec{A}$

আবার ORQ ত্রিভুজে, $\vec{OR}+\vec{RQ}=\vec{OQ}$, অর্থাৎ, $\vec{C}-\vec{A}=\vec{B}$

ইহাদের সহিত (2.1) সমীকরণ তুলনা করিলে আমরা বুঝিতে পারি যে কোন ভেক্টর সমীকরণে একটি ভেক্টরকে একদিক হইতে অন্যদিকে (সমীকরণের ডান হইতে

বাম দিকে কিংবা বাম হইতে ডান দিকে) লইয়া গেলে ভেক্টরের পূর্বে ঋণাত্মক চিহ্ন বসিবে অর্থাৎ ভেক্টরটি উহার দিক বিপরীত করিবে।

বহুভুজ নিয়ম (Polygon Rule) : আমরা ত্রিভুজ নিয়ম বারবার লাগাইয়া তিন বা তিনের বেশী ভেক্টরের যোগফল বাহির করিতে পারি। মনে করি আমরা $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}$ এর যোগে উৎপন্ন লব্ধি ভেক্টর নির্ণয় করিতে চাই। প্রথমে ত্রিভুজ নিয়ম অনুসারে $\vec{OP}=\vec{A}$ এবং $\vec{PQ}=\vec{B}$ অঙ্কন করিলাম (চিত্র 2.3)। তাহা হইলে



চিত্র 2.3

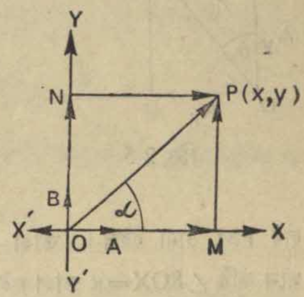
$\vec{OQ}=\vec{A}+\vec{B}$.

এইবার $\vec{QS}=\vec{C}$ অঙ্কন করিলাম তাহা হইলে $\vec{OS}=\vec{OQ}+\vec{C}=\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}$। যদি $\vec{ST}=\vec{D}$ হয় তবে $\vec{OT}=\vec{OS}+\vec{D}=\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}$

সুতরাং, $\vec{OT}=\vec{R}$ হইল $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}$-এর উৎপন্ন লব্ধি ভেক্টর। ইহা বহুভুজ OPQST-এর OT বাহুর দৈর্ঘ্যের সমান এবং ইহার দিক O হইতে T-র দিক। অতএব কোন এক বিন্দুতে একসঙ্গে অনেকগুলি সরণ কিংবা বেগ ক্রিয়া করিলে প্রথমে একটি ভেক্টর সরলরেখা দ্বারা প্রকাশ করিলাম, তাহার পর প্রথম ভেক্টরের দিকের প্রান্তবিন্দুতে দ্বিতীয় ভেক্টর, দ্বিতীয় ভেক্টরের দিকের প্রান্তবিন্দুতে তৃতীয় ভেক্টর সরলরেখা দ্বারা প্রকাশ করিলাম। এইভাবে সমস্ত ভেক্টরের যোগে যে অসমাপ্ত বহুভুজ পাওয়া যাইবে তাহার অসমাপ্ত বাহু (প্রথম বিন্দু হইতে শেষ বিন্দুর যোগ) সমস্ত ভেক্টরগুলির যোগফল দেয়।

2.2 চিত্রে $\vec{OP}$, $\vec{PR}$ এবং $\vec{RO}$-এর সমন্বয়ে শূন্য ভেক্টরের উদ্ভব হয়। কোন বিন্দুতে অনেকগুলি বেগ একসঙ্গে ক্রিয়া করিলে এবং ইহাদের দ্বারা অঙ্কিত ভেক্টরগুলি একটি বহুভুজকে সম্পূর্ণ করিয়া দিলে উৎপন্ন লব্ধি ভেক্টরের মান শূন্য হয়। ইহাতে বিন্দুটি গতিসাম্য (dynamical equilibrium) লাভ করে, বিন্দুটি স্থির থাকে।

2.4 অক্ষ বরাবর একক ভেক্টর (Unit vector along the co-ordinate axes) : মনে করি OX এবং OY অক্ষদ্বয় পরস্পর মূলবিন্দু (origin) O তে ছেদ করিয়াছে। OX-এর দিকে একক দৈর্ঘ্যের ভেক্টরকে বলা হয় X অক্ষ বরাবর একক ভেক্টর। ইহা $\vec{i}$ দ্বারা সূচিত হয়। আবার OY বরাবর একক ভেক্টরের জন্য লেখা হয় $\vec{j}$. 2.4 চিত্রে $\vec{OA}=\vec{i}$ এবং $\vec{OB}=\vec{j}$; OA-এর এবং OB-এর দৈর্ঘ্য একক। মনে করি, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $=(x,y)$। P হইতে PM ও PN লম্বদ্বয় অক্ষদ্বয়ের উপর টানা হইয়াছে। তাহা হইলে $OM=x$ এবং $ON=y$. সুতরাং, $\vec{OM}=x\vec{i}$ এবং $\vec{ON}=y\vec{j}$। আবার OX′-এর দিকে একক ভেক্টরের জন্য আমরা $-\vec{i}$ লিখিতে পারি, এবং OY′ এর দিকে একক ভেক্টরের জন্য $-\vec{j}$. অতএব X-অক্ষ বরাবর সমস্ত ভেক্টরকে একক ভেক্টর $\vec{i}$-এর গুণিতক (multiple) এবং Y-অক্ষ বরাবর সমস্ত ভেক্টরকে একক ভেক্টর $\vec{j}$-এর গুণিতক হিসাবে প্রকাশ করিতে পারি।

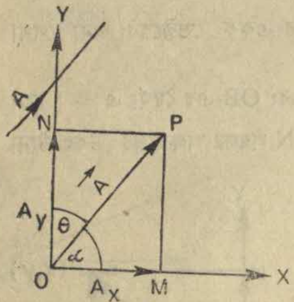


চিত্র 2.4

2.5 স্থানাঙ্ক দ্বারা ভেক্টরের প্রকাশ (Representation of vectors by coordinates) : 2.4 চিত্রে P বিন্দুর স্থানাঙ্ক জানা থাকিলে আমরা $\vec{OP}$ ভেক্টর সম্পর্কীয় সমস্ত বিষয়ই জানিতে পারি : (1) $\vec{OP}$-এর দৈর্ঘ্য $=\sqrt{x^2+y^2}$ (2) $\vec{OP}$-এর দিক কোণ α দ্বারা প্রকাশ করা যায়। ভেক্টরটি x- অক্ষের ধনাত্মক দিকের সহিত যে কোণ করে তাহা α। যেহেতু $\tan\alpha=\frac{y}{x}$ জানা আছে, অতএব কোণ α হইতে $\vec{OP}$-র দিক নির্ণয় করিতে পারি।

কোন বিন্দুর স্থানাঙ্ক দ্বারা একটি ভেক্টর রাশি প্রকাশ করা হয়। মূলবিন্দু হইতে ঐ বিন্দু পর্যন্ত যোগ করিলে ভেক্টরটি পাওয়া যায়—সরলরেখার দৈর্ঘ্য ভেক্টরের মান প্রকাশ করে এবং মূলবিন্দু হইতে স্থানাঙ্ক বিন্দুর দিক ভেক্টরের দিক।

2.6 ভেক্টরের বিভক্তাংশ (Components of a vector): যে কোন সরলরেখা বরাবর আমরা ভেক্টরের বিভক্তাংশ নির্ণয় করিতে পারি। মনে করি $\vec{A}$ একটি ভেক্টর, OX একটি সরলরেখা (চিত্র 2.5)। আমরা OX বরাবর $\vec{A}$-এর বিভক্তাংশ নির্ণয় করিতে চাই। আমরা জানি $\vec{A}$ কে না ঘুরাইয়া এক জায়গা হইতে অন্য জায়গায় স্থানান্তরিত করা যায়। মনে করি $\vec{OP}$-এর দৈর্ঘ্য $\vec{A}$-র সঙ্গে সমান এবং $\vec{OP}$-র দিক এবং $\vec{A}$-র দিক একই। তাহা হইলে $\vec{A}=\vec{OP}$। P হইতে OX-এর উপর



চিত্র 2.5

লম্ব PM টানা হইল। তাহা হইলে $\vec{OM}$ হইল OX বরাবর $\vec{A}$-এর বিভক্তাংশ। মনে করি $\angle POX=\alpha$ তাহা হইলে

$$OM = OP\ \text{Cos}\alpha = A\ \text{Cos}\alpha \quad \ldots\ldots \quad (2.2)$$

α হইল ভেক্টর ও সরলরেখার মধ্যেকার কোণ। মনে করি $OY \perp OX$ এবং $PN \perp OY$

OY বরাবর $\vec{A}$-এর বিভক্তাংশের মান

$$ON = A\ \text{Cos}\theta = A\ \text{Sin}\alpha \quad \ldots\ldots \quad (2.3)$$

OX এবং OY কে অক্ষদ্বয় এবং O কে মূলবিন্দু ধরিলে $OM=A_x$ এবং $ON=A_y$ হইল xy-তলে অবস্থিত কোন ভেক্টর $\vec{A}$-এর অক্ষদ্বয় বরাবর বিভক্তাংশের মান।

$$OP^2 = OM^2 + ON^2 \text{ অথবা, } A=\sqrt{A_x^2 + A_y^2} \quad \ldots\ldots \quad (2.4)$$

অতএব (2.4) সমীকরণ হইতে আমরা ভেক্টরের মান নির্ণয় করিতে পারি।

$$\text{আবার, } \tan\alpha = \frac{A_y}{A_x} \quad \ldots\ldots \quad (2.5)$$

ভেক্টর X-অক্ষের ধনাত্মক দিকের (O হইতে X-এর দিকে) সহিত যে কোণ করে তাহা α। অতএব অক্ষদ্বয় বরাবর ভেক্টরের বিভক্তাংশ জানা থাকিলে কোণ α হইতে [(2.5) সমীকরণের সাহায্যে] $\vec{OP}$ বা $\vec{A}$-এর দিক নির্ণয় করিতে পারি।

এখন $\vec{OM}=\vec{i}\,A_x$ এবং $\vec{ON}=\vec{j}\,A_y=\vec{MP}$

OMP ত্রিভুজ হইতে ত্রিভুজ নিয়ম অনুসারে আমরা পাই

$$\vec{OP}=\vec{OM}+\vec{MP} \text{ অথবা, } \vec{A}=\vec{i}\,A_x+\vec{j}\,A_y \quad \ldots\ldots \quad (2.6)$$

অক্ষদ্বয় বরাবর বিভক্তাংশ দেওয়া থাকিলে ভেক্টরটিকে (2.6) সমীকরণ দ্বারা লেখা হয়।

যদি $\vec{A}$ এবং OX-এর মধ্যে কোণ 90° হয় তাহা হইলে $A_x=0$ এবং $A_y=A$।

আবার যদি $\vec{A}$ X-অক্ষ বরাবর হয় তবে $A_x=A$ এবং $A_y=0$

2.7 ভেক্টরের বিভাজন ও সমন্বয় (Resolution and composition of vectors) : 2.4 চিত্রে আমরা জানি $\vec{OP}=\vec{OM}+\vec{ON}$

সুতরাং $\vec{OP}$ কে ভাঙিলে আমরা পরস্পর লম্বভাবে অবস্থিত দুইটি ভেক্টর OM এবং ON পাই : OM=OP Cos ∝ এবং ON=OP Sin ∝

এইভাবে xy তলে অবস্থিত যে কোন ভেক্টরকে আমরা অক্ষ বরাবর ভেক্টরে বিশ্লেষণ করিতে পারি। ইহাকে ভেক্টর রাশির বিভাজন (Resolution of a Vector) বলে। আবার $\vec{OM}$ এবং $\vec{ON}$-এর সমন্বয়ে $\vec{OP}$ গঠিত।

2.5 চিত্রে $\vec{i}\,A_x$ এবং $\vec{j}\,A_y$-এর যোগে $\vec{A}$ পাওয়া গিয়াছে। 2.2 চিত্রে $\vec{A}$ এবং $\vec{B}$-এর সমন্বয়ে $\vec{C}$ উৎপন্ন হইয়াছে। 2.3 চিত্রে $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$, এবং $\vec{D}$-এর সমন্বয়ের $\vec{R}$ ($=\vec{OT}$)-এর উদ্ভব হইয়াছে। সুতরাং একাধিক ভেক্টরের সমন্বয়ে আমরা লব্ধি ভেক্টর পাইতে পারি। ইহাকে ভেক্টর রাশির সমন্বয় (Composition of Vectors) বলে।

2.8 দুইটি ভেক্টরের স্কেলার গুণ (Scalar product of two vectors) :

যদি $\vec{A}$ এবং $\vec{B}$ দুইটি ভেক্টর হয় তবে উহাদের স্কেলার গুণের সংজ্ঞা এইভাবে দেওয়া হয়।

$$\vec{A}.\vec{B}=AB\ \text{Cos}\ \theta \quad (2.7)$$

(পড়িতে হইবে : ভেক্টর A ডট ভেক্টর B, দুইটি ভেক্টরের মধ্যে ডট আছে)

কোণ θ হইল $\vec{A}$ এবং $\vec{B}$-এর দিকের মধ্যেকার কোণ। লক্ষ্য করিতে হইবে যে $\vec{A}.\vec{B}$ একটি স্কেলার রাশি। ইহাকে ডট গুণও (dot product) বলা হয়। ইহা পরিষ্কার যে $\vec{A}.\vec{B}=\vec{B}.\vec{A}$

$$\vec{i}.\vec{i}=1.1\ \mathrm{Cos}0^\circ=1,\ \vec{j}.\vec{j}=1,\ \vec{i}.\vec{j}=0$$

$\vec{A}.\vec{A}$-কে $\vec{A}^2$ লেখা হয়। সুতরাং $\vec{A}^2$ একটি স্কেলার রাশি। কোন বস্তুকণার ভর m এবং বেগ $\vec{v}$ হইলে $\frac{1}{2}m\vec{v}^2$ একটি স্কেলার রাশি হইবে।

2.9 দুইটি সমান ভেক্টরের অক্ষ বরাবর বিভক্তাংশের মধ্যে সম্পর্ক (Relations between the $x-$ and $y-$ components of two equal vectors) :

মনে করি $\vec{A}$ এবং $\vec{B}$ সমান দুইটি ভেক্টর xy তলে অবস্থিত। উহাদের x- ও y- বরাবর বিভক্তাংশগুলির মান A_x, A_y এবং B_x, B_y.

$$\vec{A}=\vec{i}A_x+\vec{j}A_y,\ \vec{B}=\vec{i}B_x+\vec{j}B_y$$

যেহেতু, $\vec{A}=\vec{B}$, $\vec{i}.\vec{A}=\vec{i}.\vec{B}$.

এখন $\vec{i}.\vec{A}=\vec{i}.\vec{i}A_x+\vec{i}.\vec{j}A_y=A_x$

$$\vec{i}.\vec{B}=\vec{i}.\vec{i}B_x+\vec{i}.\vec{j}B_y=B_x$$

অতএব $A_x=B_x$

এইভাবে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$-এর সহিত $\vec{j}$-এর স্কেলার গুণ লইয়া আমরা পাই $A_y=B_y$.

সুতরাং দুইটি সমান ভেক্টরের x-অক্ষ বরাবর বিভক্তাংশগুলি সমান ; উহাদের y-অক্ষ বরাবর বিভক্তাংশগুলিও সমান।

2.10 দুইটি ভেক্টরের যোগে উৎপন্ন লব্ধি ভেক্টরের মান ও দিক (Magnitude and direction of the resultant of two vectors) :

দুইটি ভেক্টরের যোগের জন্য আমরা 2.3 অংশে সামান্তরিকের সূত্রের আলোচনা করিয়াছি। এখন দুইটি ভেক্টরের লব্ধি ভেক্টরের মান ও দিক নির্ণয় করিব।

(a) **গাণিতিক প্রমাণ (Analytical proof)** : মনে করি $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টর দুইটি xy তলে অবস্থিত। উহাদের x- ও y-অক্ষ বরাবর বিভক্তাংশগুলির মান A_x, A_y এবং B_x, B_y হইলে

$$\vec{A} = \vec{i} A_x + \vec{j} A_y, \vec{B} = \vec{i} B_x + \vec{j} B_y$$

$$\therefore \quad \vec{A}+\vec{B} = \vec{i}(A_x+B_x) + \vec{j}(A_y+B_y) \qquad (1)$$

মনে করি $\vec{A}$ ও $\vec{B}$-এর সমন্বয়ে $\vec{C}$ উৎপন্ন হইয়াছে এবং $\vec{C}$-এর x- ও y-অক্ষ বরাবর বিভক্তাংশদ্বয়ের মান C_x এবং C_y

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} = \vec{i} C_x + \vec{j} C_y \qquad (2)$$

যেহেতু দুইটি সমান ভেক্টরের অক্ষ বরাবর বিভক্তাংশগুলি সমান, সেহেতু (1) ও (2) হইতে আমরা পাই

$$C_x = A_x + B_x \qquad (3)$$

$$C_y = A_y + B_y \qquad (4)$$

অতএব লব্ধি ভেক্টরের x-উপাংশ (x-component) দুইটি ভেক্টরের x-উপাংশের যোগের সমান, এবং লব্ধি ভেক্টরের y-উপাংশ দুইটি ভেক্টরের y-উপাংশের যোগের সমান। লব্ধি ভেক্টর $\vec{C}$-এর মান :

$$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} = \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2} \qquad (2.8)$$

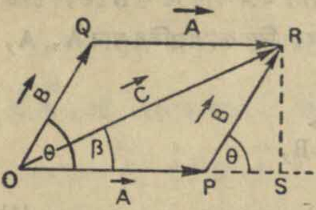
যদি লব্ধি ভেক্টর x-অক্ষের ধনাত্মক দিকের সহিত α কোণ করিয়া থাকে তাহা হইলে (2.5) সমীকরণ হইতে পাই

$$\tan\alpha = \frac{C_y}{C_x} = \frac{A_y + B_y}{A_x + B_x} \quad \ldots\ldots \qquad (2.9)$$

সুতরাং ভেক্টর $\vec{A}$ এবং $\vec{B}$-এর x-এবং y-উপাংশগুলি জানা থাকিলে আমরা (2.8) এবং (2.9) সমীকরণ হইতে লব্ধি ভেক্টরের মান এবং দিক নির্ণয় করিতে পারি।

(b) **জ্যামিতিক প্রমাণ (Geometrical Proof)** : মনে করি দুইটি ভেক্টর $\vec{A}$ এবং $\vec{B}$ কে $\vec{OP}$ এবং $\vec{OQ}$ দ্বারা প্রকাশ করা হইয়াছে (চিত্র 2.6)। উহাদের সমন্বয়ে উৎপন্ন লব্ধি $\vec{C}$ সামান্তরিক OQRP-এর কর্ণ $\vec{OR}$ দ্বারা বর্ণিত হইয়াছে।

মনে করি দুইটি ভেক্টরের দিকের অন্তর্গত কোণ θ অর্থাৎ $\angle QOP=\theta$। মনে করি, লব্ধি



চিত্র 2.6

ভেক্টর $\vec{C}$ $\vec{A}$-এর দিকের সহিত β কোণের সৃষ্টি করিয়াছে, $\angle ROP=\beta$। R হইতে OP-এর উপর (OP-এর বর্ধিত লাইনের উপর) RS লম্ব অঙ্কন করিলাম। যেহেতু $OQ \parallel PR$, $\angle QOP=\angle RPS=\theta$.

RPS সমকোণী ত্রিভুজে,

$\sin\theta=\frac{RS}{PR}$ এবং $\cos\theta=\frac{PS}{PR}$

$RS=PR\sin\theta=B\sin\theta$, $PS=PR\cos\theta=B\cos\theta$

ORS সমকোণী ত্রিভুজে

$$OR^2=OS^2+RS^2$$

অর্থাৎ $C^2=(OP+PS)^2+RS^2$

$$=(A+B\cos\theta)^2+B^2\sin^2\theta$$

$$\therefore\ C^2=A^2+B^2+2AB\cos\theta \quad \ldots\ldots \quad (2.10)$$

আবার, $\tan\beta=\frac{RS}{OS}=\frac{RS}{OP+PS}$

$$\tan\beta=\frac{B\sin\theta}{A+B\cos\theta} \quad \ldots\ldots \quad (2.11)$$

(2.10) হইতে ভেক্টরের মান এবং (2.11) হইতে লব্ধি ভেক্টরের দিক নির্ণয় করা যায়।

বিশেষ অবস্থা : (i) যদি $\theta=0^\circ$ (অর্থাৎ $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ একই দিকে থাকে) হয় $C=A+B$ এবং $\tan\beta=0$.

(ii) যদি $\theta=90^\circ$ (অর্থাৎ $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ পরস্পরের লম্ব) হয় $C=\sqrt{A^2+B^2}$ এবং $\tan\beta=\frac{B}{A}$.

(iii) যদি $\theta=180^\circ$ (অর্থাৎ $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ পরস্পরের বিপরীত) হয় $C=|A-B|$ এবং $\tan\beta=0$.

2.11 তিন বা তিনের বেশী ভেক্টরের যোগ : তিন বা তিনের বেশী ভেক্টরের যোগের জন্য আমরা বহুভুজ নিয়ম লাগাইয়া উহাদের সমন্বয়ে উৎপন্ন লব্ধি

ভেক্টরের মান ও দিক নির্ণয় করিতে পারি। মনে করি, $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ ...... ভেক্টরগুলি xy তলে অবস্থিত, এবং উহাদের x-এবং y-অক্ষ বরাবর উপাংশগুলির মান (A_x, A_y), (B_x, B_y), (C_x, C_y),...তাহা হইলে

$$\vec{A}=\vec{i}\ A_x+\vec{j}\ A_y,\ \vec{B}=\vec{i}\ B_x+\vec{j}\ B_y,\ \vec{C}=\vec{i}\ C_x+\vec{j}\ C_y.$$

উহাদের সমন্বয়ে গঠিত ভেক্টর $\vec{R}$-এর x ও y-উপাংশ R_x ও R_y হইলে,

যেহেতু $\vec{R}=\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+......$

$$R_x=A_x+B_x+C_x+...... \qquad (1)$$

$$R_y=A_y+B_y+C_y+...... \qquad (2)$$

$$\therefore\ R^2=R_x^2+R_y^2=(A_x+B_x+C_x+...)^2+(A_y+B_y+C_y+...)^2 \quad ...... \qquad (2.12)$$

$\vec{R}$-এর সহিত x-অক্ষের ধনাত্মক দিক যদি α কোণ করে তবে

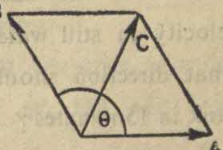
$$\tan\alpha=\frac{R_y}{R_x}=\frac{A_y+B_y+C_y+......}{A_x+B_x+C_x+......} \qquad (2.13)$$

(2.12) এবং (2.13) সমীকরণ দুইটি হইতে আমরা R এবং α নির্ণয় করিতে পারি।

উদাহরণ

(1) দুইটি সমান মানের বেগের লব্ধির মান উহাদের যে কোন একটির সমান। দেখাও যে বেগ দুইটি পরস্পরের সহিত 120° কোণ করিয়া আছে।

Two equal velocities (equal in magnitude) have a resultant equal to either of them. Show that they are inclined to each other at an angle of 120°



চিত্র 2.7

2.7 চিত্রে বেগ $\vec{A}$ এবং $\vec{B}$-এর লব্ধি $\vec{C}$ যাহাতে

$$A=B=C.$$

$\vec{A}$ এবং $\vec{B}$-এর অন্তর্গত কোণ$=\theta$

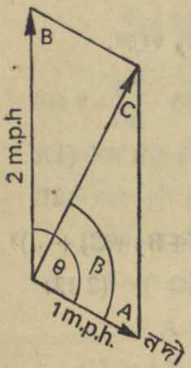
(2.10) সমীকরণ হইতে পাই

$$C^2=A^2+B^2+2AB\cos\theta$$

যেহেতু $A=B=C,\quad \cos\theta=-\frac{1}{2}$ বা, $\theta=120^\circ$

(2) একজন সাঁতারু স্থির জলে ঘন্টায় 2 মাইল গতিতে চলিতে পারে। সে একটি নদী সোজাসুজি পার হইতে চায়। যদি নদী ঘন্টায় 1 মাইল বেগে চলে তাহা হইলে সাঁতারু কোনদিকে সাঁতার শুরু করিবে ?

A swimmer who can swim with a speed of 2 miles per hour in still water wishes to cross a river straight. Along what line must he strike out if the river is flowing at the rate of 1 mile per hour ?



চিত্র 2.8

মনে করি $\vec{A}$ জলের গতি বুঝাইতে (চিত্র 2 8)। লোকটির গতি যদি $\vec{B}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয় তাহা হইলে জলের স্রোতের জন্য গতি হইবে $\vec{C}$। $\vec{A}$ এবং $\vec{B}$-এর অন্তর্গত কোণ$=\theta$। $\vec{C}$ এবং $\vec{A}$-এর অন্তর্গত কোণ$=\beta=90^o$। (2.11) সমীকরণ হইতে পাই

$$\tan\beta=\frac{B \operatorname{Sin}\theta}{A+B \operatorname{Cos}\theta}$$

$$A=1,\ B=2,\ \therefore\ \theta=120^o$$

সুতরাং লোকটির গতি নদীর স্রোতের সহিত 120° হইবে।

(3) এক মাইল প্রশস্ত একটি নদী ঘন্টায় তিন মাইল বেগে চলে। স্থির জলে একজন সাঁতারুর গতি ঘন্টায় চার মাইল। সাঁতারু কেবলমাত্র 15 মিনিট সাঁতার কাটিতে পারে। কোনদিকে সাঁতার শুরু করিলে সাঁতারু 15 মিনিটে নদীর অপর পারে পৌঁছাইবে ? সে মোট কত দূরত্ব সাঁতার কাটিবে ?

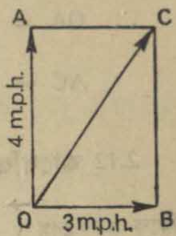
A river one mile wide is flowing at 3 m.p.h. A swimmer whose velocity in still water is 4 m.p.h. can swim only for 15 minutes. In what direction should he strike out in order to reach the opposite bank in 15 minutes ? What total distance will he swim ?

মনে করি সাঁতারু O বিন্দুতে আছে (চিত্র 2.9)। $\vec{OB}$ হইল নদীর স্রোতের বেগ। নদীর প্রস্থ OA বরাবর $\vec{OB}$-এর কোন বিভক্তাংশ নাই। সুতরাং $\vec{OB}$-এর

জন্য সাঁতারু কেবলমাত্র নদীর দৈর্ঘ্য বরাবর যাইবে। এখন সাঁতারু যদি প্রস্থ বরাবর সাঁতার শুরু করে তাহা হইলে নিজের বেগের জন্যও

নদী পার হইবে। OA-এর দিকে নিজের বেগ $=\overrightarrow{OA}=$ 4 m p.h. এই বেগের জন্য নদী পার হইতে সময় লাগিবে

$$=\frac{1 \text{ mile}}{4 \text{ m.p.h.}}=15 \text{ min.}$$



চিত্র 2.9

অন্য যে কোন দিকে সাঁতার শুরু করিলে OA অভিমুখে উহার বেগের বিভক্তাংশ মাত্র থাকিবে এবং উহার মান 4 m.p.h.-এর চেয়ে কম হইবে এবং ইহাতে নদী পার হইতে বেশী সময় লাগিবে। অতএব সাঁতারুকে নদীর প্রস্থ বরাবর সাঁতার শুরু করিতে হইবে। ইহাতে লব্ধি বেগের অভিমুখ OC এবং উহার মান

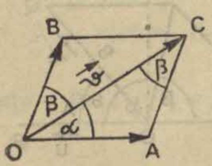
$$OC=\sqrt{OA^2+OB^2}=5 \text{ m.p.h.}$$

$\therefore$ 15 মিনিটে মোট দূরত্ব যাইবে $=5\times\frac{1}{4}=1.25$ miles.

(4) কোন বেগের দিকের সহিত α এবং β কোণ করিয়া আছে এই দুইদিকে বেগের বিভক্তাংশ নির্ণয় কর।

Find the components of a velocity in two given directions making angles α and β with it.

মনে করি $\overrightarrow{OC}$ দ্বারা বেগ $\vec{v}$ প্রকাশ করা হইয়াছে। OC-এর সহিত O বিন্দুতে α ও β কোণ অঙ্কন করা হইল যাহাতে $\angle AOC=\alpha$ এবং $\angle BOC=\beta$। এখন OA ও OB বরাবর $\vec{v}$-এর বিভক্তাংশ নির্ণয় করিতে হইবে।



চিত্র 2.10

OC-কে কর্ণ রাখিয়া OACB সামান্তরিক অঙ্কন করা হইল। তাহা হইলে OA এবং OB হইল ভেক্টর $\vec{v}$-এর নির্ণেয় বিভক্তাংশদ্বয়ের মান।

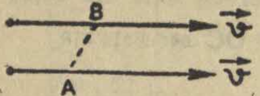
$$\text{OAC ত্রিভুজে } \frac{OA}{\sin\angle OCA}=\frac{AC}{\sin\angle COA}=\frac{OC}{\sin\angle OAC}$$

$$\text{বা,}\quad \frac{OA}{\sin\beta} = \frac{AC}{\sin\alpha} = \frac{v}{\sin(180^\circ - \alpha - \beta)}$$

$$\therefore\ OA = \frac{v \sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$$

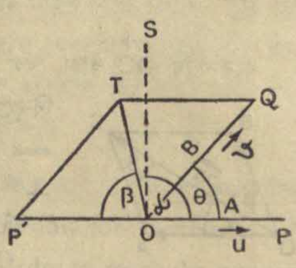
$$AC = \frac{v \sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)} = OB$$

2.12 **আপেক্ষিক বেগ (Relative Velocity) :** মনে করি দুইটি ট্রেন একই দিকে একই বেগ $\vec{v}$ এর সহিত চলিয়াছে। মনে করি A এবং B দুইটি ট্রেনের দুইজন দর্শক (চিত্র 2.11) এখন A-এর কাছে B স্থির মনে হইবে। সুতরাং A-এর কাছে B-র বেগ শূন্য। এখন মনে করি A 10 m.p.h. এবং B 20 m.p.h. বেগে একই দিকে চলিয়াছে। তাহা হইলে A ও B-এর মধ্যে দূরত্ব ক্রমশই বাড়িবে। দুইটি লাইনের মধ্যের দূরত্ব গ্রাহ্য না করিলে A-এর কাছে মনে হইবে যে B (20—10) = 10 m.p.h. বেগে সামনে চলিয়াছে। আমরা B-এর বেগের সহিত A এর বেগের সমান ও বিপরীত বেগ যোগ করিয়া A-এর সাপেক্ষে B-এর আপেক্ষিক বেগ নির্ণয় করিতে পারি।



চিত্র 2.11

মনে করি A ট্রেন $\vec{u}$ বেগে OP-এর দিকে এবং B ট্রেন $\vec{v}$ বেগে OQ-এর দিকে চলিয়াছে (চিত্র 2.12)। ভেক্টর $\vec{u}$ এবং $\vec{v}$ কে $\vec{OP}$ এবং $\vec{OQ}$ দ্বারা প্রকাশ করা হইল। মনে করি OS ⊥ OP. এখন OP-এর দিকে $\vec{v}$-এর বিভক্তাংশের মান = v cos θ এবং OS-এর দিকে $\vec{v}$-এর বিভক্তাংশের মান = v Sin θ. এখানে θ হইল $\vec{u}$ এবং $\vec{v}$-এর দিকের অন্তর্গত কোণ। সুতরাং OP-এর দিকে A-এর সাপেক্ষে B-এর আপেক্ষিক বেগ = v cos θ — u. OS-এর দিকে A-এর সাপেক্ষে B-এর আপেক্ষিক বেগ = v Sin θ.



চিত্র 2.12

এই দুইটি বেগের ভেক্টর যোগ করিলে আমরা A-র সাপেক্ষে B-র আপেক্ষিক বেগ নির্ণয় করিতে পারি। O বিন্দুতে $\vec{u}$-এর সমান কিন্তু $\vec{u}$-এর বিপরীত দিকে একটি ভেক্টর $\vec{OP'}$ অঙ্কন করিলাম।

$\overrightarrow{OP}$-এর দিকে $\overrightarrow{OQ}+\overrightarrow{OP'}$-এর বিভক্তাংশের মান $= v\cos\theta - u$.

$\overrightarrow{OS}$-এর দিকে $\overrightarrow{OQ}+\overrightarrow{OP'}$-এর বিভক্তাংশের মান $= v\sin\theta$.

সুতরাং $\overrightarrow{OQ}$ এবং $\overrightarrow{OP'}$-এর সমন্বয়ে গঠিত লব্ধি বেগই হইল A-এর সাপেক্ষে B-এর আপেক্ষিক বেগ।

$\angle P'OQ = 180^\circ - \theta =$ $\overrightarrow{OQ}$ এবং $\overrightarrow{OP'}$-এর অন্তর্গত কোণ। অতএব $\overrightarrow{OP'}$ এবং $\overrightarrow{OQ}$-এর সমন্বয়ে উৎপন্ন বেগ $\overrightarrow{OT}$-এর মান ((2.10) সমীকরণ হইতে)

$$R = \sqrt{u^2+v^2+2uv\,\cos\,(180^\circ-\theta)} = \sqrt{u^2+v^2-2uv\cos\theta}. \qquad (2.14)$$

$\overrightarrow{OP'}$-এর সহিত উৎপন্ন বেগ $\overrightarrow{OT}$ যদি β কোণ করে তবে (2.11) সমীকরণ হইতে

$$\tan\beta = \frac{v\sin(180^\circ-\theta)}{u+v\cos(180^\circ-\theta)} = \frac{v\sin\theta}{u-v\cos\theta}$$

সুতরাং A-এর দিকের সহিত আপেক্ষিক বেগ $\overrightarrow{OT}$ যে কোণ করিবে তাহা $\alpha = 180^\circ - \beta$

$$\text{এবং } \tan\alpha = -\tan\beta = \frac{v\sin\theta}{-u+v\cos\theta} \qquad (2.15)$$

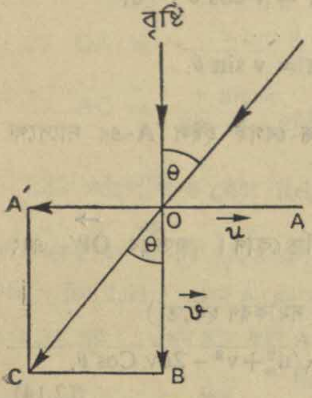
(2.14) সমীকরণ হইতে আমরা A-এর সাপেক্ষ B-এর আপেক্ষিক বেগের মান এবং (2.15) সমীকরণ হইতে A-এর দিকের সহিত আপেক্ষিক বেগের দিকের অন্তর্গত কোণ α নির্ণয় করিতে পারি।

A-এর সাপেক্ষে B-এর আপেক্ষিক বেগ $= \vec{v} + (-\vec{u}) = \vec{v} - \vec{u}$

আবার, B-এর সাপেক্ষে A-এর আপেক্ষিক বেগ $= \vec{u} - \vec{v}$.

বৃষ্টির দিক : মনে করি বৃষ্টি সোজা নীচে উল্লম্ব (vertical direction) বরাবর পড়িতেছে। বৃষ্টির বেগ $\vec{v}$ কে $\overrightarrow{OB}$ দ্বারা প্রকাশ করা হইল (চিত্র 2 13)। মনে করি একটি লোক $\vec{u}$ বেগের সহিত OA-এর দিকে চলিয়াছে। ইহা $\overrightarrow{OA}$ দ্বারা প্রকাশ

করা হইল। লোকটির সাপেক্ষে বৃষ্টির বেগ নির্ণয় করিবার জন্য OA-এর উল্টাদিকে



চিত্র 2.13

$\vec{OA'}$ অঙ্কন করিলাম যাহাতে $OA=OA'$। $\vec{OA'}$ এবং $\vec{OB'}$-এর (চিত্র 2.13) সমন্বয়ে উৎপন্ন বেগ = $\vec{OC}$। সুতরাং লোকটির সাপেক্ষে বৃষ্টির বেগের মান হইবে

$$OC = \sqrt{OB^2+OA'^2}$$
$$= \sqrt{v^2+u^2}$$

ইহা v বেগের চেয়ে বেশী হইবে। যদি $\angle COB=\theta$ হয়

$$\tan\theta = \frac{CB}{OB} = \frac{u}{v} = \frac{\text{মানুষের বেগের মান}}{\text{বৃষ্টির বেগের মান}}$$

সুতরাং লোকটির কাছে বৃষ্টি উল্লম্বের সহিত θ কোণ করিয়া পড়িবে।

2.13 আপেক্ষিক ত্বরণ (Relative Acceleration) : মনে করি A সমত্বরণ $\vec{f}$-এর সহিত এবং B সমত্বরণ $\vec{f'}$-এর সহিত চলিয়াছে। A-এর সাপেক্ষে B-এর আপেক্ষিক বেগের পরিবর্তনের হারকে বলা হয় A-এর সাপেক্ষে B-এর ত্বরণ। মনে করি যে কোন মুহূর্তে A-এর বেগ = $\vec{u}$ এবং B-এর বেগ $\vec{u'}$। সুতরাং A-এর সাপেক্ষে B-এর আপেক্ষিক বেগ = $\vec{u'} - \vec{u}$. এক সেকেণ্ড পর A-এর বেগ = $\vec{u} + \vec{f}$ এবং B-এর বেগ = $\vec{u'} + \vec{f'}$। সুতরাং এক সেকেণ্ড পর A-এর সাপেক্ষে B-এর আপেক্ষিক বেগ

$$= \vec{u'} + \vec{f'} - (\vec{u} + \vec{f}) = (\vec{u'} - \vec{u}) + (\vec{f'} - \vec{f})$$

A-এর সাপেক্ষে B-এর আপেক্ষিক বেগের পরিবর্তনের হার

= A-এর সাপেক্ষে B-এর আপেক্ষিক ত্বরণ

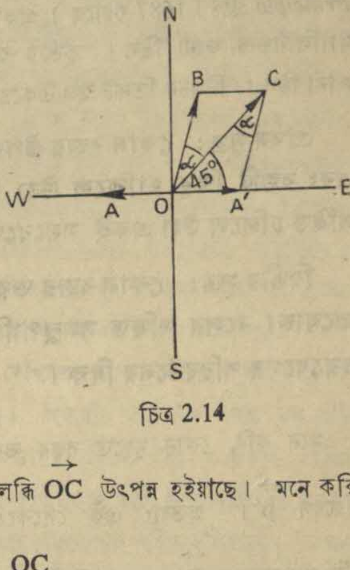
$$= (\vec{u'}-\vec{u}) + (\vec{f'}-\vec{f}) - (\vec{u'}-\vec{u}) = \vec{f'} - \vec{f}$$

সুতরাং B-এর ত্বরণের সহিত A-এর ঋণাত্মক ত্বরণ (A-এর ত্বরণের মানের সমান, কিন্তু দিক বিপরীত) ভেক্টর যোগ করিলে আমরা A-এর সাপেক্ষে B এর আপেক্ষিক ত্বরণ পাই। এখন A যদি সমবেগে চলে $\vec{f} = \vec{O}$ এবং A-এর সাপেক্ষ B-এর আপেক্ষিক ত্বরণ = $\vec{f'}$ — ইহা A-এর সমবেগের উপর নির্ভর করে না।

উদাহরণ : A জলযান ঘন্টায় 16 মাইল বেগে সোজা পশ্চিমদিকে চলিয়াছে। A হইতে B জলযানকে উত্তর-পূর্ব দিকে ঘন্টায় 30 মাইল বেগে যাইতে দেখা যায়। B-এর প্রকৃত বেগের দিক ও মান নির্ণয় কর।

From a vessel A, which is steaming due w at 16 m. p. h. another vessel B appears to be steaming NE at 30 m. p. h. Find the actual velocity of B in magnitude and direction.

মনে করি A পশ্চিমদিকে 16 m. p. h. বেগে চলিয়াছে (চিত্র 2. 14)। উহাকে ভেক্টর $\overrightarrow{OA}$ দ্বারা প্রকাশ করা হইল। A-এর সাপেক্ষে B NE-দিকে 30 m. p. h. আপেক্ষিক বেগের সহিত চলিয়াছে। উহাকে $\overrightarrow{OC}$ দ্বারা প্রকাশ করা হইল। OA-এর সমান $\overrightarrow{OA}$-এর বিপরীত দিকে $\overrightarrow{OA'}$ অঙ্কন করা হইল। এখন OA′CB সামান্তরিক অঙ্কন করা হইল। তাহা হইলে $\overrightarrow{OB}$ হইল B-এর প্রকৃত বেগ। $\overrightarrow{OA'}$ এবং $\overrightarrow{OB}$-এর সমন্বয়ে লব্ধি $\overrightarrow{OC}$ উৎপন্ন হইয়াছে। মনে করি



চিত্র 2.14

$\angle BOC = \angle OCA' = \alpha$

OCA′ ত্রিভুজে $\dfrac{OA'}{\sin\alpha} = \dfrac{A'C}{\sin 45^\circ} = \dfrac{OC}{\sin(180^\circ - 45^\circ - \alpha)}$

$$\therefore \frac{16}{\sin\alpha} = A'C.\sqrt{2} = \frac{30}{\sin(45^\circ + \alpha)} \quad ...(1)$$

$\therefore\ 16 \sin(45^\circ + \alpha) = 30 \sin\alpha$

বা, $8 \cos\alpha = (15\sqrt{2} - 8) \sin\alpha$ ...(2)

(2) সমীকরণকে বর্গ করিয়া আমরা Sin ∝-র মান নির্ণয় করিতে পারি :

$\sin\alpha = 0{\cdot}52$ এবং $\alpha = 31{\cdot}^\circ 1$

অতএব (1) হইতে পাই $A'C = O3 = \dfrac{16}{\sqrt{2}\sin\alpha} = 21.9$ m. p. h.

সুতরাং B-এর প্রকৃত বেগ 21.9 m. p. h, এবং উহা উত্তরের সহিত $45^\circ - 31.^\circ 1 = 13.9^\circ$ কোণ করিয়া পূর্বদিকে যাইবে।

তৃতীয় পরিচ্ছেদ

নিউটনের গতিসূত্র (Newton's Laws of Motion)

3. কোন বস্তুর উপর বল (force) ক্রিয়া করিলে কিংবা বল ক্রিয়া না করিলে বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তন কি ভাবে হইবে তাহা নিউটন তিনটি সূত্রের দ্বারা উঁহার *Principia* গ্রন্থে (1687 খৃষ্টাব্দে) প্রকাশ করিয়া গিয়াছেন। প্রথম দুইটি সূত্র অবশ্য গ্যালিলিও-র জানা ছিল। তৃতীয় সূত্রটি একটু অন্যরকম ভাবে হুক (Hooke)-এর জানা ছিল। নিউটন তিনটি সূত্র একত্রে সংযোজিত করেন।

প্রথম সূত্র : কোন বস্তুর উপর বাহিরের কোন বল ক্রিয়া না করিলে এবং বস্তুটি স্থির থাকিলে উহা স্থিরই থাকিবে, আর বস্তুটি সমবেগের সহিত চলিলে উহা একই সমবেগের সহিত একই দিকে চলিবে।

দ্বিতীয় সূত্র : কোন বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হার উহার উপর প্রযোজ্য বলের সহিত সমনুপাতিক হয় এবং প্রযোজ্য বলের দিক ভরবেগের পরিবর্তনের দিক।

মনে করি, কোন মুহূর্তে বস্তুর ভরবেগ $\vec{p}$ এবং এক সেকেণ্ড পরে উহার ভরবেগ $\vec{p'}$। সুতরাং এক সেকেণ্ডে বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন $= \vec{p'} - \vec{p}$।

যদি প্রযোজ্য বল $\vec{F}$ হয় তবে দ্বিতীয় সূত্র অনুসারে

$$\vec{F} \propto \left(\vec{p'} - \vec{p}\right)$$

অর্থাৎ $\vec{F} = k\left(\vec{p'} - \vec{p}\right)$

k হইল একটি ধনাত্মক ধ্রুবক। সুতরাং $\vec{p'}$ এবং $-\vec{p}$-এর ভেক্টর যোগে উৎপন্ন দিকই হইল প্রযোজ্য বলের দিক। যদি $\vec{p'}$ এবং $\vec{p}$ একই দিকে থাকে,

(i) $p' > p$, তবে প্রযোজ্য বলের দিক ভরবেগের দিক হইবে ;

(ii) $p' < p$, তবে প্রযোজ্য বলের দিক ভরবেগের দিকের বিপরীত হইবে।

(iii) $p' = p$, তবে বুঝিতে হইবে যে বস্তুর উপর কোন বল ক্রিয়া করিতেছে না। অতএব নিউটনের প্রথম সূত্রটি দ্বিতীয় সূত্র হইতে পাওয়া যায়।

তৃতীয় সূত্র : প্রত্যেক ক্রিয়ার সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়ার সৃষ্টি হয়।

আমরা এখন তিনটি সূত্র একে একে আলোচনা করিব।

3.1 **প্রথম গতি সূত্র :** প্রথম গতি সূত্রটি বলের সংজ্ঞা দিয়াছে। **যাহা কোন বস্তুর স্থিতি অবস্থার পরিবর্তন ঘটায় (অথবা, পরিবর্তন করিতে চেষ্টা করে), কিংবা উহার সমবেগের পরিবর্তন ঘটায় তাহাকে বল বলে।** যদি কোন বস্তু স্থির থাকে তবে উহা সারাক্ষণই স্থির থাকিবে, যদি না বাহিরের কোন বল উহার উপর ক্রিয়া করে। প্রথম সূত্রের দ্বিতীয় অংশে সমবেগের কথা আছে। একটি ক্রিকেট বলকে মাটিতে গড়াইয়া দিলে দেখা যায় যে উহা খানিক দূর গিয়া থামিয়া যায়। মনে হইতে পারে যে উহা প্রথম গতি সূত্রটি মানিয়া চলিতেছে না। কিন্তু এখানে প্রকৃতপক্ষে ক্রিকেট বলের উপর বাহিরের বল ক্রিয়া করিতেছে। মাটি মসৃণ নহে বলিয়া একটি বিপরীত বল (ঘর্ষণ বল) বলটিকে থামাইতে চেষ্টা করিতেছে। তাহা ছাড়া বায়ুও বলের গতিকে কিছুটা প্রতিরোধ করিতেছে। যদি মাটিকে আরো মসৃণ করি তাহা হইলে আমরা দেখিতে পাইব যে ক্রিকেট বলকে একই জোরে গড়াইয়া দিলে উহা আরো দূরে যাইতেছে। সুতরাং বাহিরের সমস্ত বল যদি সরান সম্ভব হইত তাহা হইলে ক্রিকেট বলকে গড়াইয়া দিলে উহা অনন্তকাল ধরিয়া একই সরলরেখায় একই গতিতে চলিবে। মনে করি কোন বস্তুর উপর বাহিরের কোন বলই ক্রিয়া করিতেছে না এবং বস্তুটি সরলরেখায় সমবেগের সহিত চলিয়াছে। এখন বস্তুটির বেগের দিক পরিবর্তন করিতে হইলে বাহির হইতে কোন বল অন্যদিকে বস্তুটির উপর প্রয়োগ করিতে হইবে। মনে করি কোন ব্যক্তি একটি সুতার সাহায্যে একটি ঢিলকে বৃত্তাকার পথে ঘুরাইতেছে। ঢিলটি সারাক্ষণই উহার বেগের দিক পরিবর্তন করিতেছে। আবার ঢিলটিকে ঘুরাইবার জন্য লোকটি সারাক্ষণই সুতাটিকে নিজের দিকে টানিতেছে। লোকটি বল প্রয়োগ করিতেছে এবং তাহাতে ঢিলের দিকের পরিবর্তন হইতেছে। এখন লোকটি যদি সুতা ছাড়িয়া দেয় তাহা হইলে দেখা যাইবে যে ঢিলটি সরলরেখায় চলিয়াছে। অতএব বল প্রয়োগ ছাড়া বস্তুর সমবেগের দিক ও মান পরিবর্তন করা সম্ভব নহে।

জাড্যসূত্র (Principle of Inertia) : নিউটনের প্রথম গতিসূত্র হইতে আমরা বুঝিতে পারিলাম যে কোন বস্তু নিজে উহার স্থিতি অবস্থার অথবা গতি অবস্থার

পরিবর্তন করিতে পারে না। বস্তুর এই ধর্মকে বলে জাড্য। এই কারণে নিউটনের প্রথম গতিসূত্রকে জাড্যসূত্রও বলা হয়। বাহির হইতে বল প্রয়োগ করিয়া বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তন করিতে চেষ্টা করিলে বস্তু উহার জাড্যধর্মের জন্য এই পরিবর্তনে বাধা দেয়। বস্তুর ভর বাড়াইলে উহার জাড্যও বৃদ্ধি পায়।

জাড্য দুই রকমের : স্থিতি জাড্য (Inertia of rest) এবং গতি জাড্য (Inertia of motion).

স্থিতি জাড্যের উদাহরণ : কোন জড়বস্তু কোন জায়গায় রাখিলে উহা সবসময় সেই জায়গাতেই থাকিবে যতক্ষণ পর্যন্ত না বাহির হইতে কোন বল প্রয়োগ করা হইতেছে। জড়বস্তু নিজে উহার স্থান পরিবর্তন করিতে পারে না। কোন বাস হঠাৎ চলিতে আরম্ভ করিলে বাসের যাত্রীদের নীচের অংশ চলিতে থাকে, কিন্তু মাথা স্থির থাকে বলিয়া উহাদের মাথা পিছনের দিকে হেলিয়া যায়। স্থিতি জাড্যের জন্য এখানে মাথা স্থির থাকে। একটি ক্যারমের গুটির উপর আর একটি ক্যারমের গুটি আছে। এখন একটি ভারী-স্ট্রাইকার দ্বারা তলার গুটি জোরে আঘাত করিলে গুটিটি হঠাৎ আঘাত পাইয়া এত শীঘ্র সরিয়া যায় যে উপরের গুটির স্থিতিজাড্য নষ্ট হইতে পারে না। ফলে উপরের গুটি ঠিক নীচে পড়িবে, সম্মুখে যাইবে না।

গতি জাড্যের উদাহরণ : কোন জড়বস্তু চলিতে থাকিলে বাহ্যিক বল ছাড়া নিজে উহা থামিয়া যাইতে পারে না। কোন লোক যদি চলন্ত বাস হইতে নামে তাহা হইলে সে সম্মুখের দিকে মাটিতে পড়ে। লোকটির পা মাটিতে ঠেকিবার পর মাটিতে প্রতিরোধ বলের জন্য উহার পা স্থির হয়। কিন্তু উহার উপরের অঙ্গে কোন বল ক্রিয়া করিতেছে না, ফলে উপরের অংশ বাসের গতির সহিত চলিতে থাকে। ইহাতে লোকটি মাটিতে পড়িয়া যায়। কোন লোক চলিতে চলিতে পাথরে হোঁচট খাইলে একই কারণে মাটিতে পড়িয়া যায়। কোন চলন্ত বাস হঠাৎ থামিয়া গেলে আমাদের মাথা সম্মুখে ঝুঁকিয়া পড়ে। বাস থামার সঙ্গে সঙ্গে আমাদের নীচের অংশ স্থির হয়, কিন্তু মাথা একই গতিতে চলিতে থাকে বলিয়া আমরা সামনে ঝুঁকিয়া পড়ি। চলন্ত গাড়ীতে কোন লোক যদি একটি বল সোজা উপরের দিকে ছুঁড়িয়া দেয় গতি জাড্যর জন্য বলের বেগ গাড়ীর বেগের সমান হয়। ইহাতে গাড়ীর সহিত বলটিও সম্মুখে চলিতে থাকে। যতক্ষণ বল শূন্যে থাকে ততক্ষণ যদি গাড়ীর বেগের কোন পরিবর্তন না হয় তাহা হইলে বলটি লোকটির হাতে আসিয়া পড়ে।

3.2 দ্বিতীয় গতিসূত্র : দ্বিতীয় গতিসূত্র হইতে আমরা বল পরিমাপ করিতে

পারি। মনে করি বস্তুর ভর m, বেগ $\vec{v}$ এবং বস্তুর উপর $\vec{F}$ বল ক্রিয়া করিয়া উহার ভরবেগ $m\vec{v}$-এর পরিবর্তন করিতেছে। যদি বস্তুর ভর অপরিবর্তিত থাকে তবে দ্বিতীয় সূত্র অনুসারে

$\vec{F} \propto$ বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হার

$\propto m\times$ বস্তুর বেগের পরিবর্তনের হার

$\propto m\times$ বস্তুর ত্বরণ

$$\therefore \vec{F}=km\vec{f} \quad \ldots \quad (2)$$

k একটি ধনাত্মক ধ্রুবক এবং $\vec{f}$ = বস্তুর ত্বরণ। সুতরাং **প্রযোজ্য বলের দিক হইল বস্তুর ত্বরণের দিক।**

বলের একক (Units of force) : বলের একক এমন ভাবে প্রকাশ করা হয় যাহাতে ধ্রুবক k-এর মান 1 হয়। যদি বস্তুর ভর একক হয় এবং ত্বরণের মান একক হয় তাহা হইলে বলের মান একক হইবে। অর্থাৎ m=1, f=1, F=1 হইলে k=1, সুতরাং বলের একক এইভাবে মনোনীত করিলে (2) সমীকরণকে আমরা লিখিতে পারি

$$F=mf \quad (3.1)$$

সি. জি. এস. পদ্ধতি : (3.1) সমীকরণে যদি m=1 গ্রাম, $f=1cm/sec^2$ হয় তবে F=1 dyne (ডাইন), অর্থাৎ, **এক গ্রাম বস্তুতে 1 cm/sec² ত্বরণ সৃষ্টি করিতে যে পরিমাণে বলের প্রয়োজন হয় তাহাকে এক ডাইন বলে।**

এফ. পি. এস পদ্ধতি : (3.1) সমীকরণে যদি m= 1 পাউণ্ড, $f=1\ ft/sec^2$ হয় তবে F=1 পাউণ্ডাল (Poundal)। **এক পাউণ্ড বস্তুতে 1 ft/sec² ত্বরণ সৃষ্টি করিতে যে পরিমাণ বলের প্রয়োজন হয় তাহাকে এক পাউণ্ডাল বলে।**

1 পাউণ্ডাল $=1\ lb\times 1\ ft/sec^2$

$=453\cdot6\ gm\times 30.48\ cm/sec^2=13,826$ ডাইন

এম. কে. এস পদ্ধতি : (3.1) সমীকরণে যদি m=1kg (এক কিলোগ্রাম), f=1 মিটার/সেকেণ্ড² হয় তবে F=1 নিউটন, অর্থাৎ, **এক কিলোগ্রাম বস্তুতে 1 m./sec² ত্বরণ সৃষ্টি করিতে যে পরিমাণ বলের প্রয়োজন তাহাকে এক নিউটন বলে।** ইহা বলের ব্যবহারিক একক (practical unit)।

1 নিউটন $=1\ kg\times 1\ m/sec^2$

$=10^3\ gm.\ \times 100\ cm/sec^2=10^5$ ডাইন

বলের অভিকর্ষ একক (Gravitational units of force) : পৃথিবীর আকর্ষণের জন্য বস্তু একটি নির্দিষ্ট ত্বরণের সহিত মাটিতে পড়ে। ইহাকে অভিকর্ষজাত ত্বরণ বলে। সি.জি.এস. পদ্ধতিতে ইহার মান প্রায় 980 $cm./sec^2$ এবং এফ.পি.এস. পদ্ধতিতে ইহার মান প্রায় 32 ft/sec^2। এই ত্বরণহেতু বস্তুর উপর একটি বল ক্রিয়া করে, উহাকে বস্তুর ওজন বা ভার বলে। m ভরবিশিষ্ট বস্তুর ওজন W হইলে

$$W = mg \qquad (3.2)$$

বস্তুর ওজন একটি ভেক্টর রাশি। ইহার দিক হইল অভিকর্ষজাত ত্বরণের দিক। অভিকর্ষজাত ত্বরণের দিক পৃথিবীর কেন্দ্র অভিমুখে। সুতরাং পৃথিবীর উপর অবস্থিত বস্তুর ওজন পৃথিবীর কেন্দ্র অভিমুখে ক্রিয়া করে।

1 গ্রাম ওজন (1 gramme weight) : পৃথিবীর অভিকর্ষজনিত ত্বরণের জন্য এক গ্রাম বিশিষ্ট কোন বস্তু যে পরিমাণ বল বোধ করে উহাকে 1 গ্রাম ওজন (ভার) বলে।

1 গ্রাম ওজন = 1 গ্রাম × 980 সে. মি./সে.^{2} = 980 ডাইন

1 পাউণ্ড ওজন (1 pound weight) : পৃথিবীর অভিকর্ষজনিত ত্বরণের জন্য এক পাউণ্ড বস্তু যে পরিমাণ বল বোধ করে উহাকে এক পাউণ্ড ওজন বলে।

1 পাউণ্ড ওজন = 1 পাউণ্ড × 32 ফুট/সে.^{2} = 32 পাউণ্ডাল

বলের অভিকর্ষ একক মোটেই সন্তোষজনক নহে। কারণ, পৃথিবীর উপর g-র মান একস্থান হইতে অন্যস্থানে পরিবর্তিত হয়। সুতরাং (3.2) সমীকরণ হইতে দেখিতে পাই যে কোন বস্তুর ওজন একস্থান হইতে অন্যস্থানে পরিবর্তিত হয়, কিন্তু ইহার ভর অপরিবর্তিত থাকে।

উদাহরণ :

(1) 10 গ্রাম ভরবিশিষ্ট কোন বস্তুর উপর 100 ডাইনের একটি বল 5 সেকেণ্ড ধরিয়া ক্রিয়া করে। বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন এবং উহাতে উৎপন্ন ত্বরণ বাহির কর। উহা কি বেগ উৎপন্ন করিবে? (বস্তুটি প্রথমে স্থির ছিল)

A force of 100 dynes act on a body of 10 gm. for 5 seconds. Calculate the change of momentum of the body and the acceleration produced due to the force. What velocity does it generate ? (The body was initially at rest)

$$\text{বস্তুর ত্বরণ } f = \frac{F}{m} = \frac{100}{10} \text{ cm./sec.}^2 = 10 \text{ cm./sec}^2 .$$

$$F = \frac{\text{বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন}}{\text{সময়}}$$

$\therefore$ বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন $=F\times t=100\times 5=500$ সি. জি. এস. একক

$v=u+ft$

$u=$ প্রাথমিক বেগ $=0$, $v=$ চূড়ান্ত বেগ

$\therefore\ v=10\times 5$ cm./sec $=50$ cm./sec.

(2) 10 কে. জি. ভরবিশিষ্ট কোন বস্তু 100 সে.মি./সেকেণ্ড বেগে চলিতেছে। (i) বস্তুটিকে 10 সেকেণ্ডে থামাইতে যে বলের দরকার তাহার মান নির্ণয় কর। (ii) থামিবার পূর্বে বস্তুটি কত দূরত্ব যাইবে ?

A body of mass 10 kg is moving with a velocity of 100cm./sec. (i) Find the magnitude of the force required to stop it in 10 sec. (ii) How much distance will it move through before coming to rest ?

(i) $v=u+ft$, অথবা $f=\dfrac{v-u}{t}$

চূড়ান্ত বেগ $=0$, $u=100$, $t=10$ $\quad\therefore\ f=-10$ cm./sec^2.

বস্তুর উপর প্রযোজ্য বল $F=mf=10\times 10^3$ gms. $\times(-10\text{cm/sec}^2)$

$=-10^5$ dynes.

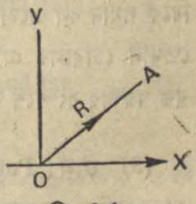
ঋণাত্মক চিহ্ন বোঝায় যে বল বস্তুর বেগের বিপরীত দিকে ক্রিয়া করিবে।

(ii) $v^2=u^2+2fs$, $s=$ বস্তু যে দূরত্ব যাইবে।

$\therefore\ s=-\dfrac{u^2}{2f}$ (যেহেতু $v=0$)

$=500$ cm.

3.3 **তৃতীয় গতিসূত্র :** যদি কোন বস্তু A অন্য কোন বস্তু B-র উপর কোন বল প্রয়োগ করে তাহা হইলে A-র উপর B সমান বল বিপরীত দিকে প্রয়োগ করে। B-র উপর A যে বল প্রয়োগ করে তাহাকে ক্রিয়া (action) এবং A-র উপর B যে বল প্রয়োগ করে তাহাকে প্রতিক্রিয়া (reaction) বলে। মনে রাখিতে হইবে যে **ক্রিয়া এবং প্রতিক্রিয়া দুইটি বিভিন্ন বস্তুর উপর কাজ করে।** একটি বইকে টেবিলের উপর রাখিলে বই উহার ওজন টেবিলের উপর প্রয়োগ করে। টেবিল বইয়ের ওজনের সমান বল বিপরীত দিকে বইয়ের উপর প্রয়োগ করে। মানুষ যখন হাঁটে কিংবা দৌড়ায় তখন পা দিয়া পিছনের দিকে মাটিতে চাপ দেয়। মনে করি মানুষ AO বরাবর মাটিতে চাপ দিল (চিত্র 3.1)। মাটি মানুষের পায়ের উপর সমান



চিত্র 3.1

ও বিপরীত বল (প্রতিক্রিয়া R) OA বরাবর প্রয়োগ করে। এই প্রতিক্রিয়ার বিভক্তাংশ সামনের দিকে OX বরাবর থাকে, এবং ইহার জন্য মানুষ সামনের দিকে আগাইয়া যায়। মানুষ নৌকা হইতে লাফাইয়া যখন তীরে যায় তখন নৌকাকে পিছনের দিকে ঠেলিয়া দেয় এবং নৌকার প্রতিক্রিয়ার জন্য মানুষ সামনে আগাইয়া যায়। রকেটের পিছন দিক হইতে তীব্রবেগে গ্যাস নির্গত হয়। গ্যাস নির্গত হইবার সময় রকেটের উপর প্রতিক্রিয়ার সৃষ্টি করে। এই প্রতিক্রিয়ার জন্য রকেট তীব্রবেগে সামনের দিকে আগাইয়া যায়। জেট প্লেনের পিছন দিক হইতে গ্যাস ও তরল পদার্থ নির্গত হয় এবং ইহাদের প্রতিক্রিয়ার জন্য জেট প্লেন সম্মুখ দিকে অগ্রসর হয়।

ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার মান সমান : দুইটি স্প্রিং তুলার একটি হুকের সহিত অন্যটির হুক আটকান হইল। তুলা দুইটিকে দুই হাত দিয়া বিপরীত দিকে টান দিলে দেখা যাইবে যে উহাদের কাঁটা একই মান নির্দেশ করিতেছে। এখন একটি স্প্রিং তুলাকে হাতের পরিবর্তে কোন দৃঢ় অবলম্বনে আটকাইয়া অন্যটিতে হাতের সাহায্যে পূর্বের মত সমান টান প্রয়োগ করিলে দুইটি স্প্রিং তুলাই পূর্বের ন্যায় একই বল নির্দেশ করিবে। এক্ষেত্রে আবদ্ধ স্প্রিং তুলাতে প্রতিক্রিয়া বলের সৃষ্টি হয় এবং উভয় তুলার পাঠ সমান হওয়ায় ক্রিয়া এবং প্রতিক্রিয়ার মান সমান হয় এবং উহারা বিপরীতমুখী।

বিভিন্ন প্রকারের ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া (Different kinds of action and reaction) :

(1) **ঘাত (Thrust) :** টেবিলের উপর একটি কঠিন বস্তু রাখিলে বস্তুর ওজন নীচের দিকে ক্রিয়া করে। টেবিল বস্তুর উপর উপরের দিকে সমান প্রতিক্রিয়া বল প্রয়োগ করে। এই রকমের ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়াকে ঘাত বলে।

(2) **ধাক্কা (Push) :** টেবিলের উপর হাত দিয়া চাপ দিলে টেবিল বিপরীত-দিকে সমান বল প্রয়োগ করে। হাতের চাপে টেবিল দূরে সরিবার প্রয়াস পায় এবং তেমনি টেবিলের প্রতিক্রিয়া বল হাতকে দূরে সরাইবার চেষ্টা করে। এইভাবে দুইটি বস্তু পরস্পর সংস্পর্শে আসিয়া একে অপরকে ধাক্কা দিতে চেষ্টা করে।

(3) **টান (Pull or Tension) :** একটি দড়ির একপ্রান্ত কোন স্তম্ভে দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ করিয়া অন্যপ্রান্ত ধরিয়া টানা হইল। লোকটি দড়ির মাধ্যমে স্তম্ভকে টানে, স্তম্ভও তেমনি দড়ির মাধ্যমে বিপরীত দিকে লোকটিকে সমান ভাবে টানে। ক্রীড়া প্রতিযোগিতার সময় দুই দলের দড়ি টানাটানির (tug of war) সময় যদি দুই দল

সমানভাবে দড়ি টানে তবে দড়ি স্থির থাকে। এখানে দড়ির যে কোন বিন্দুতে দুই বিপরীতমুখী সমান টানের সৃষ্টি হয় এবং ইহাতে দড়ি স্থির থাকে।

(4) **আকর্ষণ (Attraction) এবং বিকর্ষণ (Repulsion) :** একটি চুম্বক ছোট একটি লোহাকে আকর্ষণ করিয়া নিজের দিকে টানিয়া লয়। বড় লোহার টুকরা ছোট চুম্বককে আকর্ষণ করিয়া টানিয়া লয়। লোহা এবং চুম্বক পরস্পরকে সমান বলে আকর্ষণ করে। চৌম্বক উত্তর মেরু চৌম্বক দক্ষিণ মেরুকে, ধনাত্মক তড়িৎগ্রস্ত বস্তু ঋণাত্মক তড়িৎগ্রস্ত বস্তুকে আকর্ষণ করে। আবার একই ধরণের চৌম্বক মেরুর মধ্যে কিংবা একই ধরণের তড়িৎগ্রস্ত বস্তুর মধ্যে বিকর্ষণ হয়।

(5) **ঘর্ষণ (Friction) :** যখন কোন বস্তুকে অন্য কোন বস্তুর অমসৃণ তলের উপর রাখিয়া অল্প বল প্রয়োগ করা হয় তখন বস্তু সরে না। এক্ষেত্রে ঘর্ষণ বল বস্তুর গতিকে বাধা দেয়।

উদাহরণ :

(1) 10 গ্রাম ভরবিশিষ্ট কোন বস্তু তারের সাহায্যে ঝোলান আছে। বস্তুটি 400 সে. মি./সেকেণ্ড^2 সমত্বরণের সহিত নীচে পড়িলে তারের টান নির্ণয় কর।

A mass of 10 gm is suspended by a string and is falling with a uniform acceleration of 400 cm/sec^2. Find the tension of the string.

বস্তুর ওজন mg নীচের দিকে ক্রিয়া করে এবং তারের উপর টান (tension) T উপরের দিকে তার বরাবর ক্রিয়া করে। দুই বলের সমন্বয়ে উৎপন্ন বল $F = mg - T$ নীচের দিকে ক্রিয়া করে। যদি বস্তুর ত্বরণ f হয় তবে

$$F = mg - T = mf$$

$\therefore \quad T = m(g - f) = 10 \times (980 - 400) = 5{,}800$ ডাইন।



চিত্র 3.2

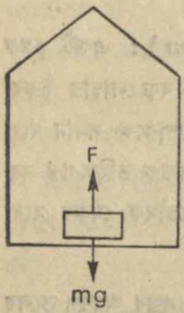
(2) লিফটের মেঝে এবং মানুষের পায়ের মধ্যে যে বল ক্রিয়া করে তাহা বাহির কর।

Investigate the force between a man's feet and the floor of a lift.

মনে করি মানুষের ভর m এবং এই ভরের জন্য আসল ওজন = mg = W। এখন মানুষ একটি চলন্ত লিফটের মধ্যে আছে। মনে করি লিফট মানুষের উপর F বল প্রয়োগ করিতেছে। F উপরের দিকে এবং ওজন mg নীচের দিকে কাজ করিতেছে (চিত্র 3.3)। সুতরাং মানুষের উপর উপরের দিকে লব্ধি বল $= F - mg$.

(i) স্থির লিফট : যেহেতু লিফটের কোন ত্বরণ নাই

$$F-mg=0 \text{ এবং } F=mg=W$$



চিত্র 3.3

(ii) লিফট সমবেগে উপরে যাইতেছে : এক্ষেত্রেও ত্বরণ$=0$ এবং $F=mg=W$

এই দুইটি ক্ষেত্রেই মানুষের আপাত ওজন আসল ওজনের সহিত সমান।

(iii) লিফট উপরের দিকে ত্বরণ f-এর সহিত চলিয়াছে : $F-mg=mf$, $\therefore F=m(g+f)$

নিউটনের তৃতীয় সূত্র অনুসারে ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার মান সমান। এখানে মানুষের উপর লিফটের প্রতিক্রিয়া F মানুষের ওজনের চেয়ে বেশী। মানুষ এক্ষেত্রে নীচের দিকে পা দিয়া F-এর সমান বল প্রয়োগ করিবে। সুতরাং মানুষের আপাত ওজন মানুষের আসল ওজন W-এর চেয়ে $\frac{g+f}{g}$ গুণ বেশী হইবে।

(iv) লিফট নীচের দিকে f ত্বরণের সহিত চলিয়াছে :

(a) $f<g$, $F-mg=-mf$, $\therefore F=m(g-f)$

মানুষের আপাত ওজন আসল ওজন W-র চেয়ে কম হইবে।

(b) $f=g$, $F=0$, মানুষ ওজন শূন্য বোধ করিবে।

(c) $f>g$, $F=-ve$. যদি মানুষের পা লিফটের মেঝের সঙ্গে দৃঢ়ভাবে সংবদ্ধ না থাকে তাহা হইলে বাস্তবে লিফটের মেঝে মানুষের পা হইতে আলাদা হইয়া যায়। লিফট f ত্বরণের সহিত নীচে নামে এবং $f>g$ হওয়ায় মানুষের মাথা লিফটের ছাদে গিয়া ঠেকে।

3.4 ঘাত (Impulse) : যদি কোন বস্তুর উপর $\vec{F}$ বল t সময় ধরিয়া ক্রিয়া করে এবং এই সময়ে বলের কোন পরিবর্তন না হয় তবে

$$\text{ঘাত}=\vec{F}\times t \qquad (3.3)$$

যদি এই বলের জন্য m ভরের বস্তুর বেগ t সময়ে $\vec{u}$ হইতে $\vec{v}$ হয় তবে

$$\vec{F}=\frac{m\vec{v}-m\vec{u}}{t}=\text{বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হার}$$

$$\therefore \text{ঘাত}=(m\vec{v}-m\vec{u})=\text{ভরবেগের পরিবর্তন} \qquad (3.4)$$

সুতরাং কোন বলের ফলে বস্তুর ভরবেগের যে মোট পরিবর্তন হয় তাহাকে ঘাত বলে।

কোন কোন ক্ষেত্রে যে সময় ধরিয়া বল ক্রিয়া করে সে সময়টি খুবই ক্ষুদ্র হয়, কিন্তু ভরবেগের বিরাট পরিবর্তন হয়। যেমন, হাতুড়ির ঘা, বিস্ফোরণ। এই ধরণের বলকে ঘাত বল বা Impulsive force বলে। ঘাত বলের জন্য সহজেই ভরবেগের পরিবর্তন বা ঘাত পরিমাপ করা যায়।

উদাহরণ :

(1) 10 পাউণ্ড ভর বিশিষ্ট কোন হাতুড়ি 40 ফুট/সেকেণ্ড বেগে নামে এবং কোন বস্তুর উপর আঘাত করিয়া $\frac{1}{40}$ সেকেণ্ডে থামিয়া যায়। হাতুড়ি দ্বারা প্রযোজ্য বলের গড় মান নির্ণয় কর।

A hammer having a mass of 10 lbs moves down with a velocity of 40 ft. /sec. and brought to rest in $\frac{1}{40}$ sec. by the object on which it strikes. Find the average force exerted by the hammer.

হাতুড়ির প্রাথমিক ভরবেগ $= 10 \text{ lb} \times 40$ ft./sec, অন্তিম ভরবেগ $= 0$

$\therefore$ ভরবেগের পরিবর্তন $= 0 - 400$ F. P. S. units = ঘাত = বল × সময়

$$\therefore \text{ বল } = -\frac{400}{\frac{1}{40}} = -16{,}000 \text{ পাউণ্ডাল।}$$

ঋণাত্মক চিহ্ন বোঝায় যে বস্তুটি হাতুড়ির উপর প্রতিক্রিয়ার সৃষ্টি করিয়া হাতুড়িকে স্থির করে।

হাতুড়ি যে বল প্রয়োগ করে $= 16{,}000$ পাউণ্ডাল।

(2) একটি ভারী পাথরকে ধীরে ধীরে কাঁচের প্লেটে রাখিলে প্লেট ভাঙে না, কিন্তু ছোট পাথরকে অনেক উঁচু হইতে প্লেটের উপর ছাড়িলে উহা সহজেই ভাঙিয়া যায়—ব্যাখ্যা কর।

Explain why a heavy stone does not break a glass plate when placed slowly on it while a very small stone dropped from a great height easily breaks it.

ভারী পাথরের প্রাথমিক ও অন্তিম বেগ শূন্য এবং ভরবেগের পরিবর্তন শূন্য। ইহাতে কাচের প্লেটের উপর কোন বল ক্রিয়া করে না। কিন্তু ছোট পাথরকে অনেক উঁচু জায়গা হইতে ফেলা হইলে ইহার ভরবেগের বিরাট পরিবর্তন হয়। সুতরাং কাচের প্লেটের উপর ইহা বল প্রয়োগ করে।

(3) 2 বর্গ সে. মি. প্রস্থচ্ছেদ বিশিষ্ট একটি জলের জেট সেকেণ্ডে 100 সে. মি. বেগে একটি সমতলের উপর লম্ব ভাবে পড়ে। দেয়ালে লাগার পর জলের গতি সম্পূর্ণ নষ্ট হইয়া যায়। সমতলের উপর প্রযোজ্য বলের মান নির্ণয় কর।

A jet of water of cross section 2 sq. cm. and speed 100 cm /sec. impinges normally upon a plane suface so that the velocity of water is destroyed on reaching the wall. Find the force exerted on the plane.

যে পরিমাণ জল প্রতি সেকেণ্ডে দেয়ালে লাগে তাহার আয়তন $= 2 \times 100$ c.c. এবং ভর $= 200$ গ্রাম।

এই পরিমাণ জলের প্রাথমিক ভরবেগ $= 200 \times 100$ C. G. S. units. দেয়ালে লাগার পর ইহার ভরবেগ = শূন্য।

$\therefore$ প্রতি সেকেণ্ডে ভরবেগের পরিবর্তন $= 200 \times 100$ C. G. S. units.

$\therefore$ জলের জেট দেয়ালে যে বল প্রয়োগ করে তাহা $= 20{,}000$ ডাইন।

3.5 ভরবেগের সংরক্ষণ বা নিত্যতা (Conservation of linear momentum): দুইটি বস্তুর একই সরলরেখায় স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ (Elastic collision of two particles moving in the same line): মনে করি দুইটি বস্তু A এবং B একই সরলরেখায় চলিয়াছে। যখন ইহারা পরস্পর সংঘর্ষ করে তখন নিউটনের তৃতীয় সূত্র অনুসারে B-র উপর A যে বল প্রয়োগ করে A-র উপর B সমান বল বিপরীত দিকে প্রয়োগ করে। যে সময় ধরিয়া সংঘর্ষ হয় সেই সময়ে এই দুইটি বলের ঘাত সমান ও বিপরীত হইবে। অর্থাৎ A-র ভরবেগের পরিবর্তন, B-র ভরবেগের পরিবর্তনের সমান ও বিপরীত হইবে। আমরা যদি ভরবেগ একই দিকে মাপি তাহা হইলে ঐ দিকে মোট ভরবেগের পরিবর্তন শূন্য হইবে। সুতরাং **সংঘর্ষে বস্তু দুইটির মোট ভরবেগের কোন পরিবর্তন হয় না (ভরবেগ একই দিকে মাপিতে হইবে)। ইহাকে ভরবেগের সংরক্ষণবাদ বা নিত্যতাবাদ বলে।** এখানে আমরা ধরিয়াছি যে কোন বস্তুর উপর বাহিরের কোন বল ক্রিয়া করিতেছে না। আর ধরিয়াছি যে সংঘর্ষের ফলে বস্তুর বেগের শুধু পরিবর্তন হইয়াছে, শব্দ, তাপ কিংবা অন্য কোন রকমভাবে বস্তু উহাদের শক্তি ক্ষয় করিতেছে না। এই ধরণের সংঘর্ষকে পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ (perfectly elastic collision) বলে।

মনে করি A ও B বস্তু দুইটি $\vec{u}$ এবং $\vec{v}$ বেগে কোন একদিকে চলিয়াছে। তাহা হইলে ইহাদের মোট ভরবেগ $= m\vec{u} + m'\vec{v}$ (A-র ভর m এবং B-র ভর m')। সংঘর্ষের

পর A-র বেগ যদি $\vec{u'}$ এবং B-র বেগ $\vec{v'}$ হয় (একই নির্দ্দিষ্ট দিকে বেগ মাপা হইয়াছে) তাহা হইলে

$$m\vec{u}+m'\vec{v}=m\vec{u'}+m'\vec{v'} \qquad (3.5)$$

অর্থাৎ ভরবেগের ভেক্টর যোগ অপরিবর্তিত থাকে।

ভরবেগের সংরক্ষণবাদ একাধিক বস্তুর ক্ষেত্রেও প্রযোজ্য। বস্তুগুলি একই সরল রেখায় চলিয়াছে। যে কোন ছোট সময়ের অবকাশে যে সকল সংঘর্ষ হয় তাহাদের প্রত্যেকটি ক্রিয়ার ঘাত প্রতিক্রিয়ার ঘাতের সমান ও বিপরীত হয়। সুতরাং ভরবেগে একই দিকে মাপা হইলে ভরবেগের মোট পরিবর্তন শূন্য হইবে। **বস্তুগুলির মোট ভরবেগের ভেক্টর যোগ অপরিবর্তিত থাকে।**

উদাহরণ : যখন কোন বন্দুক হইতে গুলি করা হয় গুলিটি সামনের দিকে যায় (গুলির সামনের দিকে ভরবেগ আছে), এবং বন্দুকটি পিছনের দিকে গুলির সমান ভরবেগের সহিত যায়। এই কারণেই গুলি করার সময় আমরা পিছনের দিকে বন্দুকের ধাক্কা খাই। মনে করি গুলির ভর m এবং ইহা সামনের দিকে $\vec{v}$ বেগে যায়। আর বন্দুকের ভর M এবং ইহা সামনের দিকে $\vec{V}$ বেগে যায়। সুতরাং ইহাদের সামনের দিকে মোট ভরবেগ$=m\vec{v}+M\vec{V}$। গুলি করার আগে বন্দুক এবং গুলি উভয়েই স্থির ছিল এবং উহাদের মোট ভরবেগ শূন্য ছিল। সুতরাং ভরবেগের সংরক্ষণসূত্র অনুসারে

$$m\vec{v}+M\vec{V}=O, \text{ অর্থাৎ } M\vec{V}=-m\vec{v}$$

ঋণাত্মক চিহ্ন হইতে আমরা বুঝি যে বন্দুকের বেগের দিক গুলির বেগের দিকের বিপরীত হইবে। অর্থাৎ গুলি সামনের দিকে গেলে বন্দুক পিছন দিকে যাইবে। আর বন্দুকের ভরবেগের মান=গুলির ভরবেগের মান।

জেট প্লেন ও রকেট : জেট প্লেন ও রকেটের পিছন দিক হইতে তরল ও গ্যাসীয় পদার্থ তীব্রবেগে বাহির হইয়া আসে। ইহার ফলে জেট প্লেন ও রকেটে প্রতিক্রিয়ার সৃষ্টি হয় এবং উহারা সামনে আগাইয়া যায়।

মনে করি প্রথমে রকেট স্থির আছে। উহার পিছন দিকের জেট হইতে u বেগে উত্তপ্ত গ্যাসীয় পদার্থ নির্গত হইতেছে। যদি জেটের প্রস্থচ্ছেদ (cross section) a হয় তাহা হইলে প্রতি সেকেণ্ডে যে পরিমাণ গ্যাস জেট হইতে নির্গত হয় তাহার

আয়তন $= au$, ভর $= m = a\rho u$, [(ρ = গ্যাসের ঘনত্ব (density)], এবং ইহার ভরবেগ $= mu = a\rho u^2$.

$\therefore$ প্রতি সেকেণ্ডে ভরবেগের পরিবর্তন $= mu = a\rho u^2$.

রকেটের সম্মুখের অংশে একই ভরবেগের পরিবর্তন হইবে প্রতি সেকেণ্ডে। সুতরাং নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র অনুসারে রকেট সম্মুখের দিকে যে বল অনুভব করিবে তাহা

$$F = mu = a\rho u^2$$

উদাহরণ :

(1) এক আউন্স ভরবিশিষ্ট বুলেট সেকেণ্ডে 100 ফুট বেগে রাইফেল হইতে বাহির হইয়া যায়। যদি ইহাতে রাইফেলের পশ্চাৎ গতি সেকেণ্ডে 2 ফুট হয় তাহা হইলে রাইফেলের ভর নির্ণয় কর।

A rifle bullet of mass one ounce leaves the rifle with a velocity of 100 ft./sec. Find the mass of the rifle if it tends to recoil with a velocity of 2 ft/sec.

ভরবেগের নিত্যতাবাদ হইতে পাই $MV = mv$

M = রাইফেলের ভর, m = বুলেটের ভর, V = রাইফেলের বেগের মান, v = বুলেটের বেগের মান

$$M = \frac{\frac{1}{16}\text{lb.} \times 100 \text{ ft./sec.}}{2 \text{ ft./sec.}} = \frac{25}{8} \text{ lb.} = 3 \text{ lb. } 2 \text{ ounce.}$$

(2) একটি গোলা সেকেণ্ডে 500 ফুট গতিতে চলিবার সময় বিস্ফোরণে দুই টুকরা হইয়া যায়। উহাদের ভর 50 এবং 100 পাউণ্ড। প্রথম অংশ গোলার প্রাথমিক দিকে সেকেণ্ডে 800 ফুট বেগে যায়। অন্য অংশের বেগ নির্ণয় কর।

A shell moving with a speed of 500 ft./sec. bursts into two parts of masses 50 lb and 100 lb. The former part moves in the same direction as the shell was moving, with a speed of 800 ft./sec. Find the velocity of the other part.

প্রথমে মোট ভরবেগ $= 150 \times 500$ F.P.S. units.

মনে করি বিস্ফোরণের পর দ্বিতীয় অংশ একই দিকে (যে দিকে প্রথম অংশ যাইতেছে) V বেগে যায়।

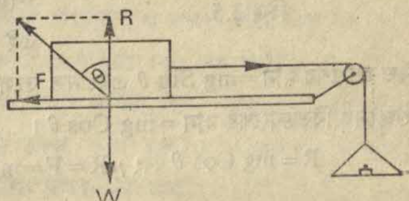
$\therefore$ বিস্ফোরণের পর মোট ভরবেগ $= (50 \times 800 + 100 \times V)$ F.P.S. units.

ভরবেগের সংরক্ষণসূত্র হইতে

$$150 \times 500 = 50 \times 800 + 100 \times V \quad \therefore \quad V = 350 \text{ ft/sec.}$$

3.6 ঘর্ষণ (Friction) : যখন কোন বস্তু অন্য কোন বস্তুর তলের উপর দিয়া চলে তখন বস্তুর গতি রোধ করিতে তলের উপর এক ধরণের বলের উৎপত্তি হয়। এই বলকে ঘর্ষণ বলে। কোন ক্রিকেট বলকে মাটিতে গড়াইয়া দিলে ঘর্ষণের জন্য বলটি কিছুদূর গিয়া থামিয়া যায়।

চূড়ান্ত ঘর্ষণ (Limiting friction) : মনে করি কোন চৌকণা বস্তুকে একটি অমসৃণ অনুভূমিক তলে (**horizontal plane**) রাখা আছে। একটি তারের সাহায্যে বস্তুটিকে একটি পাল্লার সহিত লাগান আছে (চিত্র 3.4)। তারটি একটি মসৃণ কপিকল (Pulley)-এর উপর দিয়া গিয়াছে। পাল্লাতে ধীরে ধীরে ওজন চাপাইতে থাকিলাম। প্রথমে দেখিব যে বস্তুটি স্থির আছে ; অর্থাৎ বস্তুকে টানার বল বাড়ানোর সঙ্গে সঙ্গে প্রতিরোধ বল ঘর্ষণও বৃদ্ধি পাইতেছে—দুই সমান ও বিপরীত বলের জন্য বস্তুটি স্থির আছে। এইভাবে পাল্লায় ওজন চাপাইতে চাপাইতে এক সময় বস্তুটি সবেমাত্র চলিবার উপক্রম করে। এই অবস্থায় বস্তুকে টানার বল ঘর্ষণ বলের সঙ্গে সমান। এই ঘর্ষণকে চূড়ান্ত ঘর্ষণ বলে। ইহাই ঘর্ষণের সবচেয়ে বড় মান। যদি বস্তুকে টানার বল চূড়ান্ত ঘর্ষণের চেয়ে বেশী হয় তাহা হইলে বস্তুটি চলিতে থাকিবে। আর বস্তুকে টানার বল চূড়ান্ত ঘর্ষণের চেয়ে কম হইলে বস্তুটি স্থির থাকিবে। চূড়ান্ত ঘর্ষণের মান যে দুইটি তল পরস্পর সংস্পর্শে থাকে তাহাদের মসৃণতার উপর নির্ভর করে।



চিত্র 3.4

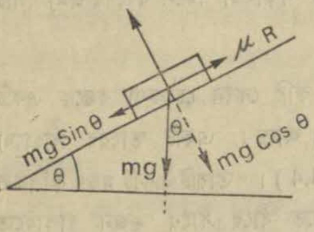
মনে করি উল্লম্বের দিকে বস্তুর উপর তলের প্রতিক্রিয়ার মান R (R-এর মান = বস্তুর ওজনের মান, যেহেতু বস্তুটি অনুভূমিক তলে আছে)। যদি চূড়ান্ত ঘর্ষণের মান F হয় তবে দুইটি নির্দিষ্ট তলের জন্য (যে দুইটি তল সংস্পর্শে থাকে)

$$F \propto R$$

ইহা পরীক্ষালব্ধ ফল। অতএব $\dfrac{F}{R} = \mu$

সমানুপাতিক ধ্রুবক μ-কে ঘর্ষণাঙ্ক (coefficient of friction) বলে। ঘর্ষণাঙ্ক তল দুইটির ক্ষেত্রফলের এবং উহাদের আপেক্ষিক বেগের উপর নির্ভর করে না। এখন যদি $\dfrac{F}{R} = \mu = \tan\theta$ লিখি তবে কোণ θ-কে বলা হয় ঘর্ষণ কোণ (angle of friction)। বস্তুটি যদি অনুভূমিক তলে থাকে তাহা হইলে চূড়ান্ত ঘর্ষণ $\vec{F}$ এবং

প্রতিক্রিয়া $\vec{R}$-এর ভেক্টর যোগে লব্ধি বল $\vec{R}$-এর সহিত যে কোণ করে তাহাকে ঘর্ষণ কোণ বলে। মনে করি বস্তুটিকে একটি অনুভূমিক তলে রাখা আছে। বস্তুর ভর=m।



চিত্র 3.5

এইবার তলটিকে ধীরে ধীরে অনুভূমির সহিত ঢালু করিয়া উপরে তোলা হইল যাহাতে উহা অনুভূমির সহিত একটি কোণ করিয়া থাকে (চিত্র 3.5)। এই কোণের মান বাড়াইতে বাড়াইতে এক সময়ে দেখা যাইবে যে বস্তুটি সবেমাত্র চলিতে আরম্ভ করিয়াছে। এই কোণকে ঘর্ষণ কোণ বলে। এই অবস্থায় নত তল বরাবর বস্তুর ওজনের বিভক্তাংশের মান=mg Sin θ এবং নত তলের সহিত অভিলম্ব (normal) ভাবে বস্তুর ওজনের বিভক্তাংশের মান = mg Cos θ। এখানে θ=ঘর্ষণ কোণ। সাম্য অবস্থায়

$$R = mg \cos\theta \text{ এবং } \mu R = F = mg \sin\theta, \ \therefore \mu = \tan\theta$$

অমসৃণ তলে বস্তুর গতি (Motion on a rough plane) : মনে করি কোন বস্তু অমসৃণ তলে চলিয়াছে। বস্তুর উপর চূড়ান্ত ঘর্ষণ $F=\mu R$ বস্তুর গতিকে রোধ করিবার চেষ্টা করে। মনে করি তলটি অনুভূমির সহিত α কোণ করিয়া আছে ($\alpha > \theta$, θ=ঘর্ষণ কোণ)। তলটির সহিত অভিলম্ব ভাবে উপরের দিকে বস্তুর উপর মোট বল=R – mg Cos α। যেহেতু তলের সহিত লম্বভাবে বস্তুর কোন গতি নাই,

$$R - mg \cos\alpha = 0 \qquad (1)$$

নত তল বরাবর (ঢালুর দিকে) বস্তুর উপর মোট বল = mg Sin $\alpha - \mu$ R.

$\therefore$ তলটির ঢালু বরাবর বস্তুর ত্বরণ

$$f = \frac{mg \sin\alpha - \mu R}{m}$$

(1) হইতে পাই $f = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$ (3.6)

(3.6) সমীকরণ হইতে আমরা নত তলে বস্তুর ত্বরণ নির্ণয় করিতে পারি।

ঘর্ষণের ফল : আমাদের জীবনে ঘর্ষণের প্রচণ্ড প্রয়োজনীতা আছে। ইহার জন্যই আমরা রাস্তায় চলিতে ও গাড়ী চালাইতে সক্ষম হই। ঘর্ষণ না থাকিলে আমরা রাস্তায় হাঁটিতেই পারিতাম না এবং গাড়ীর ব্রেক কষাও সম্ভব হইত না। আবার ঘর্ষণের জন্যই মেসিনের বিভিন্ন অংশ বেল্ট দ্বারা ঘোরান সম্ভবপর হয়। সেইজন্য ঘর্ষণ বৃদ্ধি করিবার জন্য তলকে অনেক সময় অমসৃন করা হয়। পিচ্ছিল মাঠে বালি ছড়ান

হয় এই কারণেই। বেহালার ছড়িতে রেসিন লাগান হয় যাহাতে উহা তারের উপর স্লিপ না করে। মোটরের টায়ার অমসৃণ করা হয় যাহাতে রাস্তায় উহা স্লিপ না করে।

আবার ঘর্ষণের জন্য এই বলের বিরুদ্ধে কাজ করিতে অহেতুক প্রচুর শক্তিক্ষয় হয়। ইহার জন্য মেসিনের বিভিন্ন অংশের অনেক ক্ষয়ক্ষতি হয়। ঘর্ষণের বিরুদ্ধে মেসিন চলে বলিয়া অনেক সময় তাপের সৃষ্টি হয় এবং মেসিনের কার্যকারিতা কমাইয়া দেয়। সেইজন্য মেসিনে পিছিল পদার্থ ব্যবহার করিয়া উহার তলকে মসৃণ করা হয়।

গতি ঘর্ষণ (Kinetic or dynamic friction) : বস্তু যখন কোন ঢালু তলের উপর দিয়া নীচে কোন গতির সহিত নামিতে থাকে (গড়াইয়া নহে) তখন উহার গতিকে রোধ করিবার জন্য যে ঘর্ষণ বল কাজ করে তাহাকে গতি ঘর্ষণ বলে। দেখা গিয়াছে যে দুইটি তলের জন্য গতি ঘর্ষণের মান চূড়ান্ত ঘর্ষণের চেয়ে কিছু কম হয়। এই কারণে ঘর্ষণের বিরুদ্ধে কোন বস্তুকে প্রথমে চালাইতে বেশ বেগ পাইতে হয়, কিন্তু একবার চলিতে আরম্ভ করিলে, যেহেতু ঘর্ষণের মান কমিয়া যায়, উহাকে চালান সহজ হয়। তবে গতি ও স্থিতি ঘর্ষণাঙ্কের মধ্যে তফাৎ এত কম যে সাধারণতঃ উভয়কে একই ধরা হয়। কোন বস্তু যখন কোন তলের উপর দিয়া গড়াইয়া নামে তখন যে ঘর্ষণ কাজ করে তাহার মান গতি ও স্থিতি ঘর্ষণের চেয়ে অনেক কম হয়। বস্তু কোন তলের উপর গড়াইয়া চলিলে যে ঘর্ষণ উহার গতিকে রোধ করে তাহার নাম ঘূর্ণমান ঘর্ষণ (Rolling friction)।

উদাহরণ :

একটি অমসৃণ নত তলের উপর দিয়া কোন বস্তু নামে। উহাদের জন্য ঘর্ষণাঙ্ক 3/4 এবং নত তলটি অনুভূমিক তলের সহিত $\pi/4$ কোণ করিয়া আছে। দেখাও যে এই অমসৃণ তলে কোন দূরত্ব যাইতে যে সময় লাগে তাহা তলটি মসৃণ হইলে যে সময় লাগিত তাহার দ্বিগুণ।

A body slides down a rough inclined plane whose inclination to the horizon is $\pi/4$ and whose coefficient of friction is $\frac{3}{4}$, show that the time of descending any space is twice what it would be if the plane were perfectly smooth.

অমসৃণ তলে ত্বরণ $= f = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$ [(3·6) সমীকরণ হইতে]

মসৃণ তলে ত্বরণ $= f' = g\sin\alpha$, S দূরত্ব যাইতে সময় :

(i) অমসৃণ তলে $S = \frac{1}{2}ft^2$ এবং (ii) মসৃণ তলে $S = \frac{1}{2}f't'^2$

অমসৃণ তলে t এবং মসৃণ তলে t´ সময় লাগে।

$$\therefore \frac{t}{t'} = \sqrt{\frac{f}{t'}} = \sqrt{\frac{g\sin\alpha}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}} = \sqrt{\frac{1}{1-3/4}} = 2$$

চতুর্থ পরিচ্ছেদ

কার্য (Work), শক্তি (Energy) এবং ক্ষমতা (Power)

4.1 **কার্য :** কোন বল কোন বস্তুর উপর যে বিন্দুতে ক্রিয়া করে তাহাকে বলের প্রয়োগ বিন্দু (Point of application of the force) বলে। কোন বস্তুতে $\vec{F}$ বল ক্রিয়ার ফলে বলের প্রয়োগ বিন্দুর যদি $\vec{S}$ সরণ হয় তাহা হইলে বলের দ্বারা কার্য W-এর পরিমাণ

$$W = \vec{F} . \vec{S} \qquad (4.1)$$

ইহা হইল $\vec{F}$ ও $\vec{S}$-এর স্কেলার গুণ। যদি বলের দিক ও সরণের দিকের মধ্যে θ কোণ হয় তবে

$$W = FS \cos \theta \qquad (4.2)$$

বল ও সরণের দিক যদি একই হয় $\theta = 0$ এবং

$$W = FS \qquad (4.3)$$

কার্যের একক : একক বল কোন বস্তুর উপর ক্রিয়া করিলে বস্তুটি যদি প্রযোজ্য বলের দিকে একক দূরত্বে যায় তাহা হইলে বল যে কার্য করে তাহাকে একক কার্য বলে।

(i) **সি. জি. এস. পদ্ধতি :** এই পদ্ধতিতে কার্যের একক **আর্গ** (erg)। (4.3) সমীকরণে F = 1 ডাইন, S = 1 সেমি তাহা হইলে W = 1 আর্গ। অর্থাৎ, 1 ডাইন বল কোন বস্তুর উপর ক্রিয়া করিলে বস্তুটি যদি প্রযোজ্য বলের দিকে 1 সেমি. দূরত্বে যায় তাহা হইলে বল যে কার্য করে তাহা এক আর্গ।

(ii) **এফ. পি. এস. পদ্ধতি :** এই পদ্ধতিতে কার্যের একক **ফুট পাউণ্ডাল।** (4,3) সমীকরণে F = 1 পাউণ্ডাল এবং S = 1 ফুট হইলে W = 1 ফুট পাউণ্ডাল।

1 ফুট পাউণ্ডাল = 1 পাউণ্ডাল × 1 ফুট

13826 ডাইন × 30.48 সে. মি. = 42142 আর্গ (প্রায়)

(iii) **এম. কে. এস. পদ্ধতি :** এই পদ্ধতিতে কার্যের একক **জুল** (Joule)। (4.3) সমীকরণে F = 1 নিউটন, S = 1 মি. হইলে W = 1 জুল। 1 জুল = 1 নিউটন × 1 মি. = 10^5 ডাইন × 100 সে. মি. = 10^7 আর্গ। জুল কার্যের ব্যবহারিক একক।

(iv) **অভিকর্ষ একক :** পৃথিবীর অভিকর্ষ বল কোন বস্তুর উপর ক্রিয়া করিয়া কার্য করে। (4.3) সমীকরণে যদি $F=1$ পাউণ্ড ওজন এবং $S=1$ ফুট হয় তবে $W=1$ ফুট-পাউণ্ড। অর্থাৎ, এক পাউণ্ড ভর বিশিষ্ট কোন বস্তু পৃথিবীর আকর্ষণ বলের জন্য যদি এক ফুট উপর হইতে সোজা নামে তাহা হইলে বল যে কার্য করে তাহাকে এক ফুট-পাউণ্ড বলে।

1 ফুট-পাউণ্ড = 32 পাউণ্ডাল × 1 ফুট = 32 ফুট পাউণ্ডাল

বলের বিরুদ্ধে কার্য : কোন ব্যক্তি যদি কোন বস্তুকে বলের বিরুদ্ধে সরায় তাহা হইলে ব্যক্তিটি বলের বিরুদ্ধে কার্য করে। কোন বস্তুকে আমরা যখন মাটি হইতে উপরে তুলি তখন আমরা পৃথিবীর অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কার্য করি। কোন বস্তুকে যখন অনুভূমিক তলের উপর দিয়া লইয়া যাওয়া হয় তখন অভিকর্ষ বল কোন কার্য করে না [যেহেতু পৃথিবীর আকর্ষণ বল ও বস্তুর সরণের মধ্যে কোণ $\theta=90^\circ$—(4.2) সমীকরণ দেখ]। এক্ষেত্রে ঘর্ষণের বিরুদ্ধে কার্য করা হয়। কোন ব্যক্তি F বলের বিরুদ্ধে বল যে দিকে ক্রিয়া করে ঠিক তাহার বিপরীত দিকে কোন বস্তুকে যদি S দূরত্বে সরায় তাহা হইলে ব্যক্তিটি যে পরিমাণ কাজ করে তাহা হইল $W=FS$.

4.2 **শক্তি :** কার্য করিবার সামর্থকে শক্তি বলে। বিদ্যুৎ শক্তির সাহায্যে অনেক কলকারখানা, ট্রাম ইত্যাদি চালান হইতেছে। স্টীমের শক্তির দ্বারা ইঞ্জিন চলিতেছে, পেট্রোল ও নানাবিধ তেলের রাসায়নিক শক্তির দ্বারা ইঞ্জিন, মোটর গাড়ী ইত্যাদি চলিতেছে। বেশী শক্তি থাকিলে বেশী কার্য করিতে পারে। বস্তুর শক্তির পরিমাণ হইল উহা কতখানি কার্য করিতে পারে। শক্তির পরিমাপের একক এবং কার্যের একক একই।

বিভিন্ন শক্তিকে মোটামুটি সাতভাগে ভাগ করা যায়। যথা : (1) যান্ত্রিক-শক্তি (Mechanical energy), (2) তাপ শক্তি (Heat energy) (3) শব্দ শক্তি (Sound energy), (4) আলোক শক্তি (Light energy), (5) চৌম্বক শক্তি (Magnetic energy), (6) তড়িৎ শক্তি (Electrical energy), (7) রাসায়নিক শক্তি (Chemcial energy)।

যান্ত্রিক শক্তিকে দুই ভাগে ভাগ করা যায় : (1) গতি শক্তি (Kinetic energy), (2) স্থিতি শক্তি (Potential energy)।

গতিশক্তি : মনে করি m ভরবিশিষ্ট কোন বস্তু v বেগে চলিয়াছে। এখন বস্তুর বেগের বিপরীত দিকে অপরিবর্তিত বল F বস্তুর উপর ক্রিয়া করাতে উহা বলের বিরুদ্ধে s দূরত্বে গিয়া থামিয়া গেল। সুতরাং বস্তুটি বলের বিরুদ্ধে যে পরিমাণ কার্য করে তাহা

হইল Fs—ইহা বস্তুর গতিশক্তির মাপ। বস্তুর বিরুদ্ধে F বল ক্রিয়া করাতে মনে করি বস্তুতে f মন্দনের সৃষ্টি হইয়াছে।

$$\therefore \quad F=mf$$

বস্তুর চূড়ান্ত বেগ = শূন্য। সুতরাং

$$0=v^2-2fs \text{ বা, } s=\frac{v^2}{2f}$$

$$\therefore \text{ বস্তুর গতিশক্তি}=Fs=mf.\frac{v^2}{2f}=\tfrac{1}{2}mv^2 \quad (4.4)$$

গতিশক্তির পরিমাপের একক এবং কার্যের একক একই।

স্থিতিশক্তি (Poential Energy) : বস্তু উহার অবস্থার জন্য কার্য করিবার ক্ষমতা অর্জন করে এবং এই অবস্থানঘটিত শক্তিকে স্থিতিশক্তি বলে। ঘড়ির স্প্রিং যখন বাঁকান অবস্থায় থাকে তখন ইহার স্থিতিশক্তি আছে। স্প্রিং যখন ধীরে ধীরে খোলে তখন ঘড়ির বিভিন্ন অংশকে চালায় এবং এইভাবে স্প্রিং কার্য করে। স্প্রিং স্বাভাবিক অবস্থা ফিরিয়া পাইবার সময় কার্য করে। কোন বস্তুকে পৃথিবীর তল হইতে উপরে লইয়া গেলে বস্তুটি কার্য করিবার ক্ষমতা অর্জন করে। উপর হইতে একখণ্ড পাথর মাটির উপর কোন বস্তুর উপর ছাড়িয়া দিলে পাথরের ওজনের জন্য বস্তুটি মাটির ভিতরে ঢুকিয়া যায়। পাথরকে উপরে লইয়া গেলে পাথর নিজের ওজনের জন্য স্থিতিশক্তি লাভ করে। উপর হইতে জল ছাড়িয়া চাকা ঘুরাইতে পারি, বিদ্যুৎ উৎপন্ন করিতে পারি। উচ্চ চাপে অবস্থিত কোন গ্যাস কার্য করিবার ক্ষমতা অর্জন করে। বস্তুর অবস্থার এবং অবস্থানের পরিবর্তনের জন্য বস্তুটি স্বাভাবিক অবস্থা ফিরিয়া পাইতে চেষ্টা করে এবং স্বাভাবিক অবস্থায় ফিরিয়া আসিবার সময় বস্তুটি কার্য করে। এই ধরণের অবস্থানঘটিত শক্তিকে স্থিতিশক্তি বলে।

পৃথিবীর তল হইতে h দূরত্বে উপরে অবস্থিত বস্তুর স্থিতিশক্তি : পৃথিবীর তলের উপর অবস্থিত বস্তুর পৃথিবীর আকর্ষণহেতু স্থিতিশক্তিকে শূন্য ধরা হয়। মনে করি m ভরবিশিষ্ট কোন বস্তুকে পৃথিবীর তল হইতে সোজা উপরে h দূরত্বে লইয়া যাওয়া হইল। বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণের জন্য যে বল ক্রিয়া করে তাহা F=mg, এবং ইহা বস্তুর উপর নীচের দিকে পৃথিবীর কেন্দ্রাভিমুখে ক্রিয়া করে। সুতরাং বস্তুটি F বলের বিরুদ্ধে h দূরত্বে লইয়া গেলে বলের বিরুদ্ধে যে পরিমাণ কার্য করা হয় তাহা=Fh =mgh ইহা হইল বস্তুর স্থিতিশক্তির পরিমাণ। বস্তুটিকে উপর হইতে ছাড়িয়া দিলে বস্তুটি পৃথিবীর উপরে পড়িবার সময় ঠিক সমপরিমাণ কার্য mgh করে।

শক্তির সংরক্ষণবাদ বা নিত্যতাবাদ (Principle of Conservation of Energy) : মনে করি কোন একটি সম্পূর্ণ পৃথক জগতে (isolated system) অনেক বস্তু ক্রিয়া, প্রতিক্রিয়া এবং সংঘর্ষ করিতেছে এবং ইহার ফলে অনবরত শক্তির রূপান্তর ঘটিতেছে। কিন্তু এখানে **যে কোন মুহূর্তে মোট শক্তির পরিমাণ অপরিবর্তিত রহিবে। ইহাকে শক্তির সংরক্ষণবাদ বলে।** সুতরাং একটি পৃথক জগতে মোট শক্তির পরিমাণ ধ্রুবক, নূতন শক্তি সৃষ্টি করা বা শক্তি ধ্বংস করা সম্ভব নহে। [আইনষ্টাইন পরে দেখাইয়াছেন যে ভরকে শক্তিতে রূপান্তর করা সম্ভব। সুতরাং একটি জগতে মোট ভর ও শক্তির পরিমাণ ধ্রুবক]।

উদাহরণ :

m ভরবিশিষ্ট কোন বস্তুকে h উচ্চতা হইতে ছাড়িয়া দিলে প্রমাণ কর যে বস্তুর মোট গতি ও স্থিতিশক্তির যোগফল বস্তুর পতনের যে কোন মুহূর্তে ধ্রুবক থাকিবে।

Prove that when a particle of mass m is dropped from a height h, the sum of its kinetic and potential energies at any instant during the motion is constant.

h উচ্চতায় বস্তুর স্থিতিশক্তি $= mgh$ এবং যেহেতু বস্তুটি স্থির রহিয়াছে উহার গতিশক্তি $=$ শূন্য। সুতরাং বস্তুর পতনের ঠিক আগের মুহূর্তে বস্তুর মোট গতি ও স্থিতিশক্তি $= mgh$. বস্তুটি যখন নীচে নামিতে থাকে তখন উহার বেগ ক্রমশই বাড়িতে থাকে এবং উচ্চতা ক্রমশই কমিতে থাকে—ইহাতে বস্তুর গতিশক্তির পরিমাণ বাড়ে এবং স্থিতিশক্তির পরিমাণ কমে। মনে করি কোন এক সময়ে বস্তুটি উপর হইতে x দূরত্বে নামিয়াছে, অর্থাৎ, উহা পৃথিবীর তল হইতে $(h-x)$ উচ্চতায় রহিয়াছে। মনে করি এই সময়ে বস্তুর বেগ $= v$.

$$v^2 = u^2 + 2gx$$

বস্তুর প্রাথমিক বেগ $= u = 0$; বস্তুটি g ত্বরণের সহিত নামিতেছে।

$\therefore$ এই মুহূর্তে বস্তুর গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m.\ 2gx = mgx$ এবং বস্তুর স্থিতিশক্তি $= mg\,(h - x) = mgh - mgx$

$\therefore$ বস্তুর মোট শক্তি $=$ গতিশক্তি $+$ স্থিতিশক্তি $= mgh$। ইহা একটি ধ্রুবক এবং যে দূরত্বে (x) বস্তুটি নামিয়াছে তাহার উপর ইহা নির্ভর করে না। ভূমি স্পর্শ করিবার মুহূর্তে বস্তুর স্থিতিশক্তি শূন্য এবং গতিশক্তি mgh। এখানে স্থিতিশক্তি ক্রমশ গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হইয়াছে, কিন্তু মোট শক্তির পরিমাণ অপরিবর্তিত রহিয়াছে।

একটি দোলক (pendulum) যখন দোলে তখন দোলন বস্তুর সবচেয়ে উপরের

অবস্থানে কেবলমাত্র স্থিতিশক্তি থাকে এবং সবচেয়ে নীচের অবস্থানে কেবলমাত্র গতিশক্তি থাকে। সুতরাং উপরের অবস্থান হইতে বস্তুটি যখন নীচের দিকে নামে তখন স্থিতিশক্তি গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। আবার নীচের অবস্থান হইতে বস্তুটি যখন উপরের দিকে যায় তখন গতিশক্তি স্থিতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। এইভাবে দোলনের সময় অনবরত শক্তির রূপান্তর ঘটিতেছে।

4.3 **ক্ষমতা ঃ** কার্য করিবার হারকে ক্ষমতা বলে।

$$\text{ক্ষমতা} = \frac{\text{কার্য}}{\text{সময়}}$$

অর্থাৎ একক সময়ে যে পরিমাণ কার্য করা হয় তাহাকে ক্ষমতা বলে।

ক্ষমতার একক : (i) **ওয়াট (Watt) :** প্রতি সেকেণ্ডে যদি 1 জুল বা 10^7 আর্গ কার্য করে তাহাকে এক ওয়াট বলে। ইহা ক্ষমতার ব্যবহারিক একক।

(ii) **হর্স পাওয়ার (Horse Power) :** প্রতি সেকেণ্ডে যদি 550 ফুট-পাউণ্ড বা 550×32 ফুট পাউণ্ডাল কার্য করে তাহাকে এক হর্স পাওয়ার (**H.P.**) বলে।

উদাহরণ :

(1) হর্স পাওয়ার এবং ওয়াটের মধ্যে সম্পর্ক বাহির কর।

Derive the relation between the horse power and the watt.

1 H. P. = 550×32 ফুট পাউণ্ডাল/সেকেণ্ড

= 550×32×30·48 সেমি.×(453·6×30·48) ডাইন/সেকেণ্ড

= 746×10^7 আর্গ/সেকেণ্ড (প্রায়) = 746 ওয়াট

(2) রাস্তার তল হইতে 15 মিটার উচ্চ একটা বাড়ীর উপরে 60 কেজির একটি লোক হাঁটিয়া উঠিয়া যায়। (i) সে কত জুল কাজ করিয়াছে? (ii) তাহার স্থিতিশক্তির কত বৃদ্ধি হইয়াছে?

A man whose mass is 60 kg walks upto the top of a building whose height is 15 metres above the street level. (i) How many joules of work has he done? (ii) What is the increase in his potential energy?

(i) মানুষের উপর পৃথিবীর অভিকর্ষ বল = mg = $60\times10^3\times980$ ডাইন।

অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কার্যের পরিমাণ = mgh

= $60\times10^3\times980\times15\times100$ আর্গ

= 8820×10^7 আর্গ = 8820 জুল

(ii) মানুষের স্থিতিশক্তি = mgh = 8820 জুল

(3) 200 ফুট গভীর কয়লা খনি হইতে ঘন্টায় 100 টন কয়লা তুলিতে কত হর্স পাওয়ারের ইঞ্জিন দরকার ? (1 টন = 2240 পাউণ্ড)

What horse power engine is required to hoist 100 tons of coal per hour from a mine 200 ft. deep ? (1 ton = 2240 lbs.)

কয়লার ভর = 100 টন = 100×2240 পাউণ্ড। এই ভর অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে 200 ফুট উপরে তুলিতে হইবে। প্রতি ঘন্টায় অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে ইঞ্জিন কার্য করে

$= 100 \times 2240 \times 200$ ফুট পাউণ্ড

প্রতি সেকেণ্ডে কার্য করে $= \dfrac{100 \times 2240 \times 200}{60 \times 60} = \dfrac{100 \times 1120}{9}$ ফুট পাউণ্ড

$\therefore$ ইঞ্জিনের ক্ষমতা $= \dfrac{100 \times 1120}{9 \times 550}$ H. P. $= 22{\cdot}6$ H. P.

(4) এক টন ওজনের একটা মোটর গাড়ী ঘন্টায় 20 মাইল গতিতে কোন রাস্তায় চলে। এই গাড়ী কোন নত তলে একই গতিতে উঠিলে কত অতিরিক্ত হর্স পাওয়ারের ইঞ্জিন দরকার হইবে ? নত তলের উপর 50 ফুট গেলে উলম্ব বরাবর ওঠে 1 ফুট।

A motor car weighing 1 ton is driven along a road at a speed of 20 m. p. h. What additional H. P. must the engine develop to maintain the same speed up on inclination rising 1 foot vertically for 50 feet along the slope ?

মোটর গাড়ীর দ্রুতি = 20 miles/hr $= \frac{22}{15} \times 20$ ft./sec. $= \frac{88}{3}$ ft./sec.

$\therefore$ প্রতি সেকেণ্ডে ইহা যে দূরত্বে যায় $= \frac{88}{3}$ ft.

50 ফুট গেলে (নত তলে) ইহা সোজা উপরে যায় 1 ফুট

$\therefore$ $\frac{88}{3}$ ... ... $\frac{1}{50} \times \frac{88}{3}$ ফুট

$\therefore$ প্রতি সেকেণ্ডে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কার্যের পরিমাণ]

$= 2240 \times \dfrac{1}{50} \times \dfrac{88}{3}$ ফুট পাউণ্ড

$\therefore$ অতিরিক্ত হর্স পাওয়ার দরকার $= \dfrac{2240 \times 88}{50 \times 3 \times 550} = 2{\cdot}39$

(5) এক আউন্স ভরের একটা বুলেট সেকেণ্ডে 400 ফুট বেগে কোন লক্ষ্যবস্তুতে আঘাত করে এবং উহাতে 3 ইঞ্চি ঢুকিয়া স্থির হয়। লক্ষ্যবস্তু যে প্রতিরোধ বল প্রদান করে তাহার গড় মান নির্ণয় কর।

A bullet of mass one ounce strikes a target with a velocity of 400 ft./sec. and is brought to rest after piercing 3 inches into it. Calculate the average resistance offered by the target.

বুলেটের গতিশক্তি $=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\times\frac{1}{16}\times(400)^2$ ফুট পাউণ্ডাল। যদি বস্তুর প্রতিরোধ বল F পাউণ্ডাল হয় তবে প্রতিরোধ বলের বিরুদ্ধে যে পরিমাণ কার্য করা হয় তাহা $FS=F\times\frac{3}{12}$ ফুট পাউণ্ডাল = বুলেটের গতিশক্তি

$$\therefore F=\frac{400\times400}{2\times16}\times\frac{12}{3}=20{,}000 \text{ পাউণ্ডাল।}$$

(6) M ভরের কোন বন্দুক হইতে m ভরের একটি গুলি বন্দুকের সাপেক্ষে u বেগে নির্গত হইল। প্রমাণ কর যে গুলি এবং বন্দুকের প্রকৃত বেগ যথাক্রমে $\frac{Mu}{M+m}$ এবং $\frac{mu}{M+m}$, এবং উহাদের গতিশক্তি উহাদের ভরের সহিত ব্যস্তানুপাতিক।

A shot of mass m is fired from a gun of mass M with velocity u relative to the gun; show that the actual velocities of the shot and gun are $\frac{Mu}{M+m}$ and $\frac{mu}{M+m}$ respectively and their K. E. are inversely proportional to their masses.

মনে করি গুলির ও বন্দুকের প্রকৃত বেগ u_1 এবং u_2 (উভয়কে একই দিকে মাপা হইয়াছে)। ভরবেগের সংরক্ষণবাদ হইতে

$$mu_1+Mu_2=0 \qquad (1)$$

$$\text{আপেক্ষিক বেগ } u=u_1-u_2 \qquad (2)$$

(1) এবং (2) সমীকরণ হইতে সমাধান করিয়া পাই

$$u_1=\frac{Mu}{M+m};\ u_2=-\frac{mu}{M+m}$$

সুতরাং, u_1 এবং u_2 পরস্পরের বিপরীত দিক নির্দেশ করে। উহাদের K.E.-এর অনুপাত—

$$\frac{E_1}{E_2}=\frac{\frac{1}{2}mu_1^2}{\frac{1}{2}Mu_2^2}=\frac{M}{m}.$$

(7) 100 টন ভরের একটি ট্রেনে 5 মিনিটে সমতলে ঘণ্টায় 50 মাইল বেগ উৎপন্ন করিতে হইবে। ঘর্ষণাদির জন্য প্রতিরোধ বল টন প্রতি 10 পাউণ্ড ওজন। যদি ইঞ্জিনের টান অপরিবর্তিত থাকে তাহা হইলে ইহার জন্য কম পক্ষে কত হর্স পাওয়ারের ইঞ্জিন প্রয়োজন তাহা বাহির কর।

Find the least H.P. of an engine which is able in 5 min. to generate in a train of mass 100 tons, a velocity of 50 m. p. h. on a

level line, the resistance due to friction etc. being equal to 10 lb. wt. per ton, and the pull of the engine being assumed constant.

মোট ঘর্ষণ বলের পরিমাণ $=10\times 100$ পাউণ্ড ওজন

ঘণ্টায় 50 মাইল = সেকেণ্ডে $\frac{22}{15}\times 50$ ফুট $=\frac{220}{3}$ ফুট

$\therefore$ প্রতি সেকেণ্ডে ঘর্ষণ বলের বিরুদ্ধে কার্য $=10\times 100\times\frac{220}{3}$ ফুট পাউণ্ড

$\therefore$ ঘর্ষণ বলের জন্য ইঞ্জিনের দরকারী ক্ষমতা $=\frac{10\times 100\times 220}{550\times 3}$ H. P. $=\frac{400}{3}$ H. P.

বাকী ক্ষমতা ট্রেনকে বেগ প্রদান করে এবং ইহার জন্য আমরা মনে করিতে পারি যে ট্রেনটি মসৃণ তলের উপর দিয়া চলিয়াছে। এই ক্ষমতা ট্রেনকে 5 মিনিটে যে বেগ প্রদান করে তাহা 220/3 ft./sec.। মনে করি ইহার জন্য F পাউণ্ডাল বলের প্রয়োজন। সুতরাং ত্বরণ f হইবে (ঘর্ষণের অনুপস্থিতিতে)

$$f=\frac{F}{100\times 2240}\text{ ft./sec.}$$

$$\therefore\ \frac{220}{3}=ft=\frac{F}{100\times 2240}\times 5\times 60$$

$$\therefore\ F=\frac{220\times 100\times 2240}{3\times 5\times 60}=\frac{11\times 20\times 2240}{9}\text{ পাউণ্ডাল}$$

$\therefore$ ইহার প্রয়োজনীয় ক্ষমতা $=F\times\frac{220}{3}\times\frac{1}{32\times 550}$ H.P. $=227\cdot 33$ H.P.

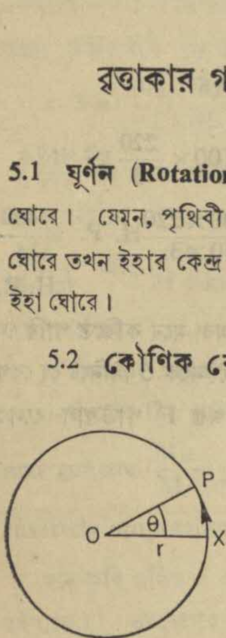
$\therefore$ মোট প্রয়োজনীয় ক্ষমতা $=(133\cdot 33+227\cdot 33)$ H.P. $=360\cdot 66$ H.P.

পঞ্চম পরিচ্ছেদ

বৃত্তাকার গতির বিদ্যা (Dynamics of Circular Motion)

5.1 ঘূর্ণন (Rotation) : ঘুরিবার সময় কোন কঠিন বস্তু কোন অক্ষের চারিপাশে ঘোরে। যেমন, পৃথিবী নিজের অক্ষের চারিপাশে ঘুরিতেছে। কোন চাকা যখন ঘোরে তখন ইহার কেন্দ্র দিয়া চাকার তলের সহিত লম্বভাবে অঙ্কিত অক্ষের চারিপাশে ইহা ঘোরে।

5.2 কৌণিক বেগ (Angular velocity) : মনে করি O একটি নির্দিষ্ট বিন্দু এবং OX একটি সরলরেখা (চিত্র 5.1)। X বিন্দুটি O-কে কেন্দ্র করিয়া বৃত্তাকার পথে ঘড়ির কাঁটা ঘোরার বিপরীত দিকে ঘুরিতেছে এবং t সময়ে ইহা P বিন্দুতে আসিয়াছে। $\angle POX = \theta$। বিন্দুটির কৌণিক বেগ $\omega = \theta/t$.



চিত্র 5.1

সুতরাং, **একক সময়ে কোন বিন্দু বৃত্তাকার পথে ঘুরিবার সময় কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তাহাকে কৌণিক বেগ বলে।** এখন XP হইল বৃত্তের একটি চাপ (arc) ; [সুতরাং, আমরা জানি $PX = r\theta$, $r = OX =$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ [এখানে θ-কে রেডিয়ানে মাপিতে হইবে]। যদি P বিন্দুটি X-এর খুব নিকটে হয় (অর্থাৎ সময় t খুবই ক্ষুদ্র হয়) তাহা হইলে XP-কে আমরা একটি সরলরেখা ধরিতে পারি। t সময়ে বিন্দুটি XP দূরত্বে যায়, অতএব ইহার বেগ বা রৈখিক বেগ (linear velocity)

$$v = \frac{XP}{t} = \frac{r\theta}{t} = r\omega \qquad (5.1)$$

ইহা হইল রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক। বৃত্তের উপর X বিন্দুতে স্পর্শক অঙ্কন করিলে X বিন্দুতে বিন্দুর বেগের দিক হইল স্পর্শক বরাবর। সুতরাং কোন বিন্দু যখন বৃত্তাকার পথে চলে তখন ইহার বেগের দিক সব সময়ই পরিবর্তিত হইতে থাকে। যদি কোন বিন্দু সমগতিতে বৃত্তাকার পথে ঘোরে (uniform circular motion) তাহা হইলে কৌণিক বেগ ω অপরিবর্তিত থাকে।

যদি T সময়ে বিন্দুটি একবার ঘুরিয়া আসে তাহা হইলে কেন্দ্রে উহা 2π কোণ উৎপন্ন করে। সুতরাং,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (5.2)$$

একবার ঘুরিতে বিন্দুটি যে সময় (T) নেয় তাহাকে পর্যায়কাল বা আবৃত্তি কাল (time period of revolution) বলে। এক সেকেণ্ড সময়ে বিন্দুটি যতবার বৃত্তাকারে ঘোরে তাহাকে চক্রাকার পরিভ্রমণের কম্পনাঙ্ক (frequency of revolution) বলে। যদি কম্পনাঙ্ক n হয় তাহা হইলে

$$T = \frac{1}{n} \quad (5.3)$$

কৌণিক বেগের একক ঃ কোণ θ-কে রেডিয়ানে মাপা হয়। সুতরাং, কৌণিক বেগের একক হইল রেডিয়ান/সেকেণ্ড।

5.3 **কৌণিক ত্বরণ (Angular acceleration) : কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হারকে কৌণিক ত্বরণ বলে।** মনে করি, কোন এক সময়ে কোন বিন্দুর কৌণিক বেগ ω_0 এবং রৈখিক বেগ v_0। অল্প একটু সময় t পরে ইহার কৌণিক বেগ ω এবং রৈখিক বেগ v, তাহা হইলে কৌণিক ত্বরন ∝ হইল

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

যদি বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হয়, $\omega = \frac{v}{r}$ এবং $\omega_0 = \frac{v_0}{r}$

$$\alpha = \frac{1}{r} \cdot \frac{v - v_0}{t} = \frac{f}{r}$$

f=বস্তুকণার রৈখিক ত্বরণ।

$$\therefore \; f = r\alpha \quad (5.4)$$

যদি বস্তুকণার প্রাথমিক কৌণিক বেগ=ω_0, চূড়ান্ত কৌণিক বেগ=ω, অপরিবর্তিত কৌণিক ত্বরণ ∝, এবং t সময়ে উহা কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তাহা θ হয়, তবে কৌণিক গতির সম্পর্কগুলি হইল

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\theta = \omega_0 t + \tfrac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$$

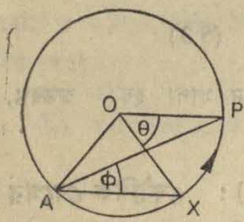
এই সম্পর্কগুলি রৈখিক গতির সম্পর্কের সহিত তুলনা করা যাইতে পারে [প্রথম পরিচ্ছেদ]।

উদাহরণ ঃ

একটি বিন্দু বৃত্তাকার পথে চলে। প্রমাণ কর যে কেন্দ্রের সাপেক্ষে ইহার কৌনিক বেগ পরিধির উপর অবস্থিত কোন নির্দিষ্ট বিন্দুর সাপেক্ষে কৌণিক বেগের দ্বিগুণ।

A point is moving in a circle. Prove that its angular velocity about the centre of the circle is double its angular velocity about any fixed point on the circumference.

মনে করি O বৃত্তের কেন্দ্র এবং A বৃত্তের পরিধির উপর অবস্থিত একটি নির্দিষ্ট বিন্দু (চিত্র 5.2)। মনে করি X বিন্দুটি t ক্ষুদ্র সময়ে P বিন্দুতে আসিয়াছে। XP কেন্দ্রে কোণ উৎপন্ন করে $\theta = \angle POX$। XP A-বিন্দুতে কোণ উৎপন্ন করে $\phi = \angle PAX = \frac{1}{2}\theta$.



চিত্র 5.2

$\therefore$ O বিন্দুর সাপেক্ষে X বিন্দুর কৌণিক বেগ $= \omega_1 = \frac{\theta}{t}$

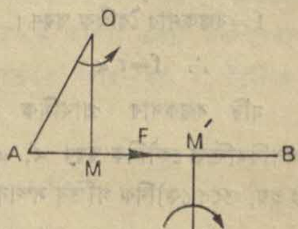
A বিন্দুর সাপেক্ষ X বিন্দুর কৌণিক বেগ $= \omega_2 = \frac{\phi}{t} = \frac{\omega_1}{2}$

$\therefore \omega_1 = 2\omega_2$.

5.4 কোন বিন্দুর সাপেক্ষে বলের ভ্রামক (Moment of a force about a point):

কোন দরজাকে বল প্রয়োগ করিয়া সচল করিতে হইবে। আমরা দেখিতে পাই যে বল দরজার সহিত লম্বভাবে দরজার আবদ্ধ ধার হইতে যত দূরে প্রয়োগ করা যায় ততই ইহার ঘোরাইবার কার্যকারিতা বাড়ে। বলের এই ঘোরানর কার্যকারিতা ইহার ভ্রামক দ্বারা পরিমাপ করা হয়।

মনে করি $\vec{F}$ বল AB বরাবর ক্রিয়া করিতেছে (চিত্র 5.3)। বল যে সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করে তাহাকে বলের প্রয়োগ রেখা (line of action) বলে।



চিত্র 5.3

O বিন্দুর সাপেক্ষে বলের ভ্রামক

= O বিন্দু হইতে বলের প্রয়োগ রেখার লম্ব দূরত্ব × বলের মান = OM × F

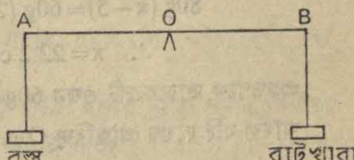
এখানে OM ⊥ AB।

মনে করি OM রেখা কাগজের তলে অবস্থিত। কাগজের তলের সহিত লম্বভাবে এবং OM-এর ভিতর দিয়া গিয়াছে এমন একটি কঠিন বস্তু কল্পনা করিলাম। তাহা হইলে বল $\vec{F}$ এই বস্তুটিকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘোরাইতে চেষ্টা করে। ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকের ঘূর্ণনকে সাধারণতঃ ধনাত্মক (+) ঘূর্ণন ধরা হয়। বলের প্রয়োগ রেখার যে দিকে O আছে তাহার অন্যদিকে মনে করি O′ বিন্দু রহিয়াছে। O′ বিন্দুর সাপেক্ষে $\vec{F}$ বলের ভ্রামক $= -O'M' \times F$ (এখানে $O'M' \perp AB$)। এখানে ঋণাত্মক (−) চিহ্ন বসান হইয়াছে, কারণ, বল প্রয়োগে কাগজের তলের সহিত লম্বভাবে অবস্থিত এবং O′-এর ভিতর দিয়া গিয়াছে এই অক্ষের চারিপাশে বস্তু ঘড়ির কাঁটার দিকে (ঋণাত্মক দিকে) ঘোরে।

কোন বিন্দুর সাপেক্ষে বলের ভ্রামক শূন্য হইলে বুঝিতে হইবে যে (i) বলের মান শূন্য, নতুবা (ii) বিন্দুটি বলের প্রয়োগ রেখায় অবস্থিত।

বলের ভ্রামক নীতি (Principle of moments) : কোন বস্তুর উপর অনেকগুলি বল প্রয়োগে বস্তুটি যদি সাম্য অবস্থায় থাকে তাহা হইলে যে কোন বিন্দুর সাপেক্ষে বলগুলির মোট ধনাত্মক ভ্রামক ও মোট ঋণাত্মক ভ্রামক সমান হইবে অর্থাৎ, চিহ্নসহ ভ্রামকগুলি যোগ করিলে যোগফল শূন্য হইবে।

তুলা যন্ত্রে ওজন করিবার নীতি (Principle of weighing by balance) : তুলা যন্ত্রের এক পাত্রে বস্তু ও অন্য পাত্রে বাটখারা চাপাইয়া তুলাদণ্ড AB অনুভূমিক করিলে বাটখারার মোট ভরকে পরিমেয় বস্তুর ভর বলিয়া গণ্য করা হয়। O বিন্দুতে তুলাদণ্ডটি সংতুলিত (balanced) হইয়াছে (চিত্র 5.4)। এখানে বলের ভ্রামক নীতি অনুসারে O বিন্দুর সাপেক্ষে চিহ্নসহ বলের ভ্রামকগুলির যোগফল শূন্য হইবে।



চিত্র 5.4

∴ বস্তুর ওজন × AO = বাটখারার ওজন × OB

∴ বস্তুর ভর × g × AO = বাটখারার ভর × g × OB

∴ বস্তুর ভর × AO = বাটখারার ভর × OB (5.5

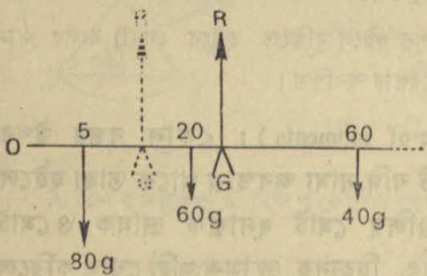
যদি AO = OB হয় তবে বস্তুর ভর = বাটখারার ভর।

উদাহরণ :

(1) একটি হাল্কা মিটার দণ্ডের 5, 20 এবং 60 সে. মি. দাগে যথাক্রমে 80, 60 এবং 40 গ্রাম ওজন৷ ঝুলান আছে। কোন বিন্দুতে দণ্ডটি সংতুলিত হইবে ? ঐ বিন্দুতে দণ্ডটিকে স্প্রিং তুলায় চাপাইলে উহার কাঁটা কি নির্দেশ করিবে ?

A light metre rod has 80, 60 and 40 gm weight hung on its 5, 20 and 60 cm. divisione respectively. At what point will it balance ? What will be the reading of a spring balance supporting it at that point ?

মনে করি দণ্ডটিকে G বিন্দুতে ব্যালান্স করা যায় অর্থাৎ কোন শক্ত চোখা ধারের উপর দণ্ডটিকে G বিন্দুতে বসাইলে ইহা সাম্য অবস্থায় থাকে (চিত্র 5.5)। ইহাতে চোখা ধারের উপর যে প্রতিক্রিয়া বলের সৃষ্টি হয় তাহা R এবং ইহা উপরের দিকে ক্রিয়া করে। মনে করি G বিন্দুটি দণ্ডের O প্রান্ত হইতে x cm দূরে অবস্থিত। 80 gm বস্তর ওজন 80g (g=অভিকর্ষজাত ত্বরণ) নীচের দিকে ক্রিয়া করে। মনে করি G বিন্দুটি 5 cm. ও 20 cm.-এর মধ্যে আছে। বলের ভ্রামক নীতি অনুসারে G বিন্দুর সাপেক্ষে চিহ্নসহ ভ্রামকগুলির যোগফল শূন্য। অর্থাৎ



চিত্র 5.5

$$80g\,(x-5)=60g\,(20-x)+40g\,(60-x)$$

$$\therefore\ x=22.2 \text{ cm.}$$

প্রকৃতপক্ষে ভারকেন্দ্রটি ওজন 60g-এর ডানদিকে রহিবে।

আমরা যদি দণ্ডের প্রান্তবিন্দু O-এর সাপেক্ষে তিনটি বল 80g, 60g এবং 40g-এর ভ্রামক লই তবে

$$80g\times 5+60g\times 20+40g\times 60=Mg\times OG$$

যেহেতু OG=22.2 cm., Mg=180g=(80+60+40) g.

সুতরাং সমস্ত ওজন G বিন্দুতে কার্যকর হইতেছে। যে বিন্দুতে বস্তর সমস্ত ওজন কার্যকর হয় তাকে ভারকেন্দ্র (centre of gravity) বলে। যে কোন বিন্দুর সাপেক্ষে ভ্রামক লইলে একই উত্তর মিলিবে। সুতরাং দণ্ডটিকে স্প্রিং ব্যালান্সের উপর G বিন্দুতে চাপাইলে দণ্ডটির সমস্ত ওজন G বিন্দুতে ক্রিয়া করে। স্প্রিং ব্যালান্সের উপর যে বল

ক্রিয়া করিবে তাহা 180g। সুতরাং, স্প্রিং ব্যালান্সের কাঁটা নির্দেশ করিবে 180 গ্রাম ওজন।

(2) 4 ফুট দীর্ঘ একটি দণ্ডের দুই প্রান্তে দুইটি বল 5 পাউণ্ড ওজন এবং 3 পাউণ্ড ওজন পরস্পরের বিপরীত দিকে লম্বভাবে ক্রিয়া করে। লব্ধি বলের মান ও অবস্থান নির্ণয় কর।

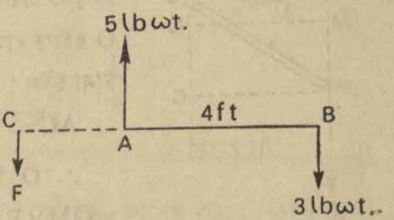
It there be two forces 5 lb wt. and 3 lb wt. acting perpendicularly in oppsite directions at the ends of a rod AB 4 ft long, find the magnitude and position of the resultant.

মনে করি লব্ধি বল C বিন্দুতে ক্রিয়া করে (চিত্র 5.6)

∴ C বিন্দুর সাপেক্ষে ভ্রামক লইয়া পাই

$5 \times CA = 3 \times (4 + CA)$।

$\therefore \; CA = 6$ ft.

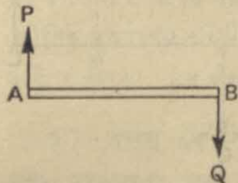


চিত্র 5.6

সুতরাং, দণ্ডের বাহিরে 5 পাউণ্ড ওজন বল হইতে 6 ফুট দূরে লব্ধি বল ক্রিয়া করে। লব্ধি বলের মান F হইলে এবং ইহা 5 পাউণ্ড ওজনের বলের বিপরীত দিকে ক্রিয়া করিলে B বিন্দুর সাপেক্ষে ভ্রামক লইয়া পাই

$$F \times CB = 5 \times AB. \quad \therefore \quad F = 2 \text{ lb. wt.}$$

.5 **দ্বন্দ্ব (Couple) :** একটি দ্বন্দ্বে দুইটি সমান সমান্তরাল বিপরীতমুখী বল থাকে যাহাদের প্রয়োগরেখা বিভিন্ন। $\vec{P}$ এবং $\vec{Q}$ দুইটি বলের মান সমান, ইহারা সমান্তরাল এবং বিপরীতমুখী (চিত্র 5.7)। ইহারা বস্তু AB-র উপর দুইটি বিভিন্ন বিন্দুতে ক্রিয়া করিতেছে। সুতরাং বল $\vec{P}$ এবং $\vec{Q}$ একটি দ্বন্দ্বের সৃষ্টি করে। যখন কোন দ্বন্দ্ব কোন বস্তুর উপর ক্রিয়া করে তখন ইহা বস্তুটিকে ঘুরাইতে চেষ্টা করে।

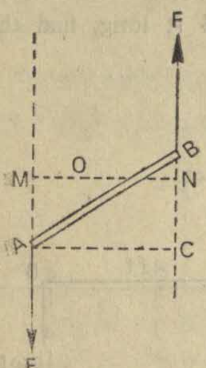


চিত্র 5.7

এখানে দ্বন্দ্বটি AB-কে ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘুরাইবে। দ্বন্দ্বের কার্যকারিতা ইহার ভ্রামক দ্বারা পরিমাপ করা হয়।

দ্বন্দ্বের ভ্রামক (Moment of a couple or Torque) : দ্বন্দ্বের মধ্যে যে দুইটি বল থাকে তাহাদের প্রয়োগরেখার মধ্যে লম্ব দূরত্বকে দ্বন্দ্বের বাহু (arm of the couple) বলে। দ্বন্দ্বের যে কোন এক বলের মান ও উহার বাহুর গুণফল হইল দ্বন্দ্বের ভ্রামকের মান। 5.7 চিত্রে $\vec{P}$ এবং $\vec{Q}$ বল দুইটি AB-র উপর লম্বভাবে ক্রিয়া করিতেছে। দ্বন্দ্বের বাহু = AB এবং দ্বন্দ্বের ভ্রামকের মান = $AB \times P$.

5.8 চিত্রে F বলটি AB-র উপর লম্বভাবে ক্রিয়া করিতেছে না। মনে করি AC বলের প্রয়োগরেখার উপর লম্ব। দ্বন্দ্বের বাহু = AC এবং দ্বন্দ্বের ভ্রামক = $F \times AC$. এক্ষেত্রে দ্বন্দ্বটি AB-কে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরাইতে চেষ্টা করে। যে কোন বিন্দু O-এর সাপেক্ষে দ্বন্দ্বের বল দুইটির ভ্রামক নির্ণয় করিব। O হইতে বলের প্রয়োগরেখার উপর OM এবং ON লম্ব টানা হইল। M, O, এবং N একই সরলরেখায় থাকিবে।



চিত্র 5.8

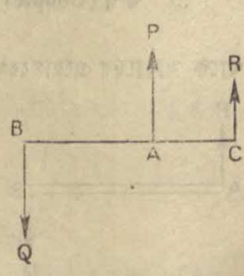
$$AC = MN = MO + ON$$

∴ O বিন্দুর সাপেক্ষে বল দুইটির ভ্রামকের সমষ্টি $= OM \times F + ON \times F = AC \times F =$ দ্বন্দ্ব ভ্রামক [দুইটি ভ্রামকেরই একই চিহ্ন থাকিবে]।

ইহা O বিন্দুর অবস্থানের উপর নির্ভর করে না।

∴ দ্বন্দ্বের ভ্রামক = যে কোন বিন্দুর সাপেক্ষে বল দুইটির ভ্রামকের সমষ্টি (চিহ্ন সহ)।

একটি দ্বন্দ্বকে একক বল দ্বারা সংতুলিত করা যায় না (A couple cannot be balanced by a single force) : মনে করি দুইটি সমান সমান্তরাল বিপরীত-মুখী বল $\vec{P}$ এবং $\vec{Q}$ ক্রিয়া করিতেছে A এবং B দুইটি বিভিন্ন বিন্দুতে (চিত্র 5.9)। ইহারা একটি দ্বন্দ্বের সৃষ্টি করিবে। মনে করি যদি সম্ভব C বিন্দুতে বল $\vec{R}$ ক্রিয়া করায় বস্তুটি সাম্য অবস্থায় থাকে। মনে করি তিনটি বলের প্রয়োগরেখা BAC-র উপর লম্ব। সাম্য অবস্থার জন্য C বিন্দুর সাপেক্ষে বলের ভ্রামক লইয়া পাই



চিত্র 5.9

$$P \times AC = Q \times BC$$

যেহেতু $P = Q$, $AC = BC$। ইহা অসম্ভব।

অতএব একটি দ্বন্দ্বকে একটি বল দ্বারা সংতুলিত করা সম্ভব নহে। একটি ধনাত্মক দ্বন্দ্বকে একটি সমান ঋণাত্মক দ্বন্দ্ব দ্বারা সংতুলিত করা যায়।

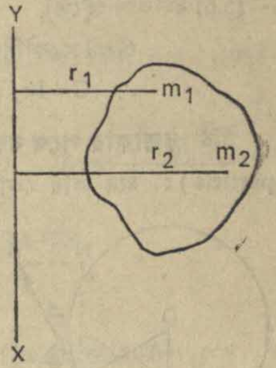
5.6 কৌণিক ভরবেগ (Angular momentum) বা ভরবেগের ভ্রামক (Moment of momentum) :

মনে করি কোন বস্তু অক্ষ XY-এর চারিপাশে ঘুরিতেছে (চিত্র 5.10)। ইহার কৌণিক বেগ = ω. এই বস্তুর যে কোন একটি কণা m_1 অক্ষের চারিপাশে একই কৌণিক বেগ ω-র সহিত ঘুরিবে। মনে করি m_1 বস্তুকণা XY অক্ষ হইতে r_1 লম্বদূরত্বে অবস্থিত। সুতরাং m_1 বস্তুকণার রৈখিক বেগ (5.1 সমীকরণ হইতে)

$v_1 = r_1 \omega$

এবং ভরবেগ $= m_1 v_1 = m_1 r_1 \omega$.

XY অক্ষের সাপেক্ষে m_1 বস্তুকণার ভরবেগের ভ্রামক $= r_1 \times m_1 r_1 \omega = m_1 r_1^2 \omega$.



চিত্র 5.10

ইহাকে m_1 বস্তুকণার XY অক্ষের সাপেক্ষে কৌণিক ভরবেগ বলে। একই ভাবে আমরা প্রমাণ করিতে পারি যে m_2 বস্তুকণার XY অক্ষের সাপেক্ষে কৌণিক ভরবেগ $= m_2 r_2^2 \omega$ (r_2 = অক্ষ হইতে m_2 বস্তুকণার লম্ব দূরত্ব)। আমরা মনে করিতে পারি যে বস্তুটি বিভিন্ন বস্তুকণা $m_1, m_2, m_3, \ldots$ইত্যাদির সমন্বয়ে গঠিত। XY অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ :

$$L = \omega(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots)$$

$$L = \omega I \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.6)$$

এখানে $I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.7)$

I-কে XY অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুর জাড্যের ভ্রামক (moment of inertia) বলে। কৌণিক ভরবেগের সহিত বস্তুটি যে অক্ষের চারিপাশে ঘোরে উহার অবশ্যই উল্লেখ করিতে হইবে। এই অক্ষকে বস্তুর ঘূর্ণন অক্ষ (axis of rotation) বলে।

5.7 বস্তুর কৌণিক গতি (Angular motion of a body) :

কোন বস্তু যখন সরলরেখায় চলে এবং ইহার রৈখিক ভরবেগের পরিবর্তন হয় তখন ইহার উপর প্রযোজ্য বল F=রৈখিক বেগের পরিবর্তনের হার। তেমনি যখন কোন বস্তু কোন অক্ষের চারিপাশে ঘোরে এবং ইহার কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তন হয় তখন বস্তুটির উপর একটি দ্বন্দ্ব ক্রিয়া করে। দ্বন্দ্বের কার্যকারিতা ইহার ভ্রামক দ্বারা পরিমাপ

করা হয়। এক্ষেত্রে দ্বন্দ্বের ভ্রামক (Torque)=কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হার। যদি দ্বন্দ্বের ভ্রামক C হয় এবং ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুর কৌণিক ভরবেগ L হয় তবে

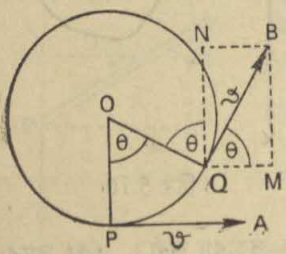
C=L-এর পরিবর্তনের হার।

যদি ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে I-এর মান অপরিবর্তিত থাকে তবে [যেহেতু $L=I\omega$ —(5.6) সমীকরণ হইতে],

C=I×কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হার।

$\therefore$ $C=I\alpha$, α=কৌণিক ত্বরণ।

5.8 বৃত্তাকার পথে বস্তুকণার সমগতি (Uniform circular motion of a particle) : মনে করি কোন বস্তুকণা সমগতিতে O-কে কেন্দ্র করিয়া বৃত্তাকার পথে ঘুরিতেছে (চিত্র 5.11)। মনে করি বস্তুকণা রৈখিক গতির মান v। যে কোন বিন্দুতে বেগের দিক হইল ঐ বিন্দুতে বৃত্তের উপর অঙ্কিত স্পর্শকের দিক। মনে করি P এবং Q হইল বৃত্তের উপর অবস্থিত দুইটি খুবই কাছাকাছি বিন্দু। সুতরাং $\angle POQ = \theta$ হইল একটি খুবই ক্ষুদ্র কোণ। P বিন্দুতে বেগের দিক হইল স্পর্শক PA বরাবর এবং Q বিন্দুতে বেগের দিক হইল স্পর্শক QB বরাবর। মনে করি P হইতে Q-তে যাইতে সময় লাগে t.



চিত্র 5.11

$\therefore$ বস্তুকণার কৌণিক বেগ $\omega = \dfrac{\theta}{t}$

মনে করি $\overrightarrow{QB}$ Q বিন্দুতে ভেক্টর $\overrightarrow{v}$-এর মান ও দিক নির্দেশ করিতেছে। এখন QM ∥ PA এবং QN ∥ PO অঙ্কন করিলাম। QMBN একটি আয়তক্ষেত্র।

যেহেতু $\angle OPA = 90^\circ$, $\angle NQM = 90^\circ$

এখন $\angle OQB = \angle NQM = 90^\circ$

$\therefore$ $\angle POQ = \angle OQN = \angle BQM = \theta$

$\therefore$ QM বরাবর $\overrightarrow{QB}$-এর বিভক্তাংশের মান $= v\cos\theta = v_1$

QN " " " " $= v\sin\theta = v_2$

যেহেতু θ একটি খুবই ক্ষুদ্র কোণ, সেইহেতু আমরা লিখিতে পারি

$v_1 \simeq v$ এবং $v_2 \simeq v\theta$

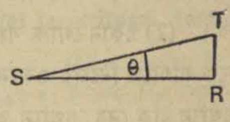
কারণ $\sin\theta \simeq \theta$ এবং $\cos\theta \simeq 1$

[ইহা অতি সহজেই সমকোণী ত্রিভুজ RST-তে প্রমাণ করা যায়।]

$\angle SRT = 90^o$ এবং $\angle TSR = \theta$ (মনে করি)।

$$\therefore \sin\theta = \frac{RT}{ST} \quad \text{এবং} \quad \cos\theta = \frac{SR}{ST}$$

এখন মনে করি T বিন্দু ক্রমশই R-এর দিকে যাইতেছে, তাহা হইলে কোণ θ ক্রমশই ক্ষুদ্র হইবে। তাহা হইলে $ST \simeq RS$ এবং RT-কে আমরা একটি বৃত্তের চাপ মনে করিতে পারি যাহার কেন্দ্র S বিন্দুতে।



এই ক্ষেত্রে $RT \simeq ST.\theta$। অতএব θ যদি খুবই ক্ষুদ্র হয় তবে

$$\sin\theta \simeq \frac{ST.\,\theta}{ST} = \theta \text{ এবং } \cos\theta \simeq 1]$$

যেহেতু QM ‖ PA, PA বরাবর Q বিন্দুতে বেগের বিভক্তাংশের মান $= v_1 \simeq v$

$\therefore$ QN ‖ PO, PO বরাবর Q বিন্দুতে বেগের বিভক্তাংশের মান $v_2 \simeq v\theta$

P বিন্দুতে PA বরাবর বেগের বিভক্তাংশের মান $= v$

এবং " PO " " " " = শূন্য

$\therefore$ t সময়ে PA বরাবর বেগের বিভক্তাংশের পরিবর্তন $= v - v = 0$

t " PO " " " " $= v\theta - 0 = v\theta$

$\therefore$ স্পর্শক বরাবর ত্বরণ (acceleration along the tangent)

$$= \frac{\text{স্পর্শক বরাবর বেগের বিভক্তাংশের পরিবর্তন}}{\text{সময়}} = 0 \quad \cdots \quad (5.8)$$

ব্যাসার্ধ বরাবর ত্বরণ (acceleration along the radius)

$$= \frac{\text{ব্যাসার্ধ বরাবর বেগের বিভক্তাংশের পরিবর্তন}}{\text{সময়}} = \frac{v\theta}{t} = v\omega$$

ব্যাসার্ধ বরাবর ত্বরণ কেন্দ্র অভিমুখে ক্রিয়া করে। উহাকে **অভিকেন্দ্র ত্বরণ (centripetal acceleratoin)** বলে। সুতরাং, কোন বস্তুকণা যদি বৃত্তাকার পথে ঘোরে তাহা হইলে ব্যাসার্ধ বরাবর ইহার কেন্দ্র অভিমুখে একটি ত্বরণ থাকে। এই ত্বরণের মান

$$f = v\omega = \frac{v^2}{r} = r\omega^2 \quad \cdots \quad (5.9)$$

যেহেতু $v = r\omega$।

যদি বস্তুকণার ভর m হয় তাহা হইলে কেন্দ্র অভিমুখে ব্যাসার্ধ বরাবর যে বল ক্রিয়া করে তাহার মান

$$F=mf=\frac{mv^2}{r}=mr\omega^2 \qquad \cdots(5.10)$$

এই বলকে **অভিকেন্দ্র বল (Centripetal Force) বলে।**

অভিকেন্দ্র বলের অনেক উদাহরণ আছে : (1) কোন বস্তুকে তারের মাথায় বাঁধিয়া যখন ঘোরান হয় তখন হাতের সাহায্যে তার বরাবর বস্তুকে কেন্দ্র অভিমুখে টানিতে হয়। (2) কোন লোক সাইকেলে করিয়া বাঁক নেওয়ার সময় ভিতরের দিকে ঝুঁকিয়া পড়ে যাহাতে নিজের ওজনের একটি অংশ কেন্দ্র অভিমুখে ক্রিয়া করে। (3) রেল গাড়ী যেখানে বাঁক নেয় সেখানে অনেক সময় বাহিরের রেল লাইন ভিতরের রেল লাইনের তল হইতে একটু উঁচুতে থাকে। (4) পৃথিবী সূর্য্যের চারিপাশে ঘোরে, এ ক্ষেত্রে সূর্যের আকর্ষণ বল পৃথিবীকে সূর্যের কেন্দ্র অভিমুখে টানে।

যদি এই কেন্দ্র অভিমুখী বল কোন মুহূর্তে বন্ধ হইয়া যায় তাহা হইলে বস্তুকণা সেই মুহূর্তে বৃত্তাকার পথের স্পর্শক বরাবর ছুটিয়া চলিয়া যাইবে।

5.9 বাস্তব বল (True force) এবং অবাস্তব বল (fictitious or pseudo force) : কোন স্থির বিন্দুর পরিপ্রেক্ষিতে কোন মানক কাঠামোর যদি ত্বরণ না থাকে তাহাকে জড় বা গ্যালেলিয়ন মানক কাঠামো (Inertial or Galilean reference frame) বলে। এই কাঠামোতে অবস্থিত কোন দর্শকের সাপেক্ষে যদি m ভর বিশিষ্ট কোন বস্তুর ত্বরণ $\vec{f}$ হয় তাহা হইলে বস্তুর উপর যে বল ক্রিয়া করে তাহা $\vec{F}=m\vec{f}$ (নিউটনের দ্বিতীয় গতি সূত্র অনুসারে)। এই বলকে বাস্তব বল বলে। আবার জড় মানক কাঠামোর সাপেক্ষে যদি কোন কাঠামোর ত্বরণ $\vec{f_o}$ থাকে, তাহা হইলে ইহা অজড় মানক কাঠামো (Non-inertial reference frame)। মনে করি এই অজড় মানক কাঠামোর সাপেক্ষে বস্তুটির ত্বরণ $\vec{f'}$, তাহা হইলে

$$\vec{f}=\vec{f_o}+\vec{f'} \text{ এবং } \vec{F}=m\vec{f_o}+m\vec{f}$$

আমরা যদি একটি বলের সংজ্ঞা দিই

$$\vec{F_o}=-m\vec{f_o} \text{ তবে } \vec{F}+\vec{F_o}=m\vec{f'} \qquad \cdots(1)$$

বল $\vec{F_o}$-কে অবাস্তব বল বলে।

কোন বস্তুকণা যখন বৃত্তাকার পথে ঘোরে তখন ইহার উপর কেন্দ্রাভিমুখে যে বল ক্রিয়া করে তাহা $\vec{F}=m\,\vec{f_o}$, $\vec{f_o}$ হইল জড় মানক কাঠামোর সাপেক্ষে বস্তুকণার কেন্দ্রাভিমুখে ত্বরণ। এখন বস্তুকণার উপর অবস্থিত কোন দর্শকের (অজড় মানক কাঠামোর) কাছে বস্তুকণার ত্বরণ $f'=0$। সুতরাং,

$$\vec{F}=m\,\vec{f_o}=-\vec{F_o}$$

এই কাল্পনিক বল $\vec{F_o}=-m\vec{f_o}$ কে **অপকেন্দ্র বল** (centrifugal force) বলে। ইহা ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্রের বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে। $\vec{F}$ এবং $\vec{F_o}$ সমান এবং বিপরীত যাহার ফলে অজড় মানক কাঠামোতে বস্তুকণার ত্বরণ $\vec{f'}$ শূন্য হয় [(1) সমীকরণ হইতে]। জড় মানক কাঠামোর সাপেক্ষে অবাস্তব বল অনুপস্থিত থাকে।

কোন বস্তুকণা যখন v সমবেগে বৃত্তাকার পথে ঘোরে তখন $f_o=\frac{v^2}{r}$

সুতরাং অপকেন্দ্র বলের মান $=\frac{mv^2}{r}$

উদাহরণ :

10 গ্রামের একটি বস্তুকণা 50 সে. মি. দৈর্ঘ্যের একটি সরু তারের একপ্রান্তে বাঁধা আছে। যদি উহাকে একটি অনুভূমিক তলে সেকেণ্ডে 10 বার বৃত্তাকার পথে সমভাবে ঘোরান যায় তাহা হইলে তারের টান কত হইবে ? তারের ওজন নগণ্য।

A particle of mass 10 gm is attached to the end of a thin string 50 cm in length. If it is swung uniformly in a horizontal circle 10 times per second, what is the tension in the string ? Neglect the weight of the string.

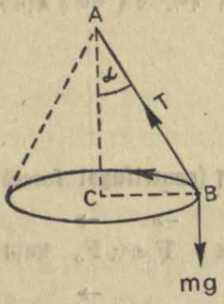
টান $T=\frac{mv^2}{r}=mr\omega^2$

$m=10$ গ্রাম, $r=50$ cm., $\omega=\frac{2\pi}{t}$

$t=$ আবৃত্তিকাল $=\frac{1}{10}$ sec.

$\therefore\ T=10\times 50\times(20\pi)^2=1.97\times10^6$ ডাইন।

5.10 শঙ্কু দোলক (The conical pendulum) : মনে করি একটি স্থির বিন্দু A হইতে তারের সাহায্যে m ভরবিশিষ্ট কোন বস্তুকণা ঝোলান আছে (চিত্র 5 12)। বস্তুকণাটি অনুভূমিক তলে বৃত্তাকার পথে ঘুরিতেছে। ইহার কেন্দ্র C বিন্দুতে। তারটি একটি শঙ্কু (cone) তৈয়ারী করিবে। এই শঙ্কুর অক্ষ হইল AC। এই ধরণের দোলক বা পেণ্ডুলামকে শঙ্কু দোলক (conical pendulum) বলে।



চিত্র 5.12

মনে করি বস্তুকণাটি বৃত্তাকার পথে কৌণিক বেগ ω-র সহিত ঘুরিতেছে। সুতরাং বস্তুর উপর কেন্দ্রাভিমুখী যে বল ক্রিয়া করে তাহা অভিকেন্দ্র বল $= m\,BC\omega^2$

এই বল তারের টান (tension) T হইতে আসে। যদি $\angle BAC = \alpha$ হয় তাহা হইলে BC অভিমুখে তারের টানের ভাগ $= T \sin\alpha$

$\therefore\ m\,BC\,\omega^2 = T \sin\alpha$

আবার উল্লম্ব অভিমুখে তারের টানের ভাগ $= T\cos\alpha$ এবং ইহা বস্তুকণার ওজন mg-কে সংতুলিত করে।

$$mg = T\cos\alpha$$

$$\therefore\ \frac{mBC\omega^2}{mg} = \frac{T\sin\alpha}{T\cos\alpha} = \tan\alpha = \frac{BC}{AC}$$

$$\therefore\ \omega = \sqrt{\frac{g}{AC}}$$

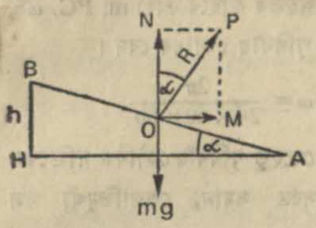
$\therefore$ বস্তুকণার আবৃত্তি কাল (time period)

$$t = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{AC}{g}}$$

ইহা হইল শঙ্কু দোলকের আবৃত্তিকাল।

5.11 রেল লাইন ও রাস্তার ধারের উচ্চতা (Banking of railway lines and roads) : যখন কোন রেল গাড়ী বাঁক নেয় তখন কেন্দ্রাভিমুখী বল প্রদান করিবার জন্য রেলের বাহিরের দিকের লাইনকে ভিতরের লাইন হইতে একটু উচ্চ তলে রাখা হয়। মনে করি A ভিতরের রেল লাইন এবং B বাহিরের রেল লাইনকে বুঝাইতেছে (চিত্র 5.13)। বাহিরের রেললাইন ভিতরের লাইন হইতে h = HB উচ্চতায় রহিয়াছে। দুই রেললাইনের দূরত্ব = AB = d। রেলগাড়ী ভিতরের রেল

লাইনের দিকে বাঁক লইতেছে। মনে করি $\angle BAH = \alpha$. এই কোণকে angle of banking বলে। বাঁকের সময় রেলগাড়ী উল্লম্ব (Vertical direction) ON-এর সহিত একই কোণ α করিয়া থাকিবে। গাড়ীর ওজন mg নীচের দিকে উল্লম্ব বরাবর ক্রিয়া করে। প্রতিক্রিয়া বল $\vec{R}$ BA-এর সহিত লম্বভাবে OP বরাবর ক্রিয়া করে।



চিত্র 5.13

উল্লম্ব বরাবর প্রতিক্রিয়া বলের বিভক্তাংশ $= R \cos \alpha$.

এবং অনুভূমিক দিকের প্রতিক্রিয়া বলের বিভক্তাংশ $= R \sin \alpha$.

$R \cos\alpha$ ওজন mg কে সংতুলিত করে এবং $R \sin \alpha$ কেন্দ্রাভিমুখী বল প্রদান করে। যদি রেলগাড়ীর বেগ v এবং বাঁকের ব্যাসার্দ্ধ r হয় তবে

$$\frac{mv^2}{r} = R \sin \alpha$$

$$mg = R \cos \alpha.$$

$$\therefore \tan \alpha = \frac{v^2}{rg}.$$

আবার, $\sin \alpha = \dfrac{h}{AB} = \dfrac{h}{d}$

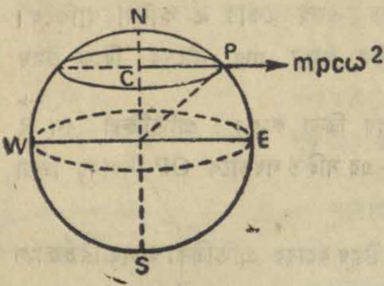
যেহেতু h একটি ক্ষুদ্র দূরত্ব, $\sin\alpha \simeq \dfrac{h}{AH} = \tan \alpha$.

$\therefore \dfrac{h}{d} = \dfrac{v^2}{rg}$ এবং $h = \dfrac{v^2}{rg} \times d$

যদি বাহিরের লাইনকে উচ্চ তলে না রাখা হয় তাহা হইলে বাঁকের সময় ট্রেনের চাকা লাইনের উপর বল প্রয়োগ করে। ইহাতে চাকা এবং লাইনের ক্ষয়ক্ষতি হয়, এবং যদি বেগ বেশী হয় তাহা হইলে রেলগাড়ী লাইনচ্যুত হইতে পারে।

5.12 ভূমধ্য-রেখা (বিষুব রেখা) বরাবর পৃথিবীর স্ফীতি (Bulging of the earth at the equator) : পৃথিবী ইহার নিজের অক্ষ NS-এর চারিপাশে ঘুরিতেছে। একবার ঘুরিতে লাগে 24 ঘণ্টা। মনে করি সৃষ্টির প্রথমে পৃথিবীর আকৃতি সম্পূর্ণ গোলাকার ছিল। পৃথিবীর তলের উপর অবস্থিত P একটি বিন্দু (চিত্র

5 14)। পৃথিবীর ঘূর্ণনের জন্য P বিন্দু বৃত্তাকার পথে ঘুরিবে। বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ PC। ঘূর্ণায়মান মানক কাঠামো পৃথিবী। P বিন্দুতে অবস্থিত ভর m যে অপকেন্দ্র বল অনুভব করিবে তাহা m. PC. ω^2, ω=পৃথিবীর কৌণিক বেগ।

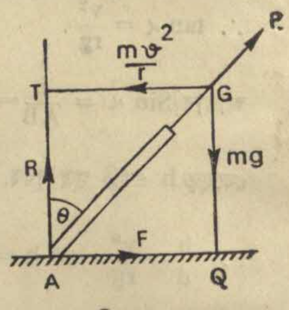


চিত্র 5.14

$$\omega = \frac{2\pi}{24 \times 60 \times 60}$$

যেহেতু পৃথিবীর কৌণিক গতিবেগ ω সর্বত্র সমান, কেন্দ্রাভিমুখী বল সবচেয়ে বেশী হইবে ভূমধ্যরেখা EW বরাবর, এবং দুই মেরুতে এই বল শূন্য। এই অপকেন্দ্র বলের জন্য ভূমধ্য রেখা বরাবর তরল পৃথিবীর স্ফীতি ঘটে এবং মেরু অঞ্চলে পৃথিবী একটু চাপা হয়। নিউটন প্রথমে পৃথিবীর এই আকৃতির কথা বলেন। পরে পরিমাপ করিয়া দেখা যায় যে বিষুব রেখা বরাবর পৃথিবীর ব্যাসার্দ্ধ মেরু বরাবর ব্যাসার্দ্ধের চেয়ে 13 মাইল বেশী।

5.13 বাঁকে সাইকেল চালনা : বেশী পরিমাণে কেন্দ্রাভিমুখী বল প্রদান করিবার জন্য সাইকেল চালক বাঁকের ভিতরের দিকে ঝুঁকিয়া সাইকেল চালায়। মনে করি, সাইকেল অভিলম্বের সহিত θ কোণ করিয়া আছে। চালক ও সাইকেলের মোট ওজন mg ভারকেন্দ্র (ভারকেন্দ্র সম্বন্ধে পরের পরিচ্ছেদে আলোচনা করিব) G বরাবর সোজা নীচের দিকে ক্রিয়া করে। আবার রাস্তা হইতে যে প্রতিক্রিয়া বলের P সৃষ্টি হয় তাহা AG বরাবর ক্রিয়া করে।



চিত্র 5.15

অভিলম্ব বরাবর প্রতিক্রিয়া বলের অংশ = R = Pcos θ

রাস্তা বরাবর প্রতিক্রিয়া বলের অংশ = F = P sin θ = ঘর্ষণ বল। ঘর্ষণ বল কেন্দ্রাভিমুখী বল প্রদান করে।

R=mg, এবং $F = \frac{mv^2}{r}$, r=বাঁকের ব্যাসার্দ্ধ।

চালকের সাপেক্ষে বিভিন্ন বলের কার্যকারিতা পরীক্ষা করিব।

ওজন mg G-বিন্দুতে এবং অভিলম্ব বরাবর প্রতিক্রিয়া বল R A-বিন্দুতে ক্রিয়া করে। এই দুইটি বল একটি দ্বন্দ্বের সৃষ্টি করে এবং ইহা সাইকেল চালককে ঘড়ির কাঁটার

দিকে ঘুরাইতে চেষ্টা করে। আবার ঘর্ষণ বল F A-বিন্দুতে এবং অপকেন্দ্র বল $\frac{mv^2}{r}$ G-বিন্দুতে ক্রিয়া করে এবং ইহাদের ফলে উৎপন্ন দ্বন্দ্ব সাইকেল ও চালককে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘুরাইতে চেষ্টা করে। যেহেতু চালক সাম্য অবস্থায় আছে সেই হেতু এই দুই দ্বন্দ্বের ভ্রামক সমান হইবে। অর্থাৎ

$$mg \times AQ = \frac{mv^2}{r} \times AT \text{ অথবা, } g \times AG \sin\theta = \frac{v^2}{r} \times AG \cos\theta$$

যদি চূড়ান্ত ঘর্ষণ বল F এবং ঘর্ষণাঙ্ক μ হয় তবে

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg} = \frac{F}{R} = \mu$$

$\therefore$ চালক অভিলম্বের সহিত সর্বোচ্চ যে কোণ করিতে পারে তাহা হইল

$$\theta = \tan^{-1}\mu$$

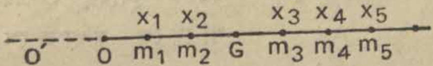
এবং চালকের সর্বোচ্চ বেগের মান $= \sqrt{\mu r g}$

যদি চালকের বেগ $\sqrt{\mu rg}$-র চেয়ে বেশী হয় তাহা হইলে চাকা স্লিপ করিবে। বাঁকের ব্যাসার্দ্ধ r বাড়াইয়া চালক সর্বোচ্চ বেগ বাড়াইতে পারে। যদি ঘর্ষণাঙ্ক μ কম হয় তাহা হইলে নিরাপদ গতির মানও কম হইবে। এই কারণে বৃষ্টির দিনে কিংবা পিচ্ছিল রাস্তায় (μ-এর মান কম) কম গতিতে বাঁক লইতে হয়।

ষষ্ঠ পরিচ্ছেদ

স্থিতিবিদ্যা (Statics)

6.1 ভরকেন্দ্র (Centre of mass) : মনে করি $m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, \ldots$ ভরবিশিষ্ট বস্তুকণাগুলি x-অক্ষের উপর রহিয়াছে (চিত্র 6.1)। মূলবিন্দু (Origin) O-এর সাপেক্ষে ইহাদের স্থানাঙ্কগুলি যথাক্রমে $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, \cdots$। এই বস্তুকণাগুলির ভরকেন্দ্র যদি G হয় তাহা হইলে G বিন্দুর স্থানাঙ্ক x_0 হইবে



চিত্র 6.1

$$x_0 = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + \cdots\cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots\cdots} \qquad (6.1)$$

এইভাবে যে G বিন্দু নির্ণয় করা হইল ইহার অবস্থান মূলবিন্দু O-এর অবস্থানের উপর নির্ভর করে না। ইহা প্রমাণ করিবার জন্য আমরা অন্য একটা মূলবিন্দু O´ লইলাম। মূলবিন্দু O´-এর সাপেক্ষে বস্তুকণাগুলির স্থানাঙ্ক মনে করি x_1', x_2', x_3',…। যদি এইবার G´ ভরকেন্দ্র হয় তাহা হইলে (6.1) সমীকরণ অনুসারে ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক x_o' (O´-এর সাপেক্ষে) হইবে

$$O'G' = x'_o = \frac{1}{M}(m_1x'_1 + m_2x'_2 + m_3x'_3 + \cdots\cdots)$$

$M = m_1 + m_2 + m_3 + \cdots\cdots$ = বস্তুকণাগুলির মোট ভর।

এখন আমরা জানি, $x_1' = x_1 + O'O$, $x'_2 = x_2 + O'O$, ইত্যাদি

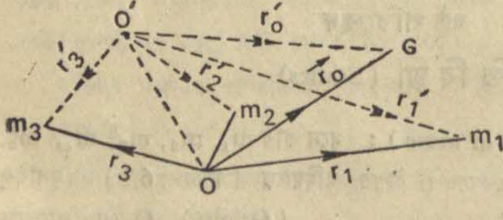
$$\therefore \quad O'G' = \frac{1}{M}\left[m_1x_1 + m_2x_2 + \cdots + O'O\,(m_1 + m_2 + \cdots)\right]$$

$$= x_o + O'O = OG + O'O = O'G.$$

সুতরাং G এবং G´ একই বিন্দু নির্দেশ করিতেছে। বস্তুকণা সমষ্টির ভরকেন্দ্রের অবস্থান কোন স্থানাঙ্ক কাঠামোর উপর নির্ভর করে না।

(6.1) সমীকরণ প্রয়োগ করিয়া আমরা দুই বা ততোধিক বস্তুকণার ভরকেন্দ্রের অবস্থান নির্ণয় করিতে পারি।

ভরকেন্দ্রের অবস্থান (Position of centre of mass) : বস্তুকণাগুলি x-অক্ষের উপর না থাকিয়া যদি যে কোন স্থানে থাকে তাহা হইলে কি ভাবে ভরকেন্দ্রের অবস্থান নির্ণয় করিব তাহা আলোচনা করিব। মনে করি যে কোন মুহূর্তে m_1, m_2, ভরবিশিষ্ট বস্তুকণাগুলির অবস্থান ভেক্টর মূলবিন্দু O-এর সাপেক্ষে যথাক্রমে $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$, ……(চিত্র 6·2)। তাহা হইলে ভরকেন্দ্র G এর অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}_o$ হইল



চিত্র 6.2

$$\vec{OG} = \vec{r}_o = \frac{1}{M}(m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \cdots) \qquad (6{\cdot}2)$$

এখন আমাদের দেখাইতে হইবে যে ভরকেন্দ্র G-এর অবস্থান মূলবিন্দুর অবস্থানের

উপর নির্ভর করে না। মনে করি মূলবিন্দু O´ এর সাপেক্ষে m_1, m_2,…বস্তুকণাগুলির অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{r_1'}, \vec{r_2'}, \cdots$। সুতরাং O´-এর সাপেক্ষে ভরকেন্দ্রের অবস্থান ভেক্টর

$$\vec{r_0'} = \frac{1}{M}(m_1 \vec{r_1'} + m_2 \vec{r_2'} + \ldots)$$

এখন, $\vec{r_1'} = \vec{O'O} + \vec{r_1}$; $\vec{r_2'} = \vec{O'O} + \vec{r_2}, \ldots$

$$\therefore \vec{r_0'} = \frac{1}{M}(m_1 \vec{r_1} + m_2 \vec{r_2} + \ldots) + \frac{1}{M}(m_1 \vec{O'O} + m_2 \vec{O'O} + \ldots)$$

$$= \vec{r_0} + \vec{O'O}$$

$$= \vec{O'G}$$

সুতরাং উভয় স্থানাঙ্ক কাঠামোই একই বিন্দু G নির্দেশ করিতেছে।

ভরকেন্দ্রের বেগ ও ত্বরণ (velocity and acceleration of centre of mass) : যে কোন মুহূর্তে m_1 m_2…ভরবিশিষ্ট বস্তুকণাগুলির অবস্থান ভেক্টর মূলবিন্দু O-এর সাপেক্ষে যথাক্রমে $\vec{r_1}, \vec{r_2}$…(চিত্র 6.2)। মনে করি ক্ষুদ্র সময় t পরে উহাদের অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{R_1}, \vec{R_2}, \ldots$ এবং তখন ভরকেন্দ্রের অবস্থান ভেক্টর $\vec{R_0}$

$$\vec{R_0} = \frac{1}{M}(m_1 \vec{R_1} + m_2 \vec{R_2} + \ldots) \tag{6.3}$$

$$\therefore \; m_1 \text{ ভরের বেগ} = \vec{v_1} = \frac{\vec{R_1} - \vec{r_1}}{t}$$

$$m_2 \text{ ভরের বেগ} = \vec{v_2} = \frac{\vec{R_2} - \vec{r_2}}{t}$$

$$\text{এবং ভরকেন্দ্রের বেগ} = \vec{v_0} = \frac{\vec{R_0} - \vec{r_0}}{t}$$

(6.3) হইতে (6.2) বিয়োগ করিয়া এবং উহাকে t দ্বারা ভাগ করিয়া পাই

$$\vec{v_0} = \frac{1}{M}(m_1 \vec{v_1} + m_2 \vec{v_2} + \cdots) \tag{6.4}$$

অথবা, $M\vec{v}_0 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \cdots$ (6.5)

অতএব আমরা যদি মনে করি যে ভরকেন্দ্রে একটি কাল্পনিক বস্তুকণা আছে যাহার ভর M (বস্তুকণাগুলির মোট ভর) তাহা হইলে ইহার ভরবেগ হইবে সমস্ত বস্তুকণার ভরবেগের ভেক্টর যোগফল। সমস্ত বস্তুকণা যদি সমান বেগে চলে ভরকেন্দ্রের বেগ ও দিক একই হইবে।

যেহেতু বেগের পরিবর্তনের হার হইল ত্বরণ, সেইহেতু (6.4) সমীকরণ হইতে আমরা অতি সহজেই প্রমাণ করিতে পারি যে ভরকেন্দ্রের ত্বরণ $\vec{f}_0$ হইল

$$\vec{f}_0 = \frac{1}{M}(m_1\vec{f}_1 + m_2\vec{f}_2 + \cdots) \qquad (6.6)$$

$\vec{f}_1, \vec{f}_2, \ldots$ হইল যথাক্রমে বস্তুকণা $m_1, m_2, \ldots$ এর ত্বরণ।

এখন $\vec{F}_1 = m_1\vec{f}_1$ = বস্তুকণা m_1-এর উপর প্রযোজ্য বল

$\vec{F}_2 = m_2\vec{f}_2$ = ... m_2 ...

সুতরাং ভরকেন্দ্রে M ভরবিশিষ্ট কোন কাল্পনিক বস্তুকণা যদি অবস্থিত হইত তাহা হইলে উহার উপর যে বল প্রযোজ্য হইত তাহা

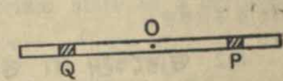
$$\vec{F}_0 = M\vec{f}_0 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots \qquad (6.7)$$

অতএব ভরকেন্দ্র M ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকণার মত ব্যবহার করে যাহার ভরবেগ সমস্ত বস্তুকণার ভরবেগের ভেক্টর যোগফল এবং যাহার উপর প্রযোজ্য বল সমস্ত বস্তুকণার উপর প্রযোজ্য বলের ভেক্টর যোগফল। একটি কঠিন বস্তু যখন সরলরেখায় চলে তখন ইহার সমস্ত বস্তুকণার বেগ সমান এবং সমস্ত বস্তুকণার ত্বরণ সমান। এক্ষেত্রে **আমরা বস্তুটিকে সংকুচিত করিয়া উহার সমস্ত ভর ভরকেন্দ্রে সমাহিত করিতে পারি এবং ভরকেন্দ্রের বেগ ও ত্বরণ বস্তুর বেগ ও ত্বরণের সমান হইবে। যে বিন্দুতে বস্তুর সমস্ত ভর কার্যকর হয় তাহাকে ভরকেন্দ্র বলে।**

সমান সুষম বস্তুর ভরকেন্দ্র (Centre of mass of uniform symmetrical bodies) : মনে করি কোন বস্তু কোন সরলরেখার সাপেক্ষে সুষম (symmetrical)। অর্থাৎ, সরলরেখার একদিকে যদি কোন ভর P থাকে তাহা হইলে অন্যদিকে সরলরেখা হইতে সমদূরত্বে সমান ভর Q থাকিবে। ইহাদের ভরকেন্দ্র ঐ সরলরেখায় অবস্থিত।

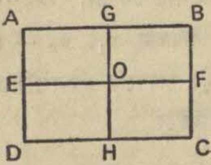
এইভাবে সরলরেখার একদিকে যে কোন ভরের জন্য অন্যদিকে সমদূরত্বে সমান ভর পাওয়া যাইবে যাহাতে বোঝা যায় যে ইহাদের ভরকেন্দ্র সরলরেখায় অবস্থিত। অতএব বস্তুটির ভরকেন্দ্র সরলরেখায় অবস্থিত। আবার বস্তুটি যদি কোন তলের সাপেক্ষে সুষম হয় তবে ভরকেন্দ্রটি ঐ তলে অবস্থিত।

(1) **সোজা সমান দণ্ড :** ভরকেন্দ্র ইহার মধ্যবিন্দুতে অবস্থিত। মধ্যবিন্দু O-এর সাপেক্ষে দণ্ডটিকে দুইভাগ করিতে পারি। একদিকে ভর P-এর জন্য অন্যদিকে সমান দূরত্বে সমান ভর Q পাই যাহাতে ভরকেন্দ্র Oতে অবস্থিত (চিত্র 6·3)। এইভাবে সমস্ত জোড়া ভরের ভরকেন্দ্র O-তে অবস্থিত। সুতরাং দণ্ডের ভরকেন্দ্র ইহার মধ্যবিন্দুতে।



চিত্র 6.3

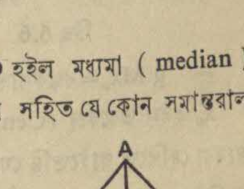
(2) **আয়তক্ষেত্র (Rectangle) :** ABCD আয়তক্ষেত্রটির AB, BC, CD, DA-এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে G, F, H, E, (চিত্র 6.4)। আয়তক্ষেত্রটি EF-এর সাপেক্ষে সুষম। অতএব ইহার ভরকেন্দ্র EF-এর উপর অবস্থিত। আবার ইহা GH-এর সাপেক্ষে সুষম। অতএব ভরকেন্দ্র GH-এর উপর অবস্থিত। সুতরাং ভরকেন্দ্র EF এবং GH-এর ছেদবিন্দু O-তে অবস্থিত। ইহা আয়তক্ষেত্রের মধ্যবিন্দু।



চিত্র 6.4

(3) **বৃত্ত (Circle) :** ইহা যে কোন ব্যাসের সাপেক্ষে সুষম। সুতরাং দুইটি ব্যাসের ছেদবিন্দু (বৃত্তের কেন্দ্র) হইল বৃত্তের ভরকেন্দ্র।

(4) **ত্রিভুজ (Triangle) :** ABC ত্রিভুজে AD হইল মধ্যমা (median) (চিত্র 6.5)। D বিন্দুর সাপেক্ষে BC সুষম। BC-এর সহিত যে কোন সমান্তরাল রেখা টানিলে উহা AD দ্বারা দ্বিখণ্ডিত হইবে। সুতরাং ত্রিভুজটি AD-এর সাপেক্ষে সুষম। আবার ত্রিভুজটি মধ্যমা BE-এর সাপেক্ষে সুষম। সুতরাং ভরকেন্দ্র মধ্যমা দুইটির ছেদবিন্দু O-তে অর্থাৎ মধ্যমা বিন্দুতে (Centroid) অবস্থিত $AO = \frac{2}{3} AD$.



চিত্র 6.5

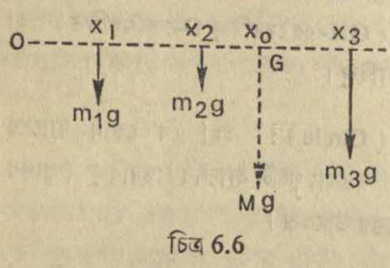
(5) **আয়তাকার ব্লক (Rectangular Block) :** যে কোন দুইটি বিপরীত পৃষ্ঠের তলের মাঝখান দিয়া একটি সমান্তরাল তল টানিলে ইহা এই তলের সাপেক্ষে

সুষম। এই রকম তিনটি তল আছে। ইহাদের ছেদবিন্দু হইল ভরকেন্দ্র। ইহা বস্তুটির মাঝখানে অবস্থিত।

(6) **সিলিণ্ডার (Cylinder) :** ইহা অক্ষের সাপেক্ষে সুষম। আবার অক্ষের সহিত লম্বভাবে মাঝখান দিয়া একটি তল টানিলে ইহা এই তলের সাপেক্ষে সুষম। এই তল এবং অক্ষের ছেদবিন্দু হইল ভরকেন্দ্র। অর্থাৎ অক্ষের মধ্যবিন্দুই ভরকেন্দ্র।

(7) **গোলক (Sphere) :** ইহা যে কোন ব্যাসের মধ্যে দিয়া অঙ্কিত তলের সাপেক্ষে সুষম। এই তলগুলির ছেদবিন্দুই ভরকেন্দ্র। অর্থাৎ গোলকের কেন্দ্র হইল ইহার ভরকেন্দ্র।

6·2 ভারকেন্দ্র বা গুরুত্বকেন্দ্র (Centre of gravity) : একদল বস্তুকণার ওজনের লব্ধি বল যে বিন্দুতে ক্রিয়া করে তাহাকে বস্তু কণাগুলির ভারকেন্দ্র বা গুরুত্বকেন্দ্র বলে। সুতরাং কোন বস্তুর সমস্ত ওজন যে বিন্দুতে ক্রিয়া করে তাহাই বস্তুর ভারকেন্দ্র। মনে করি m_1, m_2,…ভর বিশিষ্ট একদল বস্তুকণা x-অক্ষের উপর আছে (চিত্র 6·6)। সমস্ত বস্তুকণার উপরই একই অভিকর্ষজাত ত্বরণ g সোজা নীচের দিকে ক্রিয়া করিতেছে। সুতরাং বস্তু কণাগুলির ওজনের প্রয়োগ রেখা পরস্পরের সমান্তরাল হইবে। মনে করি



চিত্র 6.6

মূলবিন্দু O-এর সাপেক্ষে m_1, m_2… বস্তুকণাগুলির অবস্থান x_1, x_2,…। অতএব O বিন্দুর সাপেক্ষে ওজনগুলির ভ্রামকের সমষ্টি হইবে

$$m_1\,g\,x_1+m_2\,g\,x_2+\ldots$$

$$= g\,(m_1x_1+m_2\,x_2+\ldots)$$

$$= g\,Mx_0 = \text{বস্তুকণাগুলির মোট ওজন} \times x_0$$

x_0 হইল ভরকেন্দ্র (Centre of mass)-এর স্থানাঙ্ক (সমীকরণ 6·1)। সুতরাং আমরা দেখিতে পাইতেছি যে বস্তুকণাগুলির মোট ওজন G বিন্দুতে ক্রিয়া করিতেছে। G বিন্দু হইল বস্তুকণাগুলির ভারকেন্দ্র। অতএব **ভারকেন্দ্র এবং ভরকেন্দ্র একই বিন্দু**। এই ফল যে কোন আকারের বস্তু এবং বস্তুকণাগুলির যে কোন অবস্থানের জন্য সত্য। সমস্ত বস্তুকণার উপর একই অভিকর্ষজাত ত্বরণ g ক্রিয়া করে, ইহার ফলে ওজনগুলি সমান্তরাল বল সৃষ্টি করে এবং এই সমান্তরাল বলের লব্ধি বল ভরকেন্দ্র দিয়া নীচের দিকে ক্রিয়া করে। লব্ধি বলের মান বস্তুকণাগুলির মোট ওজনের সমান। যেহেতু অভিকর্ষজাত ত্বরণ সমস্ত বস্তুকণার উপর একই, সেহেতু ভরকেন্দ্র এবং ভারকেন্দ্র একই বিন্দু নির্দেশ করে। পৃথিবীর অভিকর্ষ ক্ষেত্র যদি না থাকিত,

তাহা হইলে ভারকেন্দ্রের কোন উপযোগিতা থাকিত না, কিন্তু ভরকেন্দ্রের তখনও মানে থাকিত; কারণ, ভরকেন্দ্র পৃথিবীর অভিকর্ষক্ষেত্রের উপর নির্ভর করে না।

আমরা সহজেই প্রমাণ করিতে পারি যে ভারকেন্দ্রের সাপেক্ষে বস্তুকণাগুলির ওজনের ভ্রামক শূন্য হইবে (কারণ, ভারকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক এখন শূন্য)। অতএব কোন কঠিন বস্তুকে একটি শক্ত তীক্ষ্ণ ধারের উপর ভারকেন্দ্র বরাবর নীচে বসাইলে বস্তুটি সাম্য অবস্থায় থাকিবে।

6.3 বস্তুকণার সাম্য অবস্থান (Equilibrium state of a particle): কোন বস্তুকণার উপর অনেকগুলি বল একসঙ্গে প্রয়োগ করিলেও অনেক সময় উহার অবস্থানের কোন পরিবর্তন হয় না। দুইটি সমান বল পরস্পরের বিপরীত দিকে একটি বস্তুকণার উপর প্রয়োগ করিলে বল দুইটির সংযুক্ত বল শূন্য হওয়াতে বস্তুকণাটি সাম্য অবস্থায় থাকে। অতএব অনেকগুলি বল একটি বস্তুকণার উপর একসঙ্গে প্রয়োগ করিলে যদি সংযুক্ত বল শূন্য হয় তাহা হইলে কণাটি স্থির থাকিবে। বলের বহুভুজ নিয়ম অনুসারে এক্ষেত্রে প্রযোজ্যবলের মান ও দিক এমন হইবে যে উহাদের দ্বারা অঙ্কিত বহুভুজটি সম্পূর্ণ হইবে।

একদল বস্তুকণার উপর প্রযোজ্য বলের ভেক্টর যোগফল যদি শূন্য হয় তাহা হইলে (6·7) সমীকরণ হইতে আমরা পাই যে ভরকেন্দ্রে প্রযোজ্য বল শূন্য হইবে এবং ইহার ফলে ভরকেন্দ্র উহার স্থিতি অবস্থার অথবা সমবেগের কোন পরিবর্তন করিবে না (নিউটনের প্রথম সূত্র হইতে)। অতএব প্রথমে ভরকেন্দ্র যদি স্থির থাকে, তারপর বস্তুকণাগুলির উপর $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \ldots$ বল প্রযোজ্য হয় তাহা হইলে ভরকেন্দ্রের সাম্য অবস্থার জন্য প্রয়োজন

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots = \vec{O}$$

উদাহরণ (Examples):

(1) যদি একদল বস্তুকণা অভিকর্ষ বলের জন্য (অন্য কোন বল ক্রিয়া করে না) উল্লম্ব রেখায় চলে তাহা হইলে দেখাও যে উহাদের ভরকেন্দ্র g ত্বরণের সহিত নীচে নামে।

If a system of particles moves under gravity (and no other forces) in a vertical line, show that the centre of mass of moves downward with acceleration g.

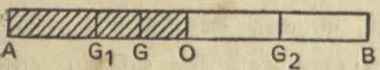
প্রত্যেকটি বস্তুকণা g ত্বরণের সহিত চলিয়াছে।

$$\text{সুতরাং ভরকেন্দ্রের ত্বরণ} = \frac{m_1 g + m_2 g + \cdots}{m_1 + m_2 + \cdots} = g.$$

(2) সমান বেধের একটি দণ্ডের অর্ধেক দৈর্ঘ্য এক ধাতুতে এবং বাকী অর্ধেক অন্য ধাতুতে গড়া। দণ্ডের মধ্যবিন্দু হইতে ভরকেন্দ্রের দূরত্ব সম্পূর্ণ দণ্ডের $\frac{1}{7}$ অংশ। যে ধাতু দুইটিতে দণ্ডটি গড়া তাহাদের ঘনত্বের অনুপাত নির্ণয় কর।

A rod of uniform thickness has half its length composed of one metal and the other half of another metal. The distance between the centre of the rod and the center of mass is $\frac{1}{7}$ of the whole length of the rod. Find the ratio of the densities of the two metals.

AB দণ্ডের O হইল মধ্যবিন্দু (চিত্র 6.7)। ইহার AO ভাগের একক দূরত্বের ভর ρ_1 এবং OB ভাগের একক দূরত্বের ভর ρ_2. AB দণ্ডের দৈর্ঘ্য $= l$.



চিত্র 6.7

$\therefore$ AO-এর ভর $= \frac{l}{2} \cdot \rho_1 = m_1$

OB-এর ভর $= \frac{l}{2} \cdot \rho_2 = m_2$. AO অংশের ভরকেন্দ্র G_1-এ অবস্থিত। $OG_1 = \frac{l}{4}$

OB অংশের ভরকেন্দ্র G_2-তে অবস্থিত। $OG_2 = \frac{l}{4}$.

$\therefore$ O বিন্দুর সাপেক্ষে AB দণ্ডের ভরকেন্দ্র G-এর স্থানাঙ্ক

$$x_0 = \frac{m_1 \left(-\frac{l}{4}\right) + m_2 \left(\frac{l}{4}\right)}{m_1 + m_2}$$

$$= -\frac{l}{4} \cdot \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = -\frac{1}{7} l$$

বা, $\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = \frac{4}{7}$

বা, $7\rho_1 - 7\rho_2 = 4\rho_1 + 4\rho_2$

বা, $3\rho_1 = 11\rho_2$

$\therefore \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{11}{3}$

সপ্তম পরিচ্ছেদ

মহাকর্ষ (Gravitation)

7.'. সূচনা :

সমস্ত বস্তু কেন পৃথিবীর উপর আসিয়া পড়ে এ সম্পর্কে সপ্তদশ শতাব্দীর আগের মানুষের কোন ধারণাই ছিল না। পৃথিবীর উপর বস্তুর পড়াটাই স্বাভাবিক এবং এর কোন কারণ নাই, এটাই ছিল তখনকার লোকেদের ধারণা। তাহাদের বিশ্বাস ছিল সূর্যকে কেন্দ্র করিয়া গ্রহগুলি যে নিয়মে ঘুরিতেছে সেই নিয়ম বস্তুর পৃথিবীর উপর পড়ার নিয়ম হইতে আলাদা। গ্রহগুলি কেন সূর্যের চতুর্দিকে ঘুরিতেছে তাহার কারণ জানার জন্য তখন অনেক বৈজ্ঞানিকই গ্রহগুলির গতিবিধি বৎসরের পর বৎসর পর্যবেক্ষণ করিয়া তথ্য সংগ্রহ করিতে থাকেন। ট্রাইকোব্রেই (১৫৪৬-১৬০১) এবং জোহানস্ কেপলার (১৫৭:-১৬৩০) গ্রহগুলির গতি টেলিস্কোপের সাহায্যে পর্যবেক্ষণ করিয়া কতকগুলি সূত্র আবিষ্কার করেন। গ্রহগুলি এই সূত্র অনুযায়ী নিয়মিত ভাবে সূর্যকে কেন্দ্র করিয়া ঘুরিতেছে। কিন্তু এই সূত্রগুলি হইতে গ্রহগুলি কেন ঘুরিতেছে তাহার কোন কারণ বুঝা গেল না। তেইশ বৎসরের যুবক আইজাক নিউটনও তখন এই সমস্যা সমাধানের কথা চিন্তা করিতেছিলেন। একদিন তিনি গাছ হইতে একটি আপেল পড়িতে দেখিয়া খুব উৎফুল্ল হইয়া উঠিলেন। তৎক্ষণাৎ তিনি ভাবিলেন যে আপেল পড়ার কারণ এবং সূর্যকে কেন্দ্র করিয়া গ্রহগুলির ঘোরার কারণ একই। একই বল আপেল এবং গ্রহগুলির উপর ক্রিয়া করিতেছে। তিনি তাঁহার চিন্তাধারাকে প্রতিষ্ঠিত করিবার জন্য চন্দ্রের গতিবিধি পর্যবেক্ষণ করিতে লাগিলেন। চন্দ্রের পৃথিবীকে বৃত্তাকারে ঘোরার জন্য অভিকেন্দ্র ত্বরণের (centripetal acceleration) দরকার। এই অভিকেন্দ্র ত্বরণ চাঁদের উপর কোথা হইতে ক্রিয়া করিতেছে? যদি পৃথিবী চাঁদকে আকর্ষণ করে তবে সেই আকর্ষণ বল হইতে এই ত্বরণের সৃষ্টি হইতে পারে। স্যার নিউটন তাই ভাবিলেন, যে ত্বরণ চাঁদের উপর ক্রিয়া করিতেছে সেই একই ধরণের ত্বরণ পৃথিবীর সমস্ত বস্তুর উপরই ক্রিয়া করিতেছে। তিনি চাঁদের বেগ নির্ধারণ করিয়া তাহা হইতে উহার উপর অভিকেন্দ্র ত্বরণের $\left(=\frac{V^2}{r}\right)$ মান নির্ণয় করেন। V এবং r হইল যথাক্রমে চন্দ্রের বেগ এবং পৃথিবী ও চন্দ্রের দূরত্ব। কিন্তু তিনি দেখিলেন চাঁদের উপর ত্বরণের মান পৃথিবীর কাছের বস্তুর উপর ত্বরণের মান হইতে অনেক কম। পৃথিবীর উপর যখন কোন বস্তু পড়ে তখন তাহার ত্বরণের মান অনেক বেশী। তখন তিনি বলিলেন

যে, বস্তুর উপর মহাকর্ষের আকর্ষণ বল (gravitational force) পৃথিবী হইতে বস্তুর দূরত্বের উপর নির্ভর করে। দূরত্ব বাড়িলে আকর্ষণ বলের মান কমে এবং সেই সঙ্গে ত্বরণও কমে এবং দূরত্ব কমিলে ত্বরণ বাড়ে। ইহা হইতে তিনি মহাকর্ষের সূত্র আবিষ্কার করেন যাহার দ্বারা গ্রহগুলি কেন সর্বদা ঘুরিতেছে তাহার কারণ বুঝা গেল।

7.2. মহাকর্ষ সূত্র ঃ

এই বিশ্বে যে কোন দুইটি বস্তুকণা পরস্পরকে আকর্ষণ করে এবং এই আকর্ষণের মান বস্তুকণা দুইটির ভরের গুণফলের সমানুপাতিক এবং উহাদের ভিতরকার দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। যদি বস্তুকণা দুইটির ভর m_1 এবং m_2 এবং উহাদের ভিতরকার দূরত্ব r হয় তবে বস্তুকণা দুইটির পারস্পরিক আকর্ষণ বল (F) কে এই ভাবে লেখা যাইবে,

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad \dots \qquad \dots \qquad (7.1)$$

G কে বলা হয় **মহাকর্ষীয় ধ্রুবক** (Gravitational constant)। এই ধ্রুবকের মান বিশ্বের যে কোন দুইটি বস্তুকণার জন্যই এক। এই সূত্রকেই নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র বলা হয়। এই ধ্রুবকের মান সি. জি. এস. পদ্ধতিতে $6{\cdot}673 \times 10^{-8}$। এটাই সর্বাধুনিক নির্ণীত মান। যদি বস্তু কণা দুইটির ভর 1 gm. করিয়া হয় এবং ইহাদের ভিতর দূরত্ব 1 cm. হয় তবে উহারা পরস্পরের প্রতি $6{\cdot}673 \times 10^{-8}$ dyne বলের দ্বারা আকৃষ্ট হইবে।

এখন দুইটি বস্তুকণার ভিতর আকর্ষণ বল আমরা (7.1) সমীকরণের সাহায্যে মাপিতে পারি। কিন্তু যদি বস্তুকণা না হইয়া দুইটি বড় বস্তু হয় তাহা হইলে কি উপায়ে বল মাপা যাইবে। বস্তু দুইটির দূরত্ব (r) কোথা হইতে মাপা হইবে? যেমন ধরা যাউক পৃথিবী এবং চন্দ্র দুইটি বড় বস্তু। এখন যদি উহাদের ভিতর আকর্ষণ বল মাপিতে চাই তাহা হইলে পৃথিবীর সমস্ত বস্তুকণার সহিত চাঁদের সমস্ত বস্তু কণার আকর্ষণ বল মাপিতে হইবে। তাহাদের যোগফলই হইবে মোট আকর্ষণ বল। কিন্তু ইহা এই উপায়ে মাপা সম্ভব নয়। ক্যালকুলাসের (calculus) সাহায্যে উহা নির্ণয় করিতে হইবে। তবে মনে রাখা দরকার যে বস্তুর ভরকেন্দ্র দুইটির দূরত্ব মাপিয়া (7.1) সমীকরণের সাহায্যে বল নির্ণয় করিলে উহা ভুল হইবে। কারণ মহাকর্ষ বল নির্ধারণের জন্য সব বস্তুরই ভর ভরকেন্দ্রে একত্রীভূত হইয়াছে বলিয়া ধরিয়া লওয়া যায় না। ইহা শুধু গোলকের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য হইবে। কারণ একমাত্র গোলকের ক্ষেত্রে ধরিয়া লওয়া যায় যে গোলকের সমস্ত ভর তাহার কেন্দ্র বিন্দুতে (ভরকেন্দ্র) একত্রীভূত

হইয়াছে। এই ক্ষেত্রে গোলক দুইটির কেন্দ্র বিন্দুর দূরত্বই বল নিরূপণের জন্য বস্তু দুইটির দূরত্ব ধরিয়া লইতে হইবে। পৃথিবী ও চন্দ্রের ক্ষেত্রে উহাদের কেন্দ্র বিন্দু দুইটির দূরত্বই উহাদের ভিতর দূরত্ব। পৃথিবীর উপর যে সমস্ত বস্তু আছে তাহাদের আয়তন পৃথিবীর আয়তনের তুলনায় নিতান্তই ক্ষুদ্র। তাই এই সমস্ত বস্তুর উপর হইতে পৃথিবীর কেন্দ্র বিন্দু পর্যন্ত দূরত্ব মাপিয়া তাহার দ্বারা উহাদের ভিতর বল নির্ণয় করিলে যে ভুল হইবে তাহা নিতান্তই ক্ষুদ্র। তবে একটি কথা মনে রাখা দরকার যে **এই আকর্ষণ বল দুইটি বস্তুর মাঝের মাধ্যমের উপর নির্ভর করে না। দুইটি বস্তুর ভিতর আকর্ষণ বল তৃতীয় কোন বস্তুর উপস্থিতির দ্বারা বিঘ্নিত হয় না।**

7.3. অভিকর্ষ (Gravity) এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ (Acceleration due to gravity):

পৃথিবীর উপর বা কাছাকাছি সমস্ত বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলকে অভিকর্ষ বলে। পৃথিবীর ভর পৃথিবীর উপর বা কাছাকাছি সমস্ত বস্তুর তুলনায় অনেক বেশী বলিয়া এই সমস্ত বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণও বেশী। তাই সমস্ত বস্তু পৃথিবীর উপর আসিয়া পড়ে। নিউটনের গতি সূত্র অনুযায়ী বল হইল ভর এবং ত্বরণের গুণফল। তাই যখন কোন বস্তুর উপর অভিকর্ষ বল ক্রিয়া করে তখন বস্তুটি পৃথিবীর দিকে ধাবিত হয় এবং বস্তুটির গতির সঙ্গে একটি ত্বরণ হয়। যদি বস্তুটির ভর হয় m এবং ত্বরণ g তবে আমরা (7.1) সমীকরণকে অন্যভাবে লিখিতে পারি।

$$F = G\frac{M_e m}{r^2} = mg \qquad \cdots (7.2)$$

$$\therefore \quad g = G\frac{M_e}{r^2} \qquad \cdots (7.3)$$

M_e হইল পৃথিবীর ভর এবং **g কে বলা হয় অভিকর্ষজ ত্বরণ** (acceleration due to gravity)। পৃথিবী বস্তুকে যে বলের দ্বারা আকর্ষণ করে বস্তুও একই মানের বলের দ্বারা পৃথিবীকে আকর্ষণ করে। তবে পৃথিবীর ভর বস্তু অপেক্ষা অনেক বেশী বলিয়া তাহার ত্বরণ অত্যন্ত কম। তাহা এত কম যে তুচ্ছ করা যায়। পৃথিবীর সরণ তাই বুঝা যায় না। সুতরাং পৃথিবীর কাছাকাছি সমস্ত বস্তু পৃথিবীর উপর g ত্বরণ লইয়া পড়িবে। যদি G এবং g এর মান জানা থাকে তবে সমীকরণ (7.3) এর সাহায্যে পৃথিবীর ভর নির্ণয় করা সম্ভব। কারণ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ আমাদের জানা

আছে। g এর মান বিভিন্ন পরীক্ষাগারে নির্ণয় করা হইয়াছে এবং তাহার মান নিম্নরূপ।

$$g = 980 \text{ cm./sec}^2 \quad (\text{সি. জি. এস.})$$
$$= 32 \text{ ft./sec}^2 \quad (\text{এফ. পি. এস}).$$

সমীকরণ (7.3) তে পৃথিবীর ভর M_e এবং G ধ্রুবক ; কাজেই, $g \propto \frac{1}{r^2}$ । অর্থাৎ 'g' এর মান পৃথিবী হইতে বস্তুর দূরত্বের উপর নির্ভর করিবে এবং ইহা পৃথিবীর কেন্দ্র হইতে সেই স্থানের দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। কিন্তু পৃথিবীর ব্যাসার্ধ (r_e) হইল 6.37×10^8 cm. এবং বস্তু ও পৃথিবীর দূরত্ব (r) মাপা হয় পৃথিবীর কেন্দ্র হইতে। সুতরাং বস্তুটি যদি ভূ-পৃষ্ঠের কাছাকাছি হয় তবে অভিকর্ষজাত ত্বরণ (g) কে প্রায় ধ্রুবক ধরিয়া লওয়া যায়। কিন্তু বেশী উচ্চতায় যেমন কৃত্রিম উপগ্রহ (satellite) এবং চন্দ্রের ক্ষেত্রে g এর মান অনেক কমিয়া যায়।

Example 1. দুইটি গোলাকৃতি বলের প্রত্যেকটির ভর যদি হয় 50 কেজি এবং তাহাদের কেন্দ্রের দূরত্ব 1·5 মিটার, তাহাদের ভিতর আকর্ষণ বলের মান নির্ণয় কর।

Calculate the force between two spherical balls each having mass 50 kg. and separated by 1·5 meters at their centres.

আমরা জানি আকর্ষণ বল $F = G \dfrac{m_1 m_2}{r^2}$

$$= \frac{6{\cdot}67 \times 10^{-8} \times 50 \times 10^3 \times 50 \times 10^3}{(1{\cdot}5 \times 10^2)^2} = 74{\cdot}1 \times 10^{-4} \text{ dyne.}$$

Example 2. যদি পৃথিবীর ভর $5{\cdot}95 \times 10^{24}$ কেজি. এবং ব্যাসার্ধ $6{\cdot}37 \times 10^8$ cm. হয়, ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর।

Calculate the acceleration due to gravity on the surface of the earth if the mass of the earth is $5{\cdot}95 \times 10^{24}$ kg and its radius $6{\cdot}37 \times 10^8$ cm.

কোন বস্তুর (ভর m) উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল হইল $F = G \dfrac{M_e m}{r_e^2} = mg$

$$\therefore \quad g = G \frac{M_e}{r_e^2} = \frac{(6{\cdot}67 \times 10^{-8}) 5{\cdot}95 \times 10^{27}}{(6{\cdot}37 \times 10^8)^2} = 980 \text{ cm./sec}^2.$$

তাহা হইলে দেখা যাইতেছে যে বস্তুর উপর অভিকর্ষজাত বল (gravitational force) বস্তুর ভরের সমানুপাতিক। কারণ পৃথিবীর কাছের বস্তুর উপর g প্রায় ধ্রুবক। সুতরাং $F \propto m$. । বস্তুর ভর বাড়িলে তাহার উপর বলও বাড়ে কিন্তু ত্বরণ

একই থাকে। এই বলকেই বস্তুর ওজন বলে। সুতরাং বস্তুর ওজন এবং ভর এক জিনিষ নয়। ভর বলিতে বস্তুটির ভিতর কতটা জড় পদার্থ আছে তাহাই বুঝায় কিন্তু ওজন ভর এবং অভিকর্ষজ ত্বরণের গুণফল। কাজেই ওজন কার্য্যত একটি বল।

Example 3. যদি পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6{\cdot}4 \times 10^6$ মিটার, পৃথিবী-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 980 cm./sec^2 এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6{\cdot}6 \times 10^{-8}$ C.G.S. unit হয় তবে পৃথিবীর ভর নির্ণয় কর।

The radius of the earth is $6{\cdot}4 \times 10^6$ metres, the acceleration due to gravity on the surface of the earth is 980 cm./sec^2 and gravitational constant $G = 6.6 \times 10^{-8}$ C.G.S. unit. Calculate the mass of the earth.

কোন বস্তু পৃথিবীর উপর রাখিলে পৃথিবী উহাকে আকর্ষণ করিবে।

আকর্ষণ বল $F = mg = G\dfrac{M_e m}{r_e^{\,2}}$

অথবা $M_e = \dfrac{g r_e^{\,2}}{G} = \dfrac{980 \times 6.4 \times 10^8}{6.6 \times 10^{-8}} = 6.1 \times 10^{24}\ kg.$

আমরা জানি বলের একক ডাইন, যেমন এক গ্রাম ভরের ওজন $1 \times 980 = 980$ ডাইন। কিন্তু ইহা ছাড়াও অভিকর্ষজ বলের আর একটি একক আছে যাহাকে বলে গ্রাম-ভার। 1 গ্রাম-ভার $= 1 \times 980$ ডাইন অর্থাৎ কোন বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বলকে (dyne) g দ্বারা ভাগ করিলে যে একক পাওয়া যাইবে তাহাকে গ্রাম-ভার বলে।

7.4. অভিকর্ষাধীন গতি (Motion under gravity):

সমস্ত বস্তুই পড়িতে দিলে নিম্নাভিমুখী সোজা পৃথিবী পৃষ্ঠে আসিয়া পড়ে। পঞ্চদশ শতাব্দীর আগের লোকেরা মনে করিত যে ভারী বস্তু হাল্কা বস্তু অপেক্ষা তাড়াতাড়ি পড়ে। অর্থাৎ একই উচ্চতা হইতে একখণ্ড লোহা এবং এক টুকরা কাগজ একই সঙ্গে ছাড়িয়া দিলে ভারী লোহা আগে মাটিতে পৌঁছিবে। আমাদের সাধারণ অভিজ্ঞতা হইতে কথাটাকে অবিশ্বাস করা কঠিন। এমনকি মনীষী এরিষ্টোটলও বিশ্বাস করিতেন যে ভারী বস্তু তাড়াতাড়ি অবাধ গতিতে পড়ে। কিন্তু যদি সমস্ত পথটিকে বায়ুশূন্য করা সম্ভব হইত তাহা হইলে দেখা যাইত ভারী এবং হাল্কা সমস্ত বস্তুই একসঙ্গে মাটিতে পৌঁছাইতেছে। একই ভরের হাল্কা বস্তুর আয়তন ভারী বস্তু অপেক্ষা বেশী হইবে, তাই একই ভরের দুইটি বস্তু যখন নীচের দিকে পড়িবে তখন হাল্কা বস্তুকে বাতাসের বেশী প্রতিবন্ধকতার সম্মুখীন হইতে হইবে। তাই বাতাসে হাল্কা বস্তু দেরীতে

পড়িবে। বিশ্ববিশ্রুত মনীষী গ্যালিলিও প্রথম ইহা পরীক্ষার দ্বারা প্রমাণ করেন। তিনি দেখান যে যদি বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বল ছাড়া অন্য কোন বল ক্রিয়া না করে তাহা হইলে যে কোন ভরের এবং যে কোন আয়তনের সমস্ত বস্তুই এক উচ্চতা হইতে একই সঙ্গে সোজা নীচের দিকে একই দূরত্ব অতিক্রম করিবে। গ্যালিলিওর সময়ে (1564-1642) কিন্তু ভালভাবে বায়ুশূন্য করার বা সময় মাপার কোন ভাল যন্ত্র ছিল না। তাই তিনি অন্যভাবে এটা প্রমাণ করিয়াছিলেন। গ্যালিলিও প্রমাণ করেন যে একটি গোল বস্তুর গতি প্রকৃতি সোজা নীচের দিকে এবং একটি নত তলে (inclined plane) একই রকম এবং ইহা হইতে তিনি দেখান যে পৃথিবীর অভিকর্ষজ ত্বরণ একটি ধ্রুবক। কাজেই কোন বস্তু যখন পৃথিবীর উপর পড়ে তখন ঐ পতনশীল বস্তুর ত্বরণ একটি ধ্রুবক। এই ত্বরণ একটি ভেক্টর। এর দিক (direction) পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে। অভিকর্ষজ ত্বরণ কিন্তু প্রকৃত পক্ষে ধ্রুবক নয়। তবে উচ্চতা যদি কম হয় তবে ইহাকে ধ্রুবক ধরিয়া লওয়া যাইতে পারে। পতনশীল বস্তু সম্পর্কে গ্যালিলিও আরও কয়েকটি সূত্র প্রতিষ্ঠা করেন। এই সূত্রগুলিকে একসঙ্গে বলা হয় পতনশীল বস্তুর সূত্রাবলী।

পতনশীল বস্তুর সূত্রাবলী (Laws of falling bodies) ঃ

(i) স্থিতাবস্থা হইতে অবাধ অবতরণের সময় সকল বস্তুই সমান দ্রুততায় নীচে নামে (Falling freely from rest, all bodies fall with equal rapidity)।

(ii) স্থিতাবস্থা হইতে অবাধ অবতরণের ফলে পতনশীল বস্তু কোন নির্দিষ্ট সময়ে যে বেগ প্রাপ্ত হয় তাহা পতনকালের সমানুপাতিক (Falling freely from rest, the velocity acquired by the body is proportional to the time of fall.)

(iii) স্থিতাবস্থা হইতে অবাধ অবতরণের ফলে পতনশীল বস্তু কোন নির্দিষ্ট সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাহা পতনকালের বর্গের সমানুপাতিক (Falling freely from rest, the space travelled by the body is proportional to the square of the time of fall)।

সূত্রের ব্যাখ্যা ঃ

প্রথম সূত্র ঃ—যদিও গ্যালিলিও প্রথম সূত্রটির প্রতিষ্ঠা করেন, কিন্তু পরীক্ষামূলক ভাবে ইহার প্রমাণ করেন নিউটন। পরীক্ষাটি নিম্নরূপ ঃ

একটি লম্বা ও মোটা কাচের নলের ভিতর একটি গিনি এবং একটি পালক রাখিয়া নলটির দুইটি মুখ বন্ধ করিয়া দেওয়া হইল (চিত্র নং 7.1)। একদিকে বায়ু নিষ্কাশন যন্ত্র লাগাইবার ব্যবস্থা রাখা হইল, যাহার ভিতর দিয়া নলটিকে বায়ু শূন্য করিয়া

মুখটি বন্ধ করিয়া দেওয়া যায়। এইবার নলটিকে বায়ুশূন্য করিয়া হঠাৎ উল্টাইলে দেখা যাইবে ভারী বস্তু গিনি এবং হাল্কা বস্তু পালক একই সঙ্গে নলের অপর প্রান্তে পৌঁছাইতেছে। এই পরীক্ষার দ্বারা নিউটন প্রমাণ করেন যে, স্থিতাবস্থা হইতে সমস্ত বস্তুই সমান দ্রুততার সঙ্গে পড়ে।



চিত্র 7.1

দ্বিতীয় সূত্র :—যদি কোন বস্তু t সময় ধরিয়া পড়ে এবং ঐ সময়ের শেষে উহার বেগ হয় v তবে দ্বিতীয় সূত্রানুযায়ী $v \propto t$, অথবা $v=gt$। এখানে g একটি ধ্রুবক এবং ইহাই অভিকর্ষজ ত্বরণ। সুতরাং 1 সেকেণ্ড পরে বস্তুটির গতি হইবে 980 cm/sec।

তৃতীয় সূত্র : যদি বস্তুটি t সময় ধরিয়া পড়ে এবং ঐ সময়ের শেষে উহা z উচ্চতা অবতরণ করে তবে তৃতীয় সূত্র অনুযায়ী $z \propto t^2$ অথবা $z=kt^2$। k একটি ধ্রুবক। ইহা দেখান যায় যে $k=\frac{1}{2}g$। সুতরাং আমরা লিখিতে পারি $z=\frac{1}{2}gt^2$। এই সূত্র অনুযায়ী কত সময়ের পরে বস্তুটি কতটা পথ (z) অতিক্রম করিবে তাহা নির্ণয় করা যাইবে।

7. 5. অবাধগতির সমীকরণ সমূহ (Equations of motion in free fall) :

আমরা সমস্ত দূরত্ব এবং বেগ পৃথিবী পৃষ্ঠ হইতে মাপিব (reference frame)। পৃথিবীপৃষ্ঠ হইতে সোজা উপরের দিককে আমরা ধনাত্মক (positive) ধরিয়া লইব। তাহা হইলে অভিকর্ষজ ত্বরণ, যাহার দিক সর্বদা পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে, ঋণাত্মক (Negative হইবে। সুতরাং ধ্রুবক ত্বরণ সহ ঋজু গতির সমীকরণগুলি এখানে প্রযোজ্য হইবে। আমরা যদি পৃথিবীপৃষ্ঠ হইতে সোজা উপরের দিককে z দিক বলি তাহা হইলে সমীকরণ নিম্নরূপ হইবে :

$$\left.\begin{aligned} V_z &= V_{zo} - gt \\ z &= V_{zo} - \tfrac{1}{2}gt^2 \\ V_z{}^2 &= V^2{}_{zo} - 2gz \end{aligned}\right\} \cdots (7.4)$$

এখানে V_{zo} এবং V_z হইল বস্তুর প্রাথমিক এবং শেষ বেগ। t সময়ে বস্তুটি z পথ অতিক্রম করিবে। এখন V_z, V_{zo} এবং z এর দিক অনুযায়ী সমীকরণগুলিতে ঠিকমতো ঋণাত্মক অথবা ধনাত্মক চিহ্ন (sign) বসাইতে হইবে।

Example 4. যখন 104·4 metres উচ্চতায় একটি বেলুন হইতে একটি বল ফেলা হইল তখন বেলুনটি 12 metres/sec বেগে উপরে উঠিতেছিল। (ক) বলটি কতক্ষণ পরে মাটিতে পড়িবে? (খ) কতক্ষণ পরে সর্বোচ্চ সীমায় পৌছাইবে? (গ) বলটি বেলুন হইতে বিচ্যুত হওয়ার পর আর কতটা উপরে উঠিবে? (ঘ) কতক্ষণ পরে বলটি ভূপৃষ্ঠ হইতে 100 metres উপরে থাকিবে?

A balloon is ascending at the rate of 12 metres/sec at a height of 104·4 metres above the ground when the ball is dropped (a) How long does the ball take to reach the ground? (b) How long does it take to reach the maximum height? (c) How high does the ball rise after its release? (d) At what time will the ball be 100 cm above the ground?

(ক) বেলুনটি উপরের দিকে উঠিতেছে, তাই বলের প্রাথমিক গতি এবং তাহার দিক, বেলুনের গতি এবং দিকের সমান হইবে। সুতরাং V_{z0} হইল ধনাত্মক। যেহেতু বলটি নীচের দিকে পড়িবে z ঋণাত্মক। কাজেই আমরা লিখিতে পারি,

$$-z = V_{z0}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

$$-10440 = 1200t - \tfrac{1}{2}\,980t^2, \quad \therefore \quad t = 6 \text{ sec. এবং } -3{\cdot}5 \text{ sec.}$$

ঋণাত্মক সময়কে বাদ দিতে হইবে কারণ আমরা সময় মাপিতেছি $t=0$ হইতে।

(খ) যখন বেলুনটি বলটিকে ছাড়িয়াছে তখন $t=0$ এবং $V_{z0}=1200$ cm.। যখন সর্বোচ্চ সীমায় বলটি পৌছিবে তখন $V_z=0$। সুতরাং

$$V_z = V_{z0} - gt' \quad \therefore \quad t' = \tfrac{1200}{980} = 1{\cdot}2 \text{ sec.}$$

(গ) সর্বাধিক উচ্চতা $z' = V_{z0} - \frac{1}{2}gt'^2$

$$= 1200 - \tfrac{1}{2} \times 980 \times (1{\cdot}2)^2 = 494{\cdot}4 \text{ cm.}$$

বেলুন হইতে বিচ্যুত হওয়ার পর বলটি আরও 494·4 cm. উপরে উঠিবে।

(ঘ) মাটি হইতে বলের সর্বোচ্চতা (10440 + 494·4) cm. = 10934·4 cm.

মাটি হইতে 100 cm. উচ্চতায় পৌছিতে সর্বোচ্চ সীমা হইতে বলটিকে (10934·4 − 100) = 10834·4 cm. পড়িতে হইবে। সুতরাং সময় লাগিবে,

$$-z'' = \tfrac{1}{2}gt''^2$$

$$t'' = \sqrt{\frac{10834{\cdot}4}{490}} = 4{\cdot}7 \text{ sec.}$$

সুতরাং মাটি হইতে 100 cm. উচ্চতায় বলটি পৌছিবে (4·7 + 1·2)

= 5·9 sec পরে।

Example 5. যদি একটি পাথর খণ্ড স্থিতাবস্থা হইতে সোজা নীচের দিকে পড়ে এবং সমস্ত পথের অর্ধাংশ শেষ এক সেকেণ্ডে অতিক্রম করে তবে মোট পথের দৈর্ঘ্য এবং উহা কতক্ষণ ধরিয়া পড়িয়াছে তাহা নির্ণয় কর।

If a stone falls vertically downwards from rest and travels half of its total path in the last second, calculate the time and height of its fall.

এখানে যেহেতু বলটি সর্বদাই নীচের দিকে পড়িতেছে তাই Vzo, Vz এবং z সবই ঋণাত্মক। ধরিয়া লওয়া হইল পাথরটি z উচ্চতা হইতে পড়িতেছে এবং $(t+1)$ sec.-এ সমস্ত পথটি অতিক্রম করিবে। তাহা হইলে t sec. এ $\frac{z}{2}$ পথ অতিক্রম করিবে এবং শেষ 1 sec এ $\frac{z}{2}$ পথ অতিক্রম করিবে। সুতরাং

$$-\frac{z}{2} = -\tfrac{1}{2}gt^2 \qquad (\because \ Vzo = 0)$$

$$\text{এবং} -\frac{z}{2} = -V_1 \times 1 - \tfrac{1}{2}g(1)^2$$

V_1 হইল t sec পরে পাথরটির বেগ। সুতরাং $-V_1 = -gt$

এখন এই তিনটি সমীকরণের সাহায্যে আমরা লিখিতে পারি যে,

$$\frac{-z/2}{-z/2} = \frac{-gt \times (1) - \frac{1}{2}g(1)^2}{-\frac{1}{2}gt^2}$$

অথবা $t^2 - 2t - 1 = 0$, $\therefore \ t = 2{\cdot}4$ sec অথবা $-0{\cdot}4$ sec.

ঋণাত্মক উত্তরটি বাদ দিতে হইবে। সুতরাং মোট সময় লাগিবে $(2{\cdot}4+1)$ sec. $= 3{\cdot}4$ sec.

মোট দূরত্ব $-z = -\frac{1}{2}g(t+1)^2 = -\frac{1}{2} \times 980 \times (3{\cdot}4)^2$

$$\therefore \ z = 5665 \text{ cm.}$$

Example 6. কত বেগে একটি পাথর খণ্ডকে সোজা উপরের দিকে ছুঁড়িলে 2 sec. এ পাথর খণ্ডটি 20 metres উপরে উঠিবে এবং সেখানে উহার বেগ হইবে 20 cm/sec? পাথর খণ্ডটি কতক্ষণ শূন্যে থাকিবে?

With what speed must a ball be thrown vertically upwards so that it will reach 20 metres in 2 sec and there it will have a velocity of 20 cm/sec? How long will it be in air?

যেহেতু বলটি উপরের দিকে উঠিতেছে তাই Vz, Vzo এবং z সবই ধনাত্মক। ধরা হইল t sec পরে বলের গতি হইবে Vz। সুতরাং

$$V_z = V_{zo} - gt$$

অথবা $$V_{zo} = V_z + gt = 20 + 980 \times 2 = 1980 \text{ cm/sec.}$$

ধরিলাম বলটি মোট উচ্চতা z উঠিবে t' sec এ

$$\therefore \quad -V_{zo} = -gt' \quad (\because \quad V_z = 0).$$

$$t' = \frac{1980}{980} = 2\cdot02 \text{ sec.}$$

$$\therefore \quad z = V_{zo}t' - \tfrac{1}{2}gt'^2$$

$$= 1980 \times (2\cdot02) - \tfrac{1}{2} \times 980 \times (2\cdot02)^2 = 2000\cdot4 \text{ cm.}$$

এই উচ্চতা হইতে বলটির নামিতে সময় লাগিবে,

$$2000\cdot4 = \tfrac{1}{2}gt''^2 \qquad \therefore \quad t'' = 2\cdot02 \text{ sec.}$$

সুতরাং $t' = t''$। বলটির সর্বোচ্চ সীমায় উঠিতে এবং নামিতে একই সময় লাগিবে। মোট 4·04 sec বলটি শূন্যে থাকিবে।

7.6. অভিকর্ষ ত্বরণের পরিবর্তন (Variations in acceleration due to gravity) :

(a) পৃথিবী পৃষ্ঠ হইতে উচ্চতার সহিত অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের পরিবর্তন ঃ

আমরা জানি অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = G\frac{Me}{r^2}$। সুতরাং ইহা স্পষ্টই যে g-এর মান পৃথিবীর পৃষ্ঠ হইতে বস্তুর দূরত্বের সহিত পরিবর্তন হইবে। ইহা পূর্বেই আলোচনা করা হইয়াছে। এখন বিচার করিয়া দেখি দূরত্বের পরিবর্তনের সঙ্গে g-এর মান কতটা পরিবর্তন হয়। আমরা জানি r_1 দূরত্বে বস্তুর উপর অভিকর্ষজ ত্বরণের মান হইবে,

$$g_1 = G\frac{Me}{r_1^2}$$

এখন দূরত্ব যদি r_1 হইতে r_2 তে পরিবর্তন হয় তবে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান হইবে,

$$g_2 = G\frac{Me}{r_2^2} \qquad (r_2 > r_1).$$

$\therefore$ g-এর মানের পরিবর্তন হইবে

$$g_1 - g_2 = GMe\left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2}\right).$$

$$= GMe\frac{(r_2^2 - r_1^2)}{r_1^2 r_2^2} = GMe\frac{(r_1 + r_2)(r_2 - r_1)}{r_1^2 r_2^2}$$

এখন যদি r_1 এবং r_2-র মানের পার্থক্য খুব কম হয় তবে $(r_1+r_2)=2r_1=2r$.

সুতরাং $\Delta g = GMe\,\frac{2\Delta r}{r^3}$. অথবা $\frac{\Delta g}{g}=2\frac{\Delta r}{r}$.

এখানে ধরা হইয়াছে $g_1-g_2=\Delta g$ এবং $r_2-r_1=\Delta r$। সাধারণত r_1 এবং r_2-র ভিতর তফাৎ খুব কম হয় কারণ ভূ-পৃষ্ঠের উপরে বস্তুর দূরত্ব পৃথিবীর কেন্দ্র হইতে মাপা হয়। এখন ভূ-পৃষ্ঠ হইতে বস্তুটি যদি 500 km. উপরে উঠে তাহা হইলে g-এর মানের পরিবর্তন হইবে,

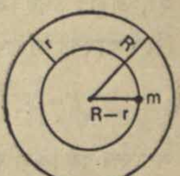
$$\Delta g = 2\frac{500\times10^2}{6{\cdot}37\times10^8}\times g=\frac{g}{6370}$$

ইহা হইতে বুঝা যাইতেছে যে ভূ-পৃষ্ঠ হইতে অল্প দূরত্বে g-এর পরিবর্তন খুবই অল্প। তাই অল্প দূরত্বে g-কে ধ্রুবক ধরা যায়। কিন্তু উচ্চতা বেশী হইলে ভূ-পৃষ্ঠ হইতে g-এর পরিবর্তনকে অগ্রাহ্য করা যাইবে না।

(b) পৃথিবীর অভ্যন্তরে অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিবর্তন :

মনে করি O পৃথিবীর কেন্দ্র এবং R উহার ব্যাসার্ধ (চিত্র নং 7.2)। একটি m ভরের বস্তুকে পৃথিবীর অভ্যন্তরে ভূ-পৃষ্ঠ হইতে r দূরত্বে রাখা হইল। ভূ-পৃষ্ঠে g-এর মান হইল $g=G\frac{Me}{r_e{}^2}$.

এখন পৃথিবীর অভ্যন্তরে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বাহির করিবার জন্য $(R-r)$ ব্যাসার্ধ লইয়া একটি গোলক আঁকিলাম। এই গোলকটি পৃথিবীকে দুই অংশে বিভক্ত করিবে। একটি আভ্যন্তরিক গোলক এবং অপর একটি r বেধের বলয়। বস্তুটি আভ্যন্তরীণ গোলকের ঠিক বাহিরে এবং বলয়ের ঠিক মধ্যে অবস্থিত। ইহা প্রমাণ করা যায় যে কোন বস্তু যদি কোন বলয়ের ভিতরে থাকে, তবে বলয়ের নিমিত্ত বস্তুটির উপর কোন অভিকর্ষজ বল ক্রিয়া করিবে না। বস্তুটির উপর শুধু আভ্যন্তরীণ গোলকের দরুণ অভিকর্ষজ বল ক্রিয়া করিবে। সুতরাং এই ক্ষেত্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান হইবে,



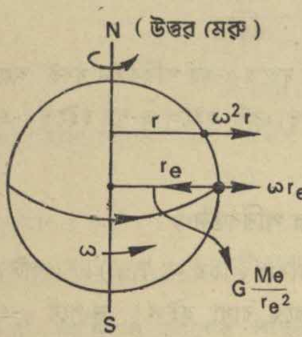
চিত্র 7.2

$$g=G\,\frac{\frac{4}{3}\pi(R-r)^3\rho}{(R-r)^2}=\tfrac{4}{3}G\pi(R-r)\rho$$

ρ হইল পৃথিবীর গড় ঘনত্ব। সুতরাং পৃথিবীর অভ্যন্তরে g এর মান r এর সহিত পরিবর্তন হইবে। r বাড়িলে g এর মান কমিবে এবং পৃথিবীর কেন্দ্রে ইহা শূন্য হইবে। পৃথিবীর কেন্দ্র বিন্দুতে বস্তুর উপর কোন অভিকর্ষজ বল ক্রিয়া করিবে না এবং বস্তুর ওজন শূন্য হইবে।

(c) **পৃথিবীর আকৃতি এবং কৌণিক গতির জন্য অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিবর্তন :**

আমরা জানি যে পৃথিবী ঠিক একটি গোলক নয়। উত্তর দক্ষিণে সামান্য চাপা (ellipsoid of revolution) এবং বিষুব রেখায় (equator) কেন্দ্র হইতে ভূপৃষ্ঠের দূরত্ব সর্বাপেক্ষা বেশী। বিষুব রেখার নিকট ব্যাসার্ধ মেরুর (pole) নিকট ব্যাসার্ধ হইতে 21 Km বেশী। কাজেই g এর মান বিষুব রেখা হইতে যে কোন মেরুর দিকে মাপিলে ক্রমশঃ বৃদ্ধি পাইবে এবং মেরুতে ইহার মান সর্বাপেক্ষা বেশী হইবে। তাহাছাড়া পৃথিবীর আহ্নিক গতির জন্য পৃথিবীর একটি কৌণিক বেগ আছে। এই বেগ ভূ-পৃষ্ঠের উপর সমস্ত বস্তুরই থাকিবে। সুতরাং ভূপৃষ্ঠে বস্তুর উপর অবাস্তব (pseudo) অপকেন্দ্র (centrifugal) বল ক্রিয়া করিবে। যদি অপকেন্দ্র বল অভিকর্ষজ বল অপেক্ষা বেশী হয় তবে বস্তুটি ভূপৃষ্ঠ হইতে পড়িয়া যাইবে। যদি সমান হয় তবে বস্তুটির কোন ওজন থাকিবে না। কিন্তু ভূ-পৃষ্ঠের সমস্ত স্থানেই বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বল অপকেন্দ্র বল অপেক্ষা বেশী। মনে করি পৃথিবীর কৌণিক বেগ ω (চিত্র নং 7·3)। এখন একটি বস্তু যদি বিষুব রেখার উপর রাখা হয়, তাহার উপর কি কি বল ক্রিয়া করিবে? প্রথমত, পৃথিবী বস্তুটিকে পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে আকর্ষণ করিবে (Gravitational attraction) এবং এই আকর্ষণ বলের মাপ



চিত্র 7 3

$F = G\dfrac{M_e m}{r_e^2}$। তাহাছাড়া পৃথিবীর কৌণিক বেগের জন্য বস্তুটির উপর অপকেন্দ্র বল ক্রিয়া করিবে। এই দুইটি বলের সংযোজনের ফলে যে লব্ধি বল হইবে তাহাই হইবে বস্তুটির আপাত ওজন। সুতরাং

$$G\frac{M_e m}{r_e^2} - \frac{mV^2}{r_e} = mg$$

আমরা জানি যে কৌণিক বেগ (ω) এবং রৈখিক বেগের (V) সম্পর্ক হইল $V = \omega \times r$., সুতরাং বিষুব রেখায় বস্তুর উপরে লব্ধি বল হইবে,

$$G\frac{M_e m}{r_e^2} - m\omega^2 r_e = mg.$$

অথবা $$g = G\frac{M_e}{r_e^2} - \omega^2 r_e$$

কিন্তু মেরুতে $r=0$ সেইজন্য $V=0$

সুতরাং

$$g=G\frac{M_e}{r_e^2}$$

যদি পৃথিবীর কৌণিক গতিকে উপেক্ষা করা যাইত তাহা হইলে মেরুপ্রান্তের g এর মানই প্রায় ভূপৃষ্ঠের সর্বত্র g এর মান হইত। মনে রাখা দরকার যে অভিকর্ষজাত বল পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে সমস্ত বস্তুকে আকর্ষণ করে। কিন্তু অপকেন্দ্র ত্বরণের দিক এবং অভিকর্ষ-ত্বরণের দিক সবস্থানে একই রেখায় নয়। ইহা কৌণিক গতির অক্ষরেখার সহিত সমকোণে থাকিবে। মনে করি বস্তুটিকে ভূপৃষ্ঠের যে কোন স্থান Aতে রাখা হইল। এখন অপকেন্দ্র ত্বরণের দিক অক্ষরেখার সমকোণে থাকিবে এবং ইহার মান হইবে $a=\omega^2 r$। যেখানে r হইল বস্তু হইতে অক্ষরেখার সমকোণ দূরত্ব। কাজেই বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তনের সহিত r এর ও পরিবর্তন হইবে। মেরুতে $r=0$ এবং বিষুব রেখায় $r=r_e$। সুতরাং g এর মানও বিষুব রেখা হইতে ক্রমশঃ বাড়িয়া মেরুতে সর্বাপেক্ষা বেশী হইবে। ভূ-পৃষ্ঠের যে কোন স্থানে বস্তুর ওজন সেই স্থানে দুইটি বলের যে লব্ধি বল হইবে তাহার সমান।

Example 7. যদি আহ্নিক গতিতে পৃথিবী $8{\cdot}64\times10^4$ sec.-এ একবার ঘুরিয়া আসে এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6{\cdot}3\times10^8$ cm. হয় তবে বিষুব রেখায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর। দেওয়া হইল, $G=6{\cdot}67\times10^{-8}$ C.G.S. unit এবং $M_e=5{\cdot}95\times10^{24}$ Kg.

Calculate the value of g on the equator if the time period of rotation of the earth is $8{\cdot}64\times10^4$ sec. Given that

$r_e=6{\cdot}3\times10^8$ cm., $M_e=5{\cdot}95\times10^{24}$ Kg. and $G=6{\cdot}67\times10^{-8}$ C.G.S unit.

বিষুব রেখায় অভিকর্ষজ ত্বরনের মান,

$$g=G\frac{M_e}{r_e^2}-\omega^2 r_e=G\frac{M_e}{r_e^2}-\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r_e$$

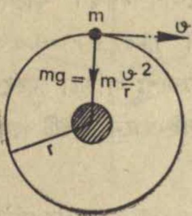
$$=6{\cdot}67\times10^{-8}\cdot\frac{5{\cdot}95\times10^{27}}{(6{\cdot}37\times10^8)^2}-\left(\frac{2\pi}{8{\cdot}64\times10^4}\right)^2\times(6.37\times10^8)$$

$$=(980-3{\cdot}4)=976{\cdot}6\ \text{cm/sce}^2$$

উপরি-উক্ত উদাহরণ হইতে ধারণা করা যায় পৃথিবীর কৌণিক গতির জন্য g এর মান কতখানি পরিবর্তন হইবে।

7.7. গ্রহ এবং উপগ্রহের গতিবিধি (The motion of planets and satellites) :

সূচনায় আলোচনা করা হইয়াছে যে জ্যোতির্বিদ কেপলার গ্রহগুলির গতি সম্বন্ধে কতগুলি সূত্র আবিষ্কার করিয়াছিলেন। এই সূত্রগুলি হইতে নিউটন প্রমাণ করেন যে সূর্য্য এবং গ্রহের ভিতর মহাকর্ষজ বলের জন্যই গ্রহ সূর্য্যের চতুর্দিকে প্রদক্ষিণ করিতেছে। নিউটনের গতিসূত্র হইতে জানি যে, যখন কোন বস্তু তাহার গতির দিক পরির্তন করে তখন তাহার উপর একটি বল ক্রিয়া করে। এই বলের দিক বক্র পথের কেন্দ্রাভিমুখী, ইহার মান হয় $\frac{mV^2}{r}$, যেখানে r হইল বক্র পথের ব্যাসার্ধ, m বস্তুর ভর এবং V বেগ। সুতরাং V এর দিক পরিবর্তনের জন্য অভিকেন্দ্র বলের প্রয়োজন হয়।



চিত্র 7.4

গ্রহের ক্ষেত্রেও গ্রহগুলি সূর্য্যের চতুর্দিকে প্রদক্ষিণ করিতেছে। গ্রহের উপর সূর্য্যের মহাকর্ষজ বল ক্রিয়া করার জন্য গ্রহের গতির দিক পরিবর্তন হয় এবং উহা সূর্য্যের চতুর্দিকে ঘুরিতে থাকে। তেমনি গ্রহের জন্যও সূর্য্যের উপর সমান মহাকর্ষজ বল ক্রিয়া করে। তাই সূর্য্যও একটি ক্ষুদ্র বৃত্তে ঘুরিতে থাকে। কিন্তু সূর্য্যের ভর গ্রহ অপেক্ষা অনেক বেশী বলিয়া এই বৃত্তের ব্যাসার্ধ খুব ছোট। এখানে ধরা হইল সূর্য্যের ভর অনেক বেশী বলিয়া সূর্য্য প্রায় স্থির থাকে এবং গ্রহগুলি বৃত্তাকারে উহার চতুর্দিকে প্রদক্ষিণ করে। মনে করি M_s সূর্য্যের ভর (চিত্র নং 7.4) এবং একটি গ্রহ যাহার ভর m সূর্য্যের চতুর্দিকে বৃত্তাকারে V বেগে ঘুরিতেছে। এখন এই V বেগের দিক পরিবর্তনের জন্য এবং ঠিক কক্ষপথে রাখার জন্য অভিকেন্দ্র বলের প্রয়োজন। এই অভিকেন্দ্র বল কোথা হইতে আসিবে? সুতরাং গ্রহ এবং সূর্য্যের মধ্যে মহাকর্ষজ বলই অভিকেন্দ্র বলের সমান হইবে।

$$\mathrm{G}\,\frac{M_s m}{r^2}=\frac{mV^2}{r}=m\omega^2 r.$$

ω হইল গ্রহের কৌণিক বেগ। কৌণিক বেগ এবং একবার বৃত্তাকারে ঘুরিয়া আসিবার সময়ের (T) মধ্যে সম্পর্ক হইল $\omega=\frac{2\pi}{T}$।

সুতরাং

$$\mathrm{G}M_s=\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2.r^3. \qquad \text{অথবা } T^2=\frac{4\pi^2}{\mathrm{G}M_s}.r^3 \qquad \cdots \quad (7.5)$$

এখন $\frac{4\pi^2}{\mathrm{G}M_s}$ একটি ধ্রুবক। সুতরাং $T^2\propto r^3$

যদি কোন গ্রহের T এবং গ্রহ ও সূর্য্যের মধ্যে দূরত্ব r জানা থাকে তবে সূর্য্যের ভর বাহির করা সম্ভব। ইহাতে গ্রহের ভর জানার কোন প্রয়োজন নাই। ইহা শুধু গ্রহ নয়, উপগ্রহ এবং পৃথিবীর কৃত্রিম উপগ্রহের ক্ষেত্রেও প্রযোজ্য। পৃথিবীর কৃত্রিম উপগ্রহের ক্ষেত্রে সমীকরণ (7.5) এ M_s স্থানে হইবে M_e এবং r পৃথিবীর কেন্দ্র হইতে উপগ্রহের দূরত্ব। ইহা চন্দ্রের ক্ষেত্রেও প্রযোজ্য। তবে চন্দ্র শুধু পৃথিবীকেই প্রদক্ষিণ করিতেছে না, পৃথিবীর সহিত প্রায় একই কৌণিক বেগে সূর্য্যকেও প্রদক্ষিণ করিতেছে। তাই সূর্য্য যে মহাকর্ষজ বল দ্বারা চন্দ্রকে আকর্ষণ করিতেছে সেই বলই চন্দ্রের ক্ষেত্রে অভিকেন্দ্র বল। এই বল থাকার জন্যই চন্দ্রও তাহার গতির দিক পরিবর্তন করিয়া সূর্য্যের চতুর্দিকে ঘুরিতে পারিতেছে। কাজেই চন্দ্রকে শুধু পৃথিবীই আকর্ষণ করিতেছে না, সূর্য্যও আকর্ষণ করিতেছে। এবং এই দুইটি আকর্ষণ বল চন্দ্রের পৃথক দুইটি বেগের দিক পরিবর্তন করিতেছে। তাই চন্দ্রের উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল সূর্য্যের আকর্ষণ বল অপেক্ষা অনেক কম হওয়া সত্বেও চন্দ্র সূর্য্য গ্রহণের সময় সূর্য্যের দিকে ধাবিত হয় না, পৃথিবীর সহিত সূর্য্যের চতুর্দিকে ঘুরিতে থাকে।

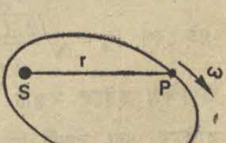
Example 8. যদি চন্দ্র 27·3 দিনে পৃথিবীকে একবার প্রদক্ষিণ করে এবং চন্দ্র ও পৃথিবীর ভিতর দূরত্ব হয় 5×10^{10} cm. তবে পৃথিবীর ভর নির্ণয় কর।

If the moon rotates once round the earth in 27·3 days and the distance between the earth and the moon is 5×10^{10} cm., calculate the mass of the earth.

সমীকরণ (7·5) অনুযায়ী $T^2 = \dfrac{4\pi^2}{GM_e} . r^3$

অথবা $M_e = \dfrac{4\pi^2 (5 \times 10^{10})^3}{6{\cdot}67 \times 10^{-8} \times (27{\cdot}3 \times 24 \times 3600)^2} = 3{\cdot}896 \times 10^{27}$ gm.

বিজ্ঞানী কেপলার কিন্তু টেলিস্কোপের সাহায্যে পরীক্ষা করিয়া দেখিলেন যে গ্রহগুলির কক্ষপথ ঠিক বৃত্তাকার নয়। গ্রহগুলি উপবৃত্তাকার কক্ষপথে ঘুরিতেছে এবং সূর্য্য তাহার একটি ফোকাস (Focus) এ অবস্থিত (চিত্র নং 7·5)। এই ক্ষেত্রে সমীকরণ (7·5) ঠিক প্রযোজ্য হইবে না কারণ w এবং r উভয়ই এই ক্ষেত্রে পরিবর্তনশীল। উপগ্রহ এবং কৃত্রিম উপগ্রহের ক্ষেত্রেও কক্ষপথ ঠিক বৃত্তাকার নয় তবে কক্ষপথ প্রায় বৃত্তাকার ধরিয়া লওয়া যায়।



চিত্র 7.5

7.8. অভিকর্ষজ ক্ষেত্রে বস্তুর স্থিতিশক্তি (Potential energy of matter in the gravitational field) :

কোন বস্তুকে পৃথিবী পৃষ্ঠ হইতে V বেগে উপরের দিকে ছুড়িয়া দিলে প্রথমে উহা V বেগে উপরের দিকে উঠিতে থাকিবে কিন্তু তাহার পরে আস্তে আস্তে বস্তুটির গতি কমিতে থাকিবে এবং শেষে বেগ-শূন্য হইয়া যাইবে এবং নীচের দিকে পড়িতে থাকিবে। তাহা হইলে প্রথমে বস্তুটির গতিশক্তি হইল $\frac{1}{2}mV^2$, তাহার পরে গতিশক্তি কমিতে থাকিবে। আমরা জানি শক্তির কোন ক্ষয় নাই। যতটুকু গতিশক্তি কমিবে ততটুকু স্থিতিশক্তিতে রূপান্তরিত হইবে। কাজেই বস্তুটি যখন সর্বোচ্চতায় পৌছিবে তখন সমস্ত গতিশক্তিই স্থিতিশক্তিতে রূপান্তরিত হইবে। কোন বস্তু যদি কোন বলের বিরুদ্ধে অবস্থান করে তাহা হইলে বস্তুটি স্থিতিশক্তির অধিকারী হয়। এখানেও বস্তুটি ভূ-পৃষ্ঠের উপরে অভিকর্ষজ বলের বিরুদ্ধে অবস্থান করিতেছে। সেইজন্য বস্তুটি অভিকর্ষজ ক্ষেত্রে স্থিতিশক্তির অধিকারী হইবে। মনে করি বস্তুটির উপরের দিকের প্রাথমিক বেগ V_{z0} এবং ভূ-পৃষ্ঠ হইতে z উচ্চতায় উঠার পর বস্তুটির বেগ কমিয়া হইবে V_z। সুতরাং গতিশক্তির পরিবর্তন হইবে, $\frac{1}{2}mV_{z0}^2 - \frac{1}{2}mV_z^2 = \frac{1}{2}m(V^2_{z0} - V_z^2)$। এখন সমীকরণ (7.4) হইতে আমরা জানি, $V_{z0}^2 - V_z^2 = 2gz$।

সুতরাং গতিশক্তির পরিবর্তন $= \frac{1}{2}m(V_{z0}^2 - V_z^2) = mgz.$

ইহা বস্তুটির স্থিতিশক্তির সমান (বল × বলের বিরুদ্ধে স্থানচ্যুতি)। সুতরাং ভূ-পৃষ্ঠ হইতে বস্তুটি যতবেশী উচ্চতায় উঠিবে বস্তুর স্থিতিশক্তিও তত বাড়িবে এবং গতিশক্তি কমিবে।

যখন $z = \infty$, বস্তুর উপর পৃথিবীর অভিকর্ষজ বল হইবে শূন্য এবং বস্তুটি পৃথিবীর মাধ্যাকর্ষণ শক্তির বাহিরে চলিয়া যাইবে। কারণ সমীকরণ (7.3) অনুযায়ী দূরত্ব যখন অসীম ($r = \infty$) তখন $g = 0$। সুতরাং আকর্ষণ বলও শূন্য। কমপক্ষে যে বেগে বস্তুকে ভূ-পৃষ্ঠ হইতে ছুড়িলে বস্তুটি পৃথিবীর মাধ্যাকর্ষণ শক্তির বাহিরে চলিয়া যাইবে তাহাকে বলা হয় নিষ্ক্রমন বা **নির্গম বেগ** (**escape velocity**)। এই বেগ $V_e = \sqrt{\frac{2M_eG}{r_e}}$। কোন বস্তু এই বেগে অথবা ইহা অপেক্ষা বেশী বেগে উৎক্ষিপ্ত হইলে বস্তুটি পৃথিবীর মাধ্যাকর্ষণ শক্তির (অভিকর্ষজ বল) বাহিরে চলিয়া যাইবে এবং বস্তুটি আর ভূ-পৃষ্ঠে ফিরিয়া আসিবে না। পৃথিবীর ভর (M_e) এবং ব্যাসার্ধ (r_e)-র মান বসাইলে নির্গম বেগের মান পাওয়া যাইবে $11{\cdot}2 \times 10^5$ cm./sec।

পূর্বেই আলোচনা করা হইয়াছে যে অভিকর্ষজ ক্ষেত্রে বস্তুর গতিশক্তি স্থিতিশক্তিতে রূপান্তরিত হইতে পারে কিন্তু মোট শক্তি সর্বদাই সমান থাকিবে। তদ্রূপ স্থিতিশক্তিও

গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হইতে পারে। কোন বস্তুকে সোজা উপরের দিকে ছুড়িলে প্রথমে বস্তুটির শুধু গতিশক্তি থাকে কিন্তু বস্তুটি যত উপরে উঠিতে থাকে উহার স্থিতিশক্তি তত বাড়িতে থাকে এবং গতিশক্তি কমিতে থাকে। অবশেষে বস্তুটি যখন সর্বোচ্চ সীমায় পৌছায় তখন উহার শুধু স্থিতিশক্তি থাকে, গতিশক্তি শূন্য হইয়া যায়। আবার বস্তুটি যখন পড়িতে থাকে তখন গতিশক্তি বাড়িতে থাকে স্থিতিশক্তি কমিতে থাকে। যখন উহা ভূ-পৃষ্ঠের উপর পড়ে তখন উহার শুধু গতিশক্তি থাকে এবং ইহা প্রাথমিক গতিশক্তির সমান। তাই মোট শক্তি সর্বদাই সমান থাকে। বস্তুটি যখন মাটিতে পড়ে তখন এই শক্তির খানিকটা তাপ শক্তি এবং অবশিষ্টাংশ শব্দ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

7.9. কৃত্রিম উপগ্রহে বস্তুর ভারশূন্যতা (Weightlessness in orbiting satellites) :

পৃথিবীকে কেন্দ্র করিয়া উপগ্রহের বৃত্তাকারে ঘুরিবার জন্য অভিকেন্দ্র বলের প্রয়োজন হয় এবং পৃথিবী ও উপগ্রহের মধ্যে অভিকর্ষজ বলই এই অভিকেন্দ্র বলের প্রয়োজন মিটায়। সুতরাং উপগ্রহের উপর অভিকর্ষজ বল উপগ্রহের কৌণিক বেগের জন্য তাহার উপর অবাস্তব (Pseudo) অপকেন্দ্র বলের সমান হইবে। দুইটি বল সমান এবং বিপরীত দিকে হওয়ায় উপগ্রহের উপর লব্ধি বল হইবে শূন্য। সুতরাং কৃত্রিম উপগ্রহের ভিতরে কোন মানুষ অথবা কোন বস্তু থাকিলে তাহা ভারশূন্য হইবে এবং উহা উপগ্রহের কক্ষের ভিতর ভাসিতে থাকিবে। অর্থাৎ বস্তুর উপর অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য হইবে।

Example 9. একটি উপগ্রহ ভূ-পৃষ্ঠ হইতে 300 km. উচ্চতায় আছে এবং ইহার ভর 200 kg.। (ক) কক্ষপথে ইহার দ্রুতি, (খ) একবার ঘুরিতে ইহার সময়, (গ) উপগ্রহটির গতিশক্তি এবং স্থিতিশক্তি কত নির্ণয় কর।

A satellite travels in an orbit 300 km. above the surface of the earth ; its mass is 200 kg. Determine (a) its speed in the orbit, (b' its time for one rotation, (c) kinetic and potential energy of the satellite.

(a) এখানে $r = r_e + z$ এবং $G\,\frac{M_e m}{r^2} = \frac{mV^2}{r} = m\omega^2 r.$

$$\text{সুতরাং } V = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} = \sqrt{\frac{6{\cdot}67 \times 10^{-8} \times 5{\cdot}95 \times 10^{27}}{6{\cdot}37 \times 10^8 + 3 \times 10^7}}$$

$$= 7{\cdot}7 \times 10^5 \text{ cm./sec.}$$

(b) আবার $G\frac{M_e}{r^3} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$

$$\therefore\ T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_e}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 (6{\cdot}67 \times 10^8)^3}{6{\cdot}67 \times 10^{-8} \times 5{\cdot}95 \times 10^{27}}} = 1{\cdot}4 \text{ hrs.}$$

(c) $\text{গতিশক্তি} = \frac{1}{2} mV^2 = \frac{1}{2} \times 200 \times 10^3 \times 59{\cdot}29 \times 10^{10}$

$$= 59{\cdot}29 \times 10^{16} \text{ ergs.}$$

$$\text{স্থিতিশক্তি} = mgz = 200 \times 10^3 \times 980 \times 300 \times 10^5 = 40{\cdot}8 \times 10^{12} \text{ ergs.}$$

অষ্টম পরিচ্ছেদ

উদস্থিতি বিদ্যা (Hydrostatics)

8.1. সূচনা :

বস্তু (matter) সাধারণত তিনটি অবস্থায় থাকিতে পারে ; কঠিন (solid), তরল (liquid) এবং বায়বীয় (gaseous) অবস্থা। জড় পদার্থের একটা নির্দিষ্ট আকৃতি এবং আয়তন আছে কিন্তু তরল এবং বায়বীয় পদার্থের নির্দিষ্ট কোন আকৃতি নাই। তাহাদের যে পাত্রে রাখা যায় সেই পাত্রের আকার ধারণ করে। তাই তরল এবং বায়বীয় পদার্থের নিজস্ব কতগুলি ধর্ম আছে যাহা জড় পদার্থের নাই। তরল এবং বায়বীয় পদার্থের সাম্য অবস্থায় বিশেষ ধর্মগুলি এই পরিচ্ছেদে আলোচনা করা হইয়াছে।

8.2. ঘনত্ব এবং আপেক্ষিক গুরুত্ব (Density and Specific gravity) :

একক আয়তন স্থানের ভিতর যে পরিমাণ ভর বা পদার্থ থাকে তাহাকে পদার্থের ঘনত্ব (density) বলে। মনে করি কোন একটি বস্তুর ভর m এবং তাহার আয়তন V, তাহা হইলে বস্তুটির ঘনত্ব

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \cdots \quad (8.1)$$

ইহা কঠিন, তরল এবং বায়বীয় সবরকম পদার্থের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য। আমরা জানি ভরের একক সি. জি. এস.-এ গ্রাম (gram) এবং আয়তনের একক cm^3। সুতরাং ঘনত্বের একক gm/cm^3 এবং এফ. পি. এস.-এ lb/ft^3।

বস্তুর আপেক্ষিক গুরুত্ব বলিতে যাহা বুঝায় তাহা হইল **কোন বস্তুর ওজন সম আয়তনের জলের ওজন অপেক্ষা যতগুণ বেশী।** সুতরাং

$$\text{আপেক্ষিক গুরুত্ব} = \frac{\text{বস্তুর ওজন } (mg)}{\text{সম আয়তনের জলের ওজন } (m_1 g)}$$

যেখানে m and m_1 বস্তুর এবং সম আয়তনের জলের ভর। সুতরাং সমীকরণ (8.1) এর সাহায্যে লিখিতে পারি,

$$\text{আপেক্ষিক গুরুত্ব} = \frac{m}{m_1} = \frac{V\rho}{V\rho_1} = \frac{\rho}{\rho_1}$$

ρ এবং ρ_1 বস্তুর ও জলের ঘনত্ব। সুতরাং আপেক্ষিক গুরুত্ব বস্তুর ও জলের ঘনত্বের অনুপাতের সমান। আপেক্ষিক গুরুত্বের কোন একক নাই কারণ ইহা বস্তুর ঘনত্বের অনুপাত। কাজেই লিখিতে পারি,

$$\text{বস্তুর ঘনত্ব} = \text{আপেক্ষিক গুরুত্ব} \times \text{জলের ঘনত্ব} \quad \cdots \quad (8.2)$$

জলের ঘনত্ব উষ্ণতা এবং চাপের সহিত পরিবর্তিত হয়। $4°C$ উষ্ণতায় এবং এক

বায়ুমণ্ডলের চাপে জলের ঘনত্ব সবচাইতে বেশী। এই ঘনত্বই বস্তুর আপেক্ষিক গুরুত্ব বাহির করিবার জন্য ব্যবহার করা হয়। উষ্ণতা এবং চাপের সহিত জলের ঘনত্বের পরিবর্তন নিম্নে দেখান হইল।

বরফের ঘনত্ব	... $0{\cdot}95\ gm/cm^3$
জল $4^\circ C$ এবং এক বায়ুমণ্ডলের চাপে	... $1{\cdot}00$,,
জল $100^\circ C$ এবং এক বায়ুমণ্ডলের চাপে	... $0{\cdot}958$,,

ইহা হইতে বুঝা যাইতেছে যে জলের ঘনত্বের পরিবর্তন খুবই কম। সুতরাং সাধারণ উষ্ণতায় (room temperature) জলের ঘনত্ব লইয়া আপেক্ষিক গুরুত্ব মাপিলে খুব বেশী ভুল হইবে না। সাধারণত জলের ঘনত্বকে $1\ gm/cm^3$ ধরিয়া লওয়া হয়। তাই সমীকরণ (8.2)-কে সি. জি. এস.-এ লেখা যায়,

$$\textbf{বস্তুর ঘনত্ব} = \textbf{আপেক্ষিক গুরুত্ব} \times 1\ \mathbf{gm/cm^3}$$

কিন্তু এফ. পি. এস.-এ জলের ঘনত্ব প্রতি ঘনফুটে $62{\cdot}5\ lb/ft^3$। সুতরাং এই ক্ষেত্রে,

$$\textbf{বস্তুর ঘনত্ব} = \textbf{আপেক্ষিক গুরুত্ব} \times 62{\cdot}5\ \mathbf{lb/ft^3}$$

যদি আপেক্ষিক গুরুত্ব জানা থাকে তবে অতি সহজেই বস্তুর ঘনত্ব বাহির করা যায়। আপেক্ষিক গুরুত্ব কিন্তু সি. জি. এস. একক অথবা এফ. পি. এস. এককের উপর নির্ভর করে না। ইহার মান সব পদ্ধতিতেই এক। ইহার কোন একক নাই। কিন্তু এইভাবে গ্যাসের আপেক্ষিক গুরুত্ব বাহির করিলে ইহা অত্যন্ত কম হইবে কারণ গ্যাসের ঘনত্ব খুবই কম। তাহা ছাড়া গ্যাসের ঘনত্ব উষ্ণতা এবং চাপের উপর অত্যন্ত নির্ভরশীল। তাই গ্যাসের আপেক্ষিক গুরুত্ব বাহির করা অর্থহীন। গ্যাসের আপেক্ষিক ঘনত্ব (relative density) বাহির করা হয়। ইহা নির্দিষ্ট উষ্ণতা ও চাপে কোন গ্যাসের ঘনত্ব ঐ উষ্ণতা ও চাপে হাইড্রোজেন গ্যাসের ঘনত্বের অনুপাত। সুতরাং

$$\text{আপেক্ষিক ঘনত্ব} = \frac{\text{নির্দিষ্ট উষ্ণতা ও চাপে গ্যাসের ঘনত্ব}}{\text{ঐ উষ্ণতা ও চাপে হাইড্রোজেন গ্যাসের ঘনত্ব}}$$

Example 1. যদি পারদের ঘনত্ব $13{\cdot}6\ gm/cm^3$ হয় তবে উহার আপেক্ষিক গুরুত্ব কত?

Calculate the specific gravity of mercury if its density in C.G.S. unit is $13{\cdot}6\ gm/cm^3$.

সমীকরণ (8.2) হইতে

$$\rho = \text{আপেক্ষিক গুরুত্ব} \times \text{জলের ঘনত্ব}$$
$$= \text{আপেক্ষিক গুরুত্ব} \times 1\ gm/cm^3$$
$$\therefore\ \text{আপেক্ষিক গুরুত্ব} = \frac{13{\cdot}6\ gm/cm^3}{1\ gm/cm^3} = 13{\cdot}6.$$

Example 2. যদি অ্যালুমিনিয়ামের আপেক্ষিক গুরুত্ব 2·7 হয় তবে এফ. পি. এস. এককে উহার ঘনত্ব নির্ণয় কর।

If the specific gravity of aluminium is 2·7, calculate its density in F.P.S unit.

সমীকরণ (8.2) অনুযায়ী

$$\rho = \text{আপেক্ষিক গুরুত্ব} \times 62·5 \text{ lbs/ft}^3$$
$$= 2·7 \times 62·5 = 168·75 \text{ lbs/ft}^3.$$

8.3. চাপ (Pressure) :

তরল এবং বায়বীয় পদার্থের উপর তির্যক ভাবে বল প্রযুক্ত হইলে তরল এবং বায়বীয় পদার্থ সাম্য অবস্থায় থাকিতে পারে না। তখন তরলের ভিতর এলোমেলো গতির সৃষ্টি হয়। কাজেই তরল এবং বায়বীয় পদার্থকে সাম্য অবস্থায় রাখিতে হইলে বল তাহাদের তলের উপর লম্বভাবে ক্রিয়া করিতে হইবে। কিন্তু কঠিন পদার্থের ক্ষেত্রে সেরকম কোন বাধ্যবাধকতা নাই। বল কঠিন পদার্থের উপর যে কোন দিকে ক্রিয়া করিলেও সাম্য অবস্থায় থাকিতে পারে। কিন্তু তরলের ক্ষেত্রে (এখানে তরল বলিতে তরল এবং বায়বীয় উভয়কেই বুঝাইবে) বল অবশ্যই তলের উপর লম্বভাবে ক্রিয়া করিবে নতুবা সাম্য অবস্থায় থাকিবে না। **একক বর্গ পরিমিত স্থানের উপর যে বল লম্বভাবে ক্রিয়া করে তাহাকে চাপ (pressure) বলে।** সুতরাং

$$\text{চাপ} = \frac{\text{বলের মান}}{\text{ক্ষেত্রফল}} \quad \ldots \quad (8.3).$$

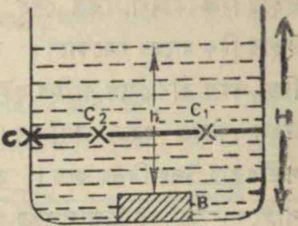
যখন একটি পেরেক কাঠের ভিতর ঠুকিয়া ঢুকান হয় তখন পেরেকের সরু দিকটা কাঠের উপর রাখিয়া অন্য মোটা দিকটার তলের উপর হাতুড়ির সাহায্যে লম্বভাবে বল প্রয়োগ করা হয়। পেরেকটি সেই বল তাহার সরু মুখের সাহায্যে কাঠের উপর প্রয়োগ করে। এখন পেরেকের মোটা দিকের তলের ক্ষেত্রফল যদি A এবং সরু দিকের ক্ষেত্রফল a হয় তবে পেরেকের মোটা দিকে প্রযুক্ত চাপ F/A, F হইল প্রযুক্ত বল; কিন্তু পেরেকটি কাঠের উপর চাপ দিবে প্রায় F/a। A-র মান a অপেক্ষা অনেক বেশী। তাই পেরেকটি কাঠের উপর অনেক বেশী চাপ প্রয়োগ করিবে এবং কাঠের ভিতর ঢুকিয়া যাইবে। কাজেই একই বল বিভিন্ন ক্ষেত্রফলের উপর ক্রিয়া করিলে চাপও বিভিন্ন হইবে। বলের এককে ক্ষেত্রফলের একক দ্বারা ভাগ করিলে যে একক পাওয়া যাইবে তাহা চাপের একক হইবে। যেমন,

$$\text{চাপের একক} = \frac{\text{বলের একক}}{\text{ক্ষেত্রফলের একক}} = \frac{\text{ডাইন}}{(\text{সে. মি.})^2} = \frac{\text{dyne}}{\text{cm}^2} \text{ (সি. জি. এস.)}$$

$$\text{চাপের একক} = \frac{\text{Poundal}}{\text{ft}^2} \text{ (এফ. পি. এস.)।}$$

8.4. তরল পদার্থের সংস্পর্শে অবস্থিত তলের উপর তরল পদার্থ লম্বভাবে বল প্রয়োগ করেঃ

পূর্বেই আলোচনা করা হইয়াছে যে তরল পদার্থের তলের উপর কোন বল তির্যক ভাবে ক্রিয়া করিলে তরল পদার্থ সাম্য অবস্থায় থাকিতে পারে না। সেইজন্য সাম্য অবস্থায় বল তরল পদার্থের তলের উপর লম্বভাবে ক্রিয়া করিবে। একক বর্গক্ষেত্রের উপর প্রযুক্ত এই বল বা চাপ তরল পদার্থের চতুর্দিকে ছড়াইয়া পড়ে এবং তরল যে আধারে রাখা হয় তাহার দেওয়ালের উপর চাপ দেয়। তরল কোন আধারে রাখিলে সেই আধারের তলদেশে তরল চাপ দেয়। এই চাপের মান সহজেই নির্ণয় করা যায়। মনে করি একটি আধারে H উচ্চতা পর্যন্ত তরল রাখা আছে এবং তরলের ঘনত্ব হইল ρ (চিত্র নং 8.1)। আধারের তলদেশের ক্ষেত্রফল A। তরলের সমস্ত ওজন আধারের তলদেশে ক্রিয়া করিবে। তরলের ভর $M = AH\rho$।



চিত্র 8.1

সুতরাং তরলের মোট ওজন $= Mg = AH\rho g$।

$$\text{তলদেশের উপর মোট চাপ} = \frac{AH\rho g}{A} = H\rho g \qquad \cdots \qquad (8.4)$$

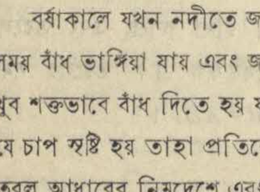
এই চাপ সোজা নীচের দিকে ক্রিয়া করে। এখন তরলের ভিতর যদি একটি আয়তক্ষেত্রাকৃতি প্রস্তর খণ্ড B রাখি (চিত্র নং 8.1) তবে প্রস্তরখণ্ডের উপরিস্থ তলের উপর চাপ হইবে $h\rho g$। যেখানে h হইল প্রস্তর খণ্ডের উপরের তল হইতে তরল পদার্থের উপরিস্থ তলের উচ্চতা।

আধারের অন্যান্য গাত্রেও তরল পদার্থ চাপ দিবে। একই অনুভূমিক সমতলের সর্বত্র চাপ স্থিতাবস্থায় সমান। প্রস্তর খণ্ড B-র উপরের তল অনুভূমিক হওয়ায় এই তলের উপর চাপ সর্বত্র সমান। মনে করি একটি অনুভূমিক সমতলে C_1 এবং C_2 দুইটি কাল্পনিক বিন্দু যেখানে চাপ সমান নয়। তরল সর্বদাই উচ্চ চাপ হইতে নিম্ন চাপের দিকে প্রবাহিত হয়। ইহা তরলের স্বাভাবিক ধর্ম। যদি C_1 বিন্দুতে চাপ C_2 হইতে বেশী হয় তবে তরল C_1 হইতে C_2র দিকে প্রবাহিত হইবে। কাজেই তরল সাম্য অবস্থায় থাকিতে পারে না। ইহা বায়ুর ক্ষেত্রেও প্রযোজ্য। যেমন বঙ্গোপসাগরে নিম্নচাপের সৃষ্টি হইলে বায়ু তীব্র বেগে নিম্নচাপের দিকে প্রবাহিত হয়। বঙ্গোপসাগরের উপকূল অঞ্চলে এই ধরণের সাইক্লোন আমরা প্রায়ই দেখিয়া থাকি। সেইজন্য তরল সাম্য অবস্থায় থাকিলে অনুভূমিক সমতলের সর্বত্র চাপ সমান হইবে

এবং এই চাপ আধারের দেওয়ালেও (C) ক্রিয়া করিবে। কাজেই তরলের কোন গভীরতায় অনুভূমিক সমতলের উপর যে চাপ ক্রিয়া করে সেই একই মানের চাপ একই গভীরতায় আধারের গাত্রেও ক্রিয়া করে। তবে এই চাপ আধার গাত্রে লম্বভাবে ক্রিয়া করে। সুতরাং h গভীরতায় অনুভূমিক সমতলের উপর চাপ হইবে $h\rho g$ এবং ইহার দিক নিম্নমুখী, কিন্তু সেই গভীরতায় আধার গাত্রেও চাপ হইবে $h\rho g$ কিন্তু ইহার দিক গাত্রের সমকোণে। তাই আধারের গায়ে ছিদ্র থাকিলে উহার ভিতর দিয়া তরল তীব্র বেগে বাহির হইয়া আসে। চাপ যত বেশী হইবে তত তীব্র বেগে তরল বাহির হইয়া আসিবে। সমীকরণ (8.4) অনুযায়ী চাপের মান তরলের গভীরতার উপর নির্ভর করে। তরলের গভীরতা যত বেশী হইবে চাপও তত বৃদ্ধি পাইবে। কাজেই ছিদ্র পাত্রের গায়ে যত নীচে হইবে তরল তত বেশী বেগে ছিদ্র দিয়া বাহির হইয়া আসিবে।

বর্ষাকালে যখন নদীতে জলের গভীরতা বাড়ে তখন জলের তীব্র পার্শ্বচাপে অনেক সময় বাঁধ ভাঙ্গিয়া যায় এবং জল তীব্র বেগে শহর ও গ্রামাঞ্চলে ঢুকিয়া পড়ে। তাই খুব শক্তভাবে বাঁধ দিতে হয় যাহাতে জলের উচ্চতা বাড়িলে বাঁধের নিম্নদেশে তরলের যে চাপ সৃষ্টি হয় তাহা প্রতিরোধ করিতে পারে। তাহা হইলে দেখা যাইতেছে যে তরল আধারের নিম্নদেশে এবং পার্শ্বগাত্রে চাপ দেয়। শুধু তাহাই নয় তরল নিমজ্জিত বস্তুর তলের উপরও চাপ সৃষ্টি করে। তাই নিমজ্জিত প্রস্তর খণ্ডের (চিত্র নং 8.1) উপরিস্থ এবং পার্শ্ব তলের উপর তরল চাপ দিবে।

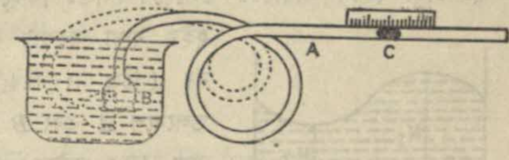
এখন প্রশ্ন হইল তরল যদি সাম্য অবস্থায় থাকে তাহা হইলে তরলের ভিতর যে কোন বিন্দুতে চাপ সর্বদিকে সমান হওয়া উচিত। অর্থাৎ প্রত্যেক বিন্দুতে লব্ধি চাপ শূন্য হওয়া উচিত। তরল যখন আধারের গাত্রে চাপ দেয় নিউটনের তৃতীয় গতিসূত্র অনুযায়ী আধারও তরলের উপর প্রতিরোধ চাপ (reaction) দিবে। যেহেতু চাপ আধারগাত্রে বা তলদেশে লম্বভাবে ক্রিয়া করে প্রতিরোধও লম্বভাবে বিপরীতমুখী ক্রিয়া করিবে। কিন্তু যদি প্রতিরোধ করিবার ক্ষমতা কম হয় তবে আধার গাত্র ভাঙ্গিয়া তরল প্রবাহিত হইবে। এখন তরলের ভিতরে h গভীরতায় একটি অতি ক্ষুদ্র আয়তনের তরল আলাদা করিয়া লওয়া হইল (চিত্র নং 8.2)। এই আয়তনের উপরে নিম্নদিকে চাপ হইল $h\rho g$ এবং পার্শ্ব দিকের চাপও $h\rho g$। এখন এই ক্ষুদ্র আয়তনের তরল বিন্দুটি উচ্চচাপ হইতে নিম্নচাপের দিকে যাইতে চেষ্টা করিবে। পার্শ্বদেশে সবদিকে



চিত্র 8.2

চাপ সমান হওয়ায় উহা পার্শ্বদেশে কোন দিকে যাইবে না। কিন্তু তরলের পৃষ্ঠে তরলের চাপ শূন্য কারণ $h=O$। তাই ঐ তরল বিন্দুটি উপরের দিকে যাইতে চেষ্টা করিবে। আমরা জানি তরল সাম্য অবস্থায় থাকিলে তলদেশ হইতে উপরে প্রবাহিত হইতে পারে না। কাজেই চাপের তারতম্যের জন্য তরল বিন্দুটির উপরের দিকে যাওয়ার চেষ্টাকে প্রতিরোধ করিবে ঐ বিন্দুর উপর নিম্নদিকের চাপ $(=h\rho g)$। সুতরাং তরলের কোন বিন্দুতে চাপ সর্বমুখী এবং সমান অর্থাৎ সাম্য অবস্থায় তরলের যে কোন বিন্দুতে লব্ধি চাপ শূন্য।

ইহা একটি সাধারণ পরীক্ষার দ্বারা প্রমাণ করা যায়। মনে করি একটি কৌশিক (Capillary) কাচের নলের সহিত একটি রবারের নল লাগান হইল (চিত্র নং 8.3)। রবারের নলের অপর প্রান্তে একটি ফানেল লাগান হইল। (8.3) চিত্রে A একটি কাচের নল এবং B একটি ফানেল। ফানেলের মুখে একটি পাতলা রবারের পাত আটকাইয়া দেওয়া হইল। কৌশিক কাচের নলের ভিতরে এক ফোঁটা পারদ (C) ভরিয়া দেওয়া হইল এবং নলটিকে অনুভূমিকভাবে রাখা হইল। এখন ফানেলের গায়ে লাগান রবারটিতে যদি একটু চাপ দেওয়া যায় তবে পারদের ফোঁটাটি ডানদিকে সরিয়া যাইবে। এখন যদি ফানেলটিকে একটি তরল পদার্থ পূর্ণ পাত্রের মধ্যে ডুবাইয়া দেওয়া যায় তবে দেখা যাইবে যে ফানেলটি তরলের যত গভীরে যাইবে পারদ ফোঁটাটি তত ডানদিকে সরিয়া যাইবে। ইহা হইতে বুঝা যায় তরলের গভীরতা বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে চাপও বৃদ্ধি পায় এবং তরল ঊর্ধ্ব দিকেও চাপ দেয়। এখন যদি তরলের কোন একটি বিন্দুতে ফানেলটিকে ঘুরাইতে থাকি তবে দেখা যাইবে যে পারদ ফোঁটাটির স্থানের কোন পরিবর্তন হইতেছে না। ইহা হইতে বুঝা যায় ফানেল ঘুরাইলেও চাপের কোন পরিবর্তন হইতেছে না। সুতরাং তরল পদার্থের কোন বিন্দুতে চাপ সর্বদিকে সমান। এখন তরলের ভিতরে কোন অনুভূমিক সমতলে ফানেলটিকে যদি বিভিন্ন দিকে সরান যায় তাহা হইলে দেখা যাইবে পারদ ফোঁটাটি স্থান পরিবর্তন করিতেছে না। ইহা হইতে বুঝা যায় তরলের ভিতরে একই অনুভূমিক সমতলের উপর চাপ সর্বত্র সমান।



চিত্র 8.3

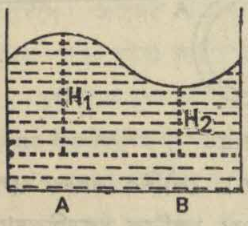
কোন একটি তলের উপর তরলের চাপের জন্য একটি বল ক্রিয়া করে। এই বলকে ঘাত (Thrust) বলে। সুতরাং কোন তলের উপর তরলের ঘাত = চাপ × তলের ক্ষেত্রফল। কোন আধারের পার্শ্বগাত্রে তরলের চাপ গভীরতার উপর নির্ভর করে।

যদি আধারে তরলের গভীরতা হয় h তবে পার্শ্বগাত্রের নিমজ্জিত অংশের উপর তরলের চাপ শূন্য হইতে $h\rho g$ পর্যন্ত ক্রমশ বাড়িবে। স্নুতরাং ঐ তলের উপর গড় চাপ হইল $\frac{1}{2}h\rho g$ এবং গড় ঘাত (Average thrust) $= \frac{1}{2}h\rho g \times$ তলের ক্ষেত্রফল।

কিন্তু আধারের নিম্নদেশে চাপ যদি সর্বত্র সমান হয় সেইক্ষেত্রে চাপকে ক্ষেত্রফল দ্বারা গুণ করিলেই ঘাত পাওয়া যাইবে।

8.5. পরস্পর সংযুক্ত বিভিন্ন আকৃতির পাত্রে তরলের উপরিস্থ তল একই অনুভূমিক সমতলে থাকে।

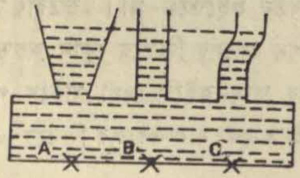
সাম্য অবস্থায় তরলের উপরিস্থ তল অনুভূমিক হইবে। যদি অনুভূমিক না হয় তাহা হইলে আধারের তলদেশে বিভিন্ন বিন্দুতে চাপ বিভিন্ন হইবে। ধরা হইল সাম্য অবস্থায় তরলের উপরিস্থ তল অনুভূমিক নয় (চিত্র নং 8.4)। তাহা হইলে আধারের তলদেশে A এবং B বিন্দুতে চাপ যথাক্রমে $H_1\rho g$ এবং $H_2\rho g$ হইবে। যেহেতু H_2 হইতে H_1 বড়, A বিন্দুতে চাপ B বিন্দু হইতে বেশী হইবে এবং তরল উচ্চ চাপ A হইতে নিম্নচাপ B-র দিকে প্রবাহিত হইবে। তখন তরল আর সাম্য অবস্থায় থাকিবে না।



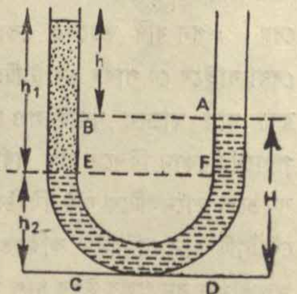
চিত্র 8.4

স্নুতরাং সাম্য অবস্থায় তরলের উপরিস্থ তল অনুভূমিক হইবে। ইহা পরীক্ষার দ্বারাও দেখান যায়। পরীক্ষাটি নিম্নরূপ।

বিভিন্ন আকারের কিছু কাচের পাত্র পরস্পরের সহিত সংযুক্ত করা হইল (চিত্র নং 8.5)। ইহার কোন একটিতে কিছু পরিমাণ জল ঢালিয়া দেওয়া হইল। এখন



চিত্র 8.5



চিত্র 8.6

দেখা যাইবে তরলের উপরিস্থ তল বিভিন্ন পাত্রে একই অনুভূমিতে আছে। কাজেই যদি বিভিন্ন পাত্র পরস্পরের সহিত সংযুক্ত থাকে এবং উহাদের একটিতে জল ঢালা হয়

তবে সাম্য অবস্থায় সংযুক্ত বিভিন্ন পাত্রে জলের উপরিস্থ তল একই অনুভূমিক সমতলে থাকিবে। তবে মনে রাখা দরকার ইহা শুধু সমমাত্র (Homogeneous) তরলের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য। যদি ঘনত্ব তরলের সর্বত্র সমান না হয় তবে তরলের উপরিস্থ তল একই অনুভূমিক সমতলে নাও থাকিতে পারে। মনে করি একটি U-টিউবের (চিত্র নং 8.6) ডানদিকে পারদ এবং বামদিকে জল ঢালা হইল। এখন সাম্য অবস্থায় A এবং B বিন্দুতে চাপ সমান নয় যদিও তাহারা একই অনুভূমিক সমতলে আছে। A বিন্দুতে পারদের চাপ শূন্য কিন্তু B বিন্দুতে চাপ $h\rho_w g$। h হইল B বিন্দু পর্যন্ত জলের গভীরতা। কিন্তু U টিউবের তলদেশে C এবং D বিন্দুতে চাপ সমান।

স্থতরাং, $h_1\rho_m g + h_2\rho_m g = H\rho_m g.$

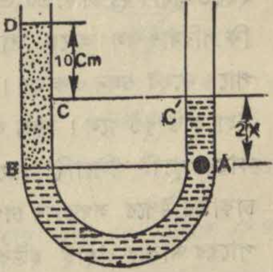
$$\therefore \quad h_1 = \frac{(H-h_2)\ \rho_m}{\rho_w}$$

$$=(H-h_2)\ \rho_m \text{ cm.} \quad (\because \quad \rho_w = 1\text{gm/cm}^3)$$

স্থতরাং সমমাত্র তরলের একই অনুভূমিক সমতলে চাপ সর্বত্র সমান।

Example 3. একটি U-টিউবে আংশিকভাবে জল ভরা হইল। অন্য একটি তরল যাহা জলের সহিত মিশিবে না তাহা U টিউবের একদিকে ঢালা হইল যাহাতে উহা অন্যদিকের জলপৃষ্ঠ হইতে 10 cm উপরে থাকে। যদি তরলের ঘনত্ব 0·5 gm/cm³ হয় তবে অন্যদিকে জলপৃষ্ঠ কতটা উপরে উঠিয়াছে ?

A U-tube is partly filled with water. Another liquid which does not mix with water, is now poured into one side until it stands 10 cm above the water level on the other side If the density of liquid is 0·5 gn/c.c, calculate how much water level has risen on the other side.



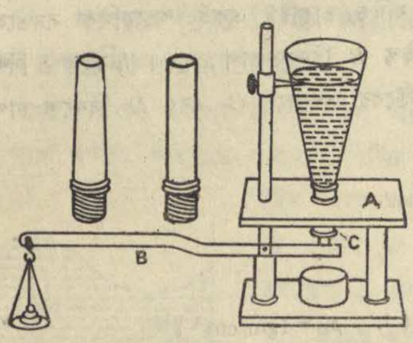
চিত্র 8.6 (a)

চিত্র নং 8·6 (a) অনুযায়ী $CD = 10$ cm এবং $AC' = 2x$ যেখানে x হইল জলের উপরিস্থ তলের স্থান পরিবর্তন। স্থতরাং $10\times\rho\times g + 2x\rho g = 2x\rho_w g$, A এবং Bতে চাপ সমান।

$$\therefore \quad x = \frac{10\rho}{2\ (\rho_w - \rho)} = \frac{10\times 0{\cdot}5}{2(1-0{\cdot}5)} = 5 \text{ cm.}$$

8-6. উদকূট (Hydrostatic Paradox) :

তরলের চাপ যে শুধু তাহার গভীরতার উপর নির্ভর করে তাহা একটি পরীক্ষার দ্বারা প্রমাণ করা যায়। বিভিন্ন আকৃতির কতগুলি পাত্র লওয়া হইল (চিত্র নং 8.7) যাহাদের তলদেশের (base) প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফল (area of cross section) সমান। পাত্রগুলির তলদেশ খোলা। *A* একটি উচ্চস্থান যাহার মাঝখানে প্যাঁচযুক্ত একটি খোলা জায়গা আছে। পাত্রগুলির প্রত্যেকটিকে এখানে প্যাঁচ দ্বারা আটকান যাইবে। *B* একটি লিভার, যাহার একদিকে একটি চাকতি (*C*) লাগান আছে এবং অন্যদিকে একটি তুলাপাত্র লাগান আছে। এখন একদিকে ওজন চাপাইলে চাক্‌তিটি (*C*) প্যাঁচের মুখে গিয়া নিশ্ছিদ্রভাবে লাগিয়া যাইবে। তুলাপাত্রে নির্দিষ্ট কোন ওজন চাপাইয়া এবং কোন একটি পাত্র প্যাঁচের মুখে লাগাইয়া উহার মধ্যে জল ঢালা হইল। জল একটি নির্দিষ্ট গভীরতায় পৌছাইলে চাকতিটি আর জলের চাপ সহ্য করিতে পারিবে না এবং নীচে জল পড়িতে আরম্ভ করিবে। একটি সূচক দ্বারা পাত্রে জলের উপরিস্থ তল নির্দিষ্ট করা হইল। এইবার অন্য পাত্রগুলি একের পর এক লাগান হইল এবং জল ঢালিয়া দেখা হইল চাকতি হইতে কত উচ্চতায় উপরিস্থতল পৌছাইলে চাকতির ভিতর দিয়া জল পড়িতে আরম্ভ করে। এই পরীক্ষার দ্বারা দেখা যাইবে যে প্রতি-বারেই জলের উচ্চতা পূর্বের সমান হইলে জল পড়িতে আরম্ভ করিবে। সুতরাং ইহা হইতে প্রমাণ হয় চাকতির উপর জলের চাপ জলের উচ্চতার উপর নির্ভর করে, পাত্রে কি পরিমাণ জল আছে তাহার উপর নহে। সুতরাং চাকতির উপর ঘাত এবং পাত্রে জলের ওজন এক নয়। কিন্তু ব্যাপারটি আপাতদৃষ্টিতে অসম্ভব মনে হয় বলিয়া ইহাকে উদকূট বলে। কিন্তু আসলে ইহা কোন কূটাভাস বা হেয়ালী (Paradox) নহে। কারণ পূর্বেই বলিয়াছি তরলের চাপ লম্বভাবে তলের উপর ক্রিয়া করে। সুতরাং চাকতির উপরে লম্বভাবে চাপ দিবার জন্য সোজা ইহার উপরের জলটুকুই দায়ী। পাত্রের আকার যাহাই হউক-না কেন সেই জলের উচ্চতা একই হইবে। পাত্রের গাত্র সোজা নয় বলিয়া অবশিষ্ট জলের চাপ পাত্রের গায়ের উপর পড়িবে। সুতরাং পাত্রের জলের ওজন চাকতির উপর চাপ এবং পাত্রের গায়ে নিম্নমুখী চাপের যোগফলের সমান হইবে।



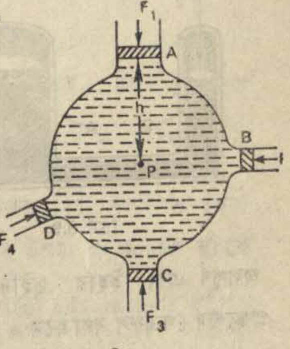
চিত্র 8.7

8.7. প্যাস্কাল সূত্র (Pascal's law) ঃ

কোন আধারে আবদ্ধ অবস্থায় তরলের কোন অংশে চাপ দিলে সেই চাপ, মান অপরিবর্তিত রাখিয়া তরলের সর্বত্র সমান ভাবে সঞ্চালিত হয় এবং আধার গাত্রে সর্বত্র সেই চাপ ক্রিয়া করে।

(Pressure applied to an enclosed fluid is tansmitted undiminished to every portion of the fluid and walls of the containing vessel).

মনে করি একটি পাত্রের চারিটি মুখ আছে (চিত্র নং 8.8) এবং প্রত্যেকটির মুখে একটি করিয়া পিষ্টন লাগান আছে। পাত্রটি সম্পূর্ণ তরল পদার্থের দ্বারা ভর্তি। এখন A পিষ্টনের উপর F_1 বল প্রয়োগ করা হইল। পিষ্টনটির প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফল a ধরা হইল। সুতরাং পিষ্টনটির উপর প্রযুক্ত চাপ F_1/a। এই চাপের ফলে অন্যান্য পিষ্টনগুলি (B, C, D) বাহিরের দিকে খানিকটা সরিয়া আসিবে। B, C, D পিষ্টনগুলির উপরও যথাক্রমে F_2, F_3 এবং F_4 বল প্রয়োগ করা হইল যাহাতে পিষ্টনগুলি আবার পূর্বস্থানে ফিরিয়া আসে। এখন দেখা যাইবে $\frac{F_1}{a}=\frac{F_2}{b}=\frac{F_3}{c}=\frac{F_4}{d}$ যেখানে b, c এবং d যথাক্রমে B, C, D পিষ্টনগুলির প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফল। ইহা হইতে বুঝা যায় যে প্রযুক্ত চাপ F_1/a সর্বত্র সঞ্চালিত হইয়া আধারের গাত্রে চাপ সৃষ্টি করিয়াছে এবং এই প্রযুক্ত চাপের মান অপরিবর্তিত অবস্থায় সঞ্চালিত হইয়াছে। এই অবস্থায় A পিষ্টন হইতে সোজা নীচের দিকে P বিন্দুতে তরলের চাপ কত? মনে করি ρ তরলের ঘনত্ব এবং h পিষ্টন A হইতে P বিন্দু পর্য্যন্ত সোজা দূরত্ব। তাই P বিন্দুতে মোট চাপ হইল



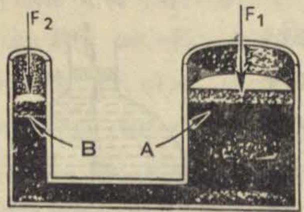
চিত্র 8.8

$\frac{F_1}{a}+h\rho g$। এখন যদি A পিষ্টনের উপর আরও সামান্য চাপ F'_1/a বৃদ্ধি করা যায় এবং অন্যান্য পিষ্টনগুলিকে উপযুক্ত বল প্রয়োগ দ্বারা না সরিতে দেওয়া হয় তাহা হইলে P বিন্দুতে মোট চাপ হইবে $\frac{F_1}{a}+\frac{F'_1}{a}+h\rho g$। সুতরাং A পিষ্টনের উপর পরে প্রদত্ত চাপ $\frac{F'_1}{a}$ মানও অপরিবর্তিত অবস্থায় P বিন্দুতে সঞ্চালিত হইবে এবং

আধারের গাত্রেও এই চাপ সঞ্চালিত হইবে। কিন্তু এখানে ধরিয়া লওয়া হইয়াছে যে চাপের সহিত তরলের ঘনত্বের কোন পরিবর্তন হয় না। আসলে দেখা যায় চাপের মান খুব বেশী হইলে তরলের ঘনত্বের সামান্য পরিবর্তন হয় যদিও ইহা অতি সামান্য। এখন প্রশ্ন হইল তরলে চাপ প্রযুক্ত হওয়ার সঙ্গে সঙ্গেই কি চাপ তরলের বিভিন্ন বিন্দুতে সঞ্চালিত হয়? না, প্রযুক্ত চাপ তরলের এক বিন্দু হইতে অন্য বিন্দুতে তরলের ভিতর শব্দের গতিতে সঞ্চালিত হইবে। কাজেই চাপ প্রযুক্ত হওয়া মাত্রই প্যাস্কাল সূত্র অনুযায়ী চাপ সর্বত্র সঞ্চালিত হইয়া যাইবে না। প্রযুক্ত চাপ শব্দের গতিতে আবদ্ধ তরলের বিভিন্ন স্থানে যাইবে এবং সঞ্চালন কালে প্যাস্কাল সূত্র প্রযুক্ত হইবে না; সঞ্চালিত হইয়া যাওয়ার পরে প্যাস্কাল সূত্র প্রযুক্ত হইবে।

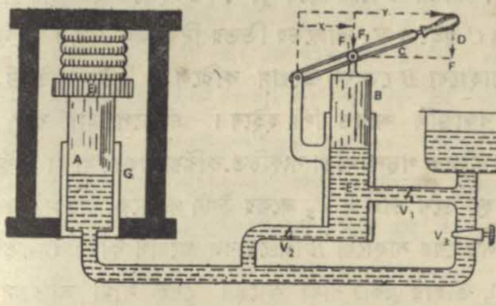
8.8. হাইড্রলিক প্রেস (Hydraulic press or Bramali's press):

প্যাস্কাল সূত্রের নানা রকম ব্যবহারিক প্রয়োগ আছে। যথা, পাট, সুতা, তূলা প্রভৃতির উপর চাপ দিয়া গাইট বাঁধাই; মোটর কারখানায় মেরামতের জন্য গাড়ীকে উপরে তোলা ইত্যাদি নানা কাজের জন্য নানা রকম যন্ত্র ব্যবহার করা হয় যাহারা প্যাস্কাল সূত্র অনুসারে কাজ করে। এই সূত্র অনুসারে সাম্য অবস্থায় তরলের উপর কোন চাপ প্রয়োগ করিলে সেই চাপ তরলের সর্বত্র সঞ্চালিত হইবে এবং আধারের গাত্রে চাপ দিবে। এখন চিত্র নং 8.9 এ বর্ণিত একটি বেলনাকৃতি (Cylindrical) পাত্র নিলাম। পাত্রটি জলপূর্ণ এবং ইহার দুইদিকে A এবং B দুইটি পিষ্টন লাগান হইল যাহাদের প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফল যথাক্রমে a এবং b। এখন পিষ্টন B র উপর F_1 বল প্রয়োগ করা হইল। সুতরাং জলের উপর প্রযুক্ত চাপ হইল $\frac{F_1}{b}$। এই চাপ তরলের ভিতর দিয়া সঞ্চালিত হইয়া A পিষ্টনের উপরও একই মানের চাপ প্রয়োগ করিবে। সুতরাং A-র উপর প্রযুক্ত বল হইবে $\frac{F_1}{b} \times a$। এই বল পিষ্টন A কে উপরের দিকে ঠেলিয়া তুলিবে যদিনা সাম্যের জন্য সমপরিমাণ বল A-র উপর প্রয়োগ করা হয়। এখন a অপেক্ষা b অনেক ছোট, সুতরাং A-র উপর প্রযুক্ত বল B অপেক্ষা অনেক বড় হইবে। এইরূপে



চিত্র 8.9

প্রযুক্ত বলকে বহুগুণ বৃদ্ধি করা যায়। এই নিয়ম অনুসারেই হাইড্রলিক প্রেস কাজ করে। চিত্র নং 8. 10 এ হাইড্রলিক প্রেসের একটি নক্সা দেখান হইল। লিভারের



চিত্র 8.10

হাতল D-তে F বল প্রয়োগ করিলে B-র উপর প্রযুক্ত বল হইবে F_1 এবং লিভারের নিয়ম অনুসারে –

$$F_1 \times x = F \times y$$

$$\text{অথবা,} \quad F_1 = F \times \frac{y}{x}$$

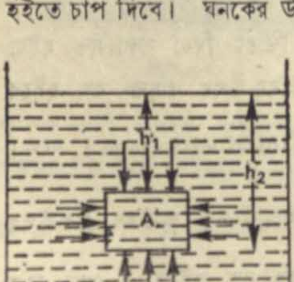
y এবং x হইল D এবং B বিন্দু হইতে H পর্য্যন্ত লম্ব দূরত্ব। এখন $y >> x$ সুতরাং $F_1 >> F$। তরলের উপর প্রযুক্ত চাপ $= \frac{F}{b} = \frac{Fy}{bx}$ এবং $\frac{y}{x} = \frac{L}{l}$ যেখানে $L = HD$ এবং $l = HB$। এখন এই প্রযুক্ত চাপ জলের ভিতর দিয়া সঞ্চালিত হইয়া অপরিবর্তিত অবস্থায় A-র উপর চাপ দিবে। A পিষ্টনের উপর প্রযুক্ত বল হইবে $F_2 \frac{F}{b} \times a = \frac{FaL}{bl}$। $\frac{F_1}{F}$ কে যান্ত্রিক সুবিধা (Mechanical advantage) বলে।

এখানে $\frac{F_2}{F} = \frac{a}{b} \times \frac{L}{l}$। a এবং L এর মান b এবং l অনেক বড় অতএব A-র উপর তরল যে বল প্রয়োগ করিবে তাহা F অপেক্ষা অনেক বড় হইবে। এখন B-র উপর বল প্রয়োগ করিলে জল E হইতে F-এ চলিয়া আসিবে এবং A পিষ্টনটিকে F_2 বলের সাহায্যে উপরের দিকে ঠেলিয়া তুলিবে। ইহাতে পিষ্টনের উপর একটি পাটাতনে রক্ষিত বস্তুগুলি পিষ্ট হইবে। E হইতে F-এ জল যাইবার পথে V_2 একটি ভাল্‌ভ (Valve) আছে। ইহা জলকে শুধু E হইতে F এর দিকে যাইতে দেয়, বিপরীত দিকে

যাইতে দেয় না। নলদ্বারা E-র সহিত C যুক্ত করা আছে এবং নলে একটি ভাল্‌ভ্ V_1 আছে যাহার দ্বারা জল C হইতে E তে আসিতে পারে। এখন লিভার দ্বারা বল প্রয়োগ করিলে জল V_2 ভালভের ভিতর দিয়া F-এ চলিয়া যাইবে এবং A পিষ্টনের উপর চাপ দিবে। লিভারটি উপরের দিকে তুলিলে F হইতে জল আর E তে আসিতে পারিবে না। কিন্তু C হইতে V_1 ভালভের ভিতর দিয়া জল E তে আসিবে। সুতরাং পুনরায় লিভারের সাহায্যে B তে বল প্রয়োগ করিলে A পিষ্টনের উপর আবার বল প্রযুক্ত হইবে এবং বস্তাগুলি আরও পিষ্ট হইবে। এইরূপে বার বার A পিষ্টনে বল প্রয়োগ করিয়া বস্তাগুলিকে পছন্দ মতো সংকুচিত করিয়া লওয়া যায়। কিন্তু যদি G তে খুব বেশী চাপ সৃষ্টি হয় তবে ভাল্‌ভ V_2 জলের উল্টা গতিকে আটকাইতে পারিবে না। সুতরাং বার বার লিভারের সাহায্যে B পিষ্টনে বল প্রয়োগ করিয়া G তে যতখুশি চাপ সৃষ্টি করা যাইবে না, তাহার একটি সীমা আছে। সেই সীমা অতিক্রম করিলে V_2 ভাল্‌ভটি আর কাজ করিবে না। বস্তাগুলি সংকুচিত হইয়া যাইবার পর B কে পূর্বাবস্থায় ফিরাইয়া আনিবার জন্য V_3 ভাল্‌ভটি খুলিয়া দেওয়া হয় তাহা হইলে G হইতে উচ্চ চাপের জল নিম্নচাপ C তে চলিয়া আসিবে।

8. 9 আর্কিমিডিসের-সূত্র (Archimedes principle) :

মনে করি A একটি ঘনক (Cube) তরলে নিমজ্জিত আছে। উহার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য a (চিত্র 8.11)। তরলের উপরিস্থ তল হইতে ঘনকের উপরের তলের দূরত্ব h_1। এবং নীচের তলের দূরত্ব h_2। তরলের ঘনত্ব ρ। এখন এই ঘনকের উপর তরল চতুর্দিক হইতে চাপ দিবে। ঘনকের উপর পার্শ্বচাপ দুই দিকেই সমান এবং বিপরীতমুখী। কাজেই ঘনকটি পার্শ্বদিকে কোন দিকেই যাইবে না। ঘনকের উপরের তলের উপর তরলের চাপ $h_1\rho g$। সুতরাং ঘনকের উপর মোট নিম্নমুখী বল (ঘাত) হইল $a^2h_1\rho g$। ঘনকের নিম্ন তলের উপর তরল উর্ধ্বাভিমুখী চাপ দিবে। কারণ এই তলের সংলগ্ন তরলের উপর নিম্নাভিমুখী চাপ হইবে $h_2\rho g$। সাম্য অবস্থায় তরলও উর্ধ্বমুখী চাপ দিবে। কারণ তরল উচ্চ চাপ হইতে নিম্নচাপের দিকে যাইতে চায়। ইহার জন্য তরলের ভিতর প্রত্যেক তলেই একটি উর্ধ্বচাপ আছে। এই চাপ নিম্নাভিমুখী চাপের সমান। কাজেই h_2 গভীরের জল সেই তল হইতে সোজা



চিত্র 8.11

উপরের দিকে উঠিতে চাহিবে, এই চাপের মান $h_2 \rho g$। ঘনকের নিম্নতলের উপর তরলের কোন নিম্নাভিমুখী চাপ নাই, কাজেই ঘনকের নিম্নতলে শুধু উর্ধ্বমুখী চাপ ক্রিয়া করিবে। সুতরাং ঘনকের নিম্নতলের উপর মোট উর্ধ্বমুখী চাপ $= a^2 h_2 \rho g$। অতএব ঘনকের উপর মোট উর্ধ্বমুখী বল $= a^2 (h_2 - h_1) \rho g = a^3 \rho g$ ($\because h_2 - h_1 = a$)। কোন নিমজ্জিত বস্তুর উপর মোট উর্ধ্বমুখী বল (উর্ধ্ব ঘাত) কে প্লবতা (buoyancy) বলে। এই উর্ধ্বঘাত স্থানচ্যুত তরলের সমান। যদি জল ব্যবহার করা হয় তবে স্থানচ্যুত তরলের ওজন হইবে $a^3 g$ ($\because \rho water = 1\ gm/Cm^3$)। সুতরাং এইক্ষেত্রে স্থানচ্যুত তরলের আয়তন বস্তুর আয়তনের সমান এবং প্লবতা = স্থানচ্যুত তরলের ভর $\times g$। এই উর্ধ্বঘাত বস্তুটিকে উপরের দিকে ঠেলিয়া তুলিতে চাহিবে এবং অভিকর্ষজ বল বস্তুটিকে নীচের দিকে টানিবে। সুতরাং তরলে ঘনকের ওজন $= mg - a^3 \rho g$। m হইল ঘনকের ভর। কাজেই তরলে নিমজ্জিত বস্তুর ওজন কমিয়া যাইবে। উর্ধ্বঘাত বা প্লবতা স্থানচ্যুত তরলের ভারকেন্দ্রে ক্রিয়া করে। অর্থাৎ নিমজ্জিত বস্তুর আকৃতি ও আয়তনের জলের ভারকেন্দ্রে এই উর্ধ্বমুখী বল ক্রিয়া করে। এই ভারকেন্দ্রকে প্লবতা কেন্দ্র (Centre of buoyancy) বলে। সাম্য অবস্থায় বস্তুর ওজন এবং প্লবতা একই উর্ধ্ব-রেখায় বিপরীতমুখী ক্রিয়া করে। শুধু তরল নয় বায়বীয় পদার্থের ক্ষেত্রেও ইহা প্রযোজ্য।

ইহার দ্বারা বস্তুর আয়তন সহজেই বাহির করা যায়। একটি কাচের সিলিণ্ডারে জল লওয়া লইল। সিলিণ্ডারের গাত্রে একটি স্কেল লাগান আছে। প্রথমে স্কেল হইতে জলপৃষ্ঠের পাঠ লওয়া হইল। এখন কোন বস্তুকে এই জলে ডুবাইলে সিলিণ্ডারে জলের উচ্চতা বাড়িয়া যাইবে। আবার স্কেল হইতে পাঠ লওয়া হইল। যদি জলের উচ্চতার পরিববর্তন হয় h এবং সিলিণ্ডারের ভিতরের প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফল হয় A তবে বস্তুর আয়তন $= Ah$।

যদি পূর্ণ নিমজ্জিত না হইয়া বস্তুটি আংশিক নিমজ্জিত হয় তবে কতটা আয়তন নিমজ্জিত অবস্থায় আছে তাহা এই পদ্ধতিতেই বাহির করা যাইবে।

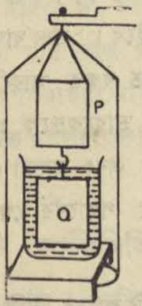
আর্কিমিডিসের সূত্রকে তাই নিম্নলিখিতভাবে প্রকাশ করা যায়ঃ

কোন বস্তুকে স্থির তরল অথবা বায়বীয় পদার্থে অংশতঃ বা পূর্ণতঃ নিমজ্জিত করিলে উহার উপর একটি উর্ধ্বমুখী বল বা প্লবতা ক্রিয়া করে। এই বল বস্তুটি যে ওজনের তরল বা বায়বীয় পদার্থ স্থানচ্যুত করে তাহার ওজনের সমান।

তাই বস্তুটির ওজন খানিকটা কম বলিয়া বোধ হয়। সুতরাং কোন বস্তুকে তরলে অংশতঃ বা পূর্ণতঃ নিমজ্জিত করিলে বস্তুটির উপর দুইটি বল বিপরীতমুখী ক্রিয়া করে এবং বস্তুটির ওজন কম বলিয়া মনে হয়। কিন্তু আসলে বস্তুর ভরের কোন পরিবর্তন হয় না।

আর্কিমিডিসের-সূত্র পরীক্ষার দ্বারা প্রমাণ :

একটি তুলাদণ্ডের একপাশে একটি একমুখ খোলা বেলনাকৃতি একটি পাত্র P এবং একটি নিরেট বেলনাকৃতি বস্তু ঝুলান হইল। Q-র আয়তন এমন করা হইল যাহাতে উহা P-র ভিতরকার আয়তনের সমান হয়। অন্যপার্শে ওজন চাপাইয়া তুলাদণ্ড অনুভূমিক করা হইল। একটি জলপূর্ণ পাত্রের ভিতর Q কে ডোবান হইল (চিত্র নং 8.12)। এখন দেখা যাইবে যে তুলাদণ্ডটি আর অনুভূমিক নাই। যে পাশে ওজন চাপান হইয়াছে সেই দিকে তুলাদণ্ডটি নামিয়া গিয়াছে। অর্থাৎ জলে ডুবানোর জন্য Q-র ওজন কমিয়া গিয়াছে। P-র ভিতরে এইবার আস্তে আস্তে জল ঢালা হইল যতক্ষণ পর্য্যন্ত না তুলাদণ্ডটি আবার অনুভূমিক হয়। দেখা যাইবে যে P পাত্রটি জলপূর্ণ হইলে তুলাদণ্ডটি আবার অনুভূমিক হইয়াছে। সুতরাং ইহা হইতে প্রমাণ হয় যে Q কে জলে ডোবানোর জন্য যে ওজন কমিয়াছে তাহা Q-র আয়তনের জলের ওজনের সমান।



চিত্র 8.12

8. 10. ভাসমান বস্তুর সাম্য (Equilibrium of floating bodies) :

কোন বস্তু অংশতঃ বা পূর্ণতঃ নিমজ্জিত করিলে বস্তুটির উপর দুইটি বল ক্রিয়া করে। এই বলগুলি হইল যথাক্রমে (i) বস্তুর ওজন ($w = mg$)। ইহা বস্তুর ভার কেন্দ্রে ক্রিয়া করে এবং বস্তুকে নীচের দিকে নামাইতে চায়।

(ii) প্লবতা (buoyancy)। ইহা বস্তুর উপর তরলের মোট ঊর্ধ্বঘাত। ইহা উপরের দিকে ঠেলিয়া তুলিতে চায়। ইহা স্থানচ্যুত তরলের ভারকেন্দ্রে ক্রিয়া করে। বস্তুর আয়তন যদি V এবং তরলের ঘনত্ব ρ হয় তবে,

$$\text{প্লবতা } W' = V\rho g$$

এই বল দুইটির মানের উপরই নির্ভর করিবে বস্তুটি ভাসিবে কি না। পরপৃষ্ঠায় তাহার কিছু আলোচনা করা হইল।

(a) বস্তুর ওজন যদি প্লবতা হইতে বেশী হয় তবে বস্তুটির উপর নীচের দিকে মোট লব্ধি বল $= W - W' = mg - V\rho g = V(\rho' - \rho)\ g$. ρ' হইল বস্তুটির ঘনত্ব। সুতরাং বস্তুটি তরলে ডুবিয়া যাইবে।

(b) বস্তুটির ওজন যদি প্লবতা হইতে কম হয় তাহা হইলে $W - W'$ ধনাত্মক হইবে। অর্থাৎ লব্ধি বল উপরের দিকে ক্রিয়া করিবে। সুতরাং বস্তুটিকে জলে ডুবাইতে হইলে নিম্নমুখী বল প্রয়োগ করিতে হইবে। যেমন একটি হাল্কা কর্ককে জলে ডুবাইয়া দিলে উহা আবার জলের উপরে উঠিয়া আসে। জলে ডুবাইয়া রাখিতে হইলে জোর করিয়া উহা জলের তলায় ধরিয়া রাখিতে হইবে। সাম্য অবস্থায় কর্কটির ওজন প্লবতার সমান হইবে। সেইজন্য কর্কটি সম্পূর্ণ ডুবিবে না। কর্কটির আয়তন যদি V হয় তবে এই আয়তনের একটি অংশ মাত্র ডুবিবে। মনে করি ইহা V'। যখন সাম্য অবস্থায় আসিবে,

$$V\rho' g = V'\rho g$$

ρ' এবং ρ যথাক্রমে কর্ক এবং তরলের ঘনত্ব।

$$\frac{V'}{V} = \frac{\rho'}{\rho} \qquad \ldots\ldots(8.5)$$

ইহা যে কোন হাল্কা বস্তুর পক্ষেই প্রযোজ্য। জল হইতে বরফ হইলে বরফের ঘনত্ব কমিয়া যায় এবং আয়তন বাড়িয়া যায়। সুতরাং বরফ জলের উপর ভাসিবে। সমান ওজনের বরফ জল অপেক্ষা আয়তনে বেশী হওয়ায় উহা বেশী জল অপসারণ করিবে। সুতরাং প্লবতা বেশী হইবে। বরফ খণ্ডটি সম্পূর্ণ ডুবিবে না। বরফের ঘনত্ব 0·92 gm/cm³ এবং জলের ঘনত্ব 1.0 gm/cm³। সুতরাং (8·5) সমীকরণ অনুযায়ী লিখিতে পারি,

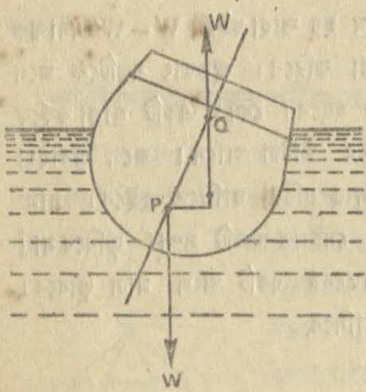
$$\frac{\text{বরফের নিমজ্জিত অংশের আয়তন}}{\text{বরফের সম্পূর্ণ আয়তন}} = \frac{V'}{V} = 0{\cdot}92$$

অথবা, $$\frac{\text{বরফের ভাসমান অংশের আয়তন}}{\text{বরফের নিমজ্জিত অংশের আয়তন}} = \frac{V - V'}{V'} = \frac{1}{11{\cdot}5}$$

একটি জলপূর্ণ পাত্রে একখণ্ড বরফ ভাসাইলে এবং বরফ খণ্ডটি আস্তে আস্তে গলিয়া গেলে পাত্রটি হইতে কোন জল উপচাইয়া পড়িয়া যাইবে না। সমুদ্রের জলের ঘনত্ব বেশী বলিয়া উহাতে সাঁতার কাটা সোজা। এইরূপ আরও উদাহরণ দেওয়া যায়। কিন্তু কোন ক্ষেত্রে যদি $\rho' = \rho$ হয় তবে বস্তুটি তরলের ভিতর যে কোন জায়গায় রাখিলে উহা সাম্য অবস্থায় থাকিবে। সুতরাং কোন বস্তুর ক্ষেত্রে যদি $W = W'$ হয় তবে বস্তুটি ভাসিবে। কিন্তু বস্তু ভাসিলেই উহা তৎক্ষণাৎ

সাম্য অবস্থায় আসে না। যেমন একটি শূন্য কলসীকে একটু কাত করিয়া ভাসাইয়া দিলে কলসীটি কিন্তু ঘুরিয়া সোজা হইয়া ভাসিতে থাকিবে।

স্নতরাং ভাসমান বস্তুকে সাম্য অবস্থায় আসিতে হইলে আরও একটি সর্ত পালন করিতে হইবে যাহাতে বস্তুটি ভাসমান অবস্থায় ঘুরিতে পারে। সর্তটি হইল : **বস্তুর ভার-কেন্দ্র এবং স্থানচ্যুত তরলের ভারকেন্দ্র একই উর্ধ্বরেখায় ক্রিয়া করিবে।** এই সর্তটি পূর্ণ না হওয়া পর্যন্ত বস্তুটি ঘুরিতে থাকিবে। (8.13) নং চিত্রে একটি বস্তুকে একটু কাত করিয়া ভাসান হইল। উহার P-তে W (=mg) বল এবং Q-তে W′ বল (প্লবতা) ক্রিয়া করিতেছে। এই দুইটি বল একই উর্ধ্ব রেখায় ক্রিয়া না করায় একটি দ্বন্দ্বের (couple) সৃষ্টি হইবে এবং বস্তুটি ঘুরিতে থাকিবে। যখন বল দুইটি একই উর্ধ্ব রেখায় আসিবে তখন বস্তুটি সাম্য অবস্থায় আসিবে। তবে কোন বস্তু যদি সম্পূর্ণ নিমজ্জিত থাকে এবং তাহার তলায় কোন তরল না থাকে তবে বস্তুটির উপর কোন প্লবতা ক্রিয়া করিবে না।



চিত্র 8.13

লোহার তৈয়ারী জাহাজ জলে ভাসে কেন?

দেখা যায় একখণ্ড লোহা জলে ফেলিলে উহা ডুবিয়া যায় কিন্তু ঐ লোহার তৈয়ারী জাহাজ জলে ভাসে। কারণ হইল জাহাজ এমনভাবে তৈয়ারী করা হয় যাহাতে উহা একটু ডুবিলেই প্রচুর পরিমাণে জল অপসারণ করিতে পারে। সেইজন্য অল্প ডুবিলেই জাহাজের ওজন অপসারিত জলের ওজনের সমান হইয়া যাইবে এবং জাহাজটি জলে ভাসিবে যদিও লোহার ঘনত্ব (ρ') জলের ঘনত্ব (ρ) অপেক্ষা অনেক বেশী।

ডুবোজাহাজের (Submarine) কার্যপ্রণালী :

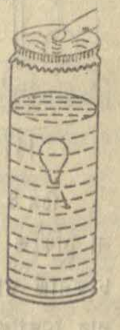
এই জাহাজও সাধারণ অবস্থায় জলে ভাসিয়া থাকে। ইহার ভিতর দুইটি প্রকোষ্ঠ আছে। প্রয়োজনমত বিভিন্ন পরিমাণ জল এই প্রকোষ্ঠ দুইটিতে প্রবেশ করান যায়, আবার পাম্পের সাহায্যে এই জল বাহির করিয়া দেওয়ারও ব্যবস্থা আছে। এই প্রকোষ্ঠ দুইটিতে জল প্রবেশ করাইয়া জাহাজের ওজনকে (W) প্লবতার সমান অথবা তাহার চাইতে বেশী করা যায়। যখন W=W হইবে তখন জাহাজটি জলের

ভিতরে যে কোন জায়গায় থাকিতে পারিবে। কিন্তু $W > W'$ হইলে জাহাজটি ডুবিয়া যাইবে। আবার পাম্পের সাহায্যে জল বাহির করিয়া দিলে জাহাজটি ভাসিয়া উঠিবে।

8.11. কার্টেসীয় ডাইভার (Cartesian Diver) :

কার্টেসীয় ডাইভার এমন একটি পরীক্ষা যাহার দ্বারা প্যাস্কাল সূত্র এবং আর্কিমিডিসের সূত্র একই সঙ্গে পরীক্ষার দ্বারা দেখান যায়। একটি কাচের পাত্রে বেশ কিছু পরিমাণ জল লইয়া (চিত্র নং 8.14) পাত্রটির মুখ একটি রবারের পাত দিয়া বন্ধ করা হইল। পাত্রটির ভিতরে একটি বিশেষভাবে তৈয়ারী পুতুল ভাসমান অবস্থায় থাকে। এখন রবারের পাতে চাপ দিলে পুতুলটি জলের ভিতর ডুবিয়া যাইবে। বিভিন্ন প্রকার চাপ রবারের পাতের উপর প্রয়োগ করিয়া পুতুলটিকে জলের ভিতর যে কোন জায়গায় সাম্য অবস্থায় রাখা যাইবে। আবার চাপ তুলিয়া লইলেই পুতুলটি ভাসিয়া উঠিবে।

ইহার কারণ হইল পুতুলের ভিতরের অংশটি ফাঁপা এবং পুতুলের পিছনের দিকে একটি ছিদ্র আছে। এই ছিদ্র দিয়া জল ভিতরে ঢুকিতে পারে। প্রথমাবস্থায় কিছু পরিমাণ জল পুতুলটির ভিতরে ঢুকান থাকে। তাই পুতুলের অধিকাংশ অংশই জলের ভিতরে থাকে এবং সামান্য অংশ জলের উপরে ভাসিয়া থাকে। এখন রবারের পাতের উপর চাপ দিলে পাত্রের ভিতরের বায়ুতে চাপ সৃষ্টি হয় এবং উক্ত চাপ প্যাস্কাল সূত্র অনুযায়ী জলে সঞ্চালিত হয়। আবার জলের চাপ পুতুলের মধ্যস্থিত বায়ুতে চাপ দেয় এবং তাহার ফলে পুতুলের ভিতরের বায়ু সংকুচিত হয় এবং কিছু পরিমাণ জল পুতুলের ভিতর প্রবেশ করে। তাই পুতুলের ওজন (W) বৃদ্ধি পায় এবং পুতুলটি জলে ডুবিয়া যায়। যতক্ষণ পর্যান্ত জল সমেত পুতুলের ওজন জলের প্লবতার সমান হইবে ততক্ষণ পুতুলটি ভাসিবে কিন্তু যখন প্লবতা (W') হইতে ওজন বেশী হইবে তখন পুতুলটি ডুবিয়া যাইবে। আবার চাপ তুলিয়া লইলে পুতুলটি ভাসিয়া উঠিবে।



চিত্র 8.14

8.12. বায়বীয় মাধ্যমের ক্ষেত্রেও আর্কিমিডিসের সূত্র প্রযোজ্য :

তরলের ন্যায় বায়ুর (অথবা অন্য যে কোন গ্যাস) ভিতর কোন বস্তু রাখিলে বায়ুও বস্তুটির উপর ঊর্ধ্বমুখী চাপ দিবে। বস্তুটির উপর এই ঊর্ধ্বমুখী বলই বায়ুর প্লবতা। এই ক্ষেত্রেও ঊর্ধ্বমুখী বল স্থানচ্যুত বায়ুর ওজনের সমান। কাজেই

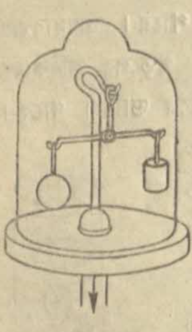
যখনই আমরা কোন বস্তু বায়বীয় মাধ্যমের ভিতর ওজন করি তখন সেই ওজন কিন্তু বস্তুটির প্রকৃত ওজন নয়। এই আপাত ওজন বস্তুর প্রকৃত ওজন অপেক্ষা কম। এই একই বস্তুকে আবার শূন্যস্থানে ওজন করিলে দেখা যাইবে বস্তুটির ওজন বাড়িয়া গিয়াছে। কাজেই লিখিতে পারি,

বস্তুর প্রকৃত ওজন=বস্তুর আপাত ওজন + স্থানচ্যুত বায়ুর ওজন।

ইহা একটি সাধারণ পরীক্ষার দ্বারা প্রমাণ করা যায়।

বায়বীয় মাধ্যমে প্লবতার অস্তিত্ব : পরীক্ষা :

একটি বিশেষ ধরণের তুলাদণ্ডের সাহায্যে ইহা পরীক্ষা করা যায়। এই তুলাদণ্ডে কোন্ তুলাপাত্র নাই। ওজন তুলাদণ্ডের দুই পাশের হুকে ঝুলাইয়া দিতে হয় (চিত্র নং 8.15)। একদিকে একটি হাল্কা বস্তুর গোলক এবং অন্যদিকে ভারী সীসার খণ্ড ঝুলান হইল। সীসার ঘনত্ব বেশী হওয়ায় সীসার খণ্ডের আয়তন কম হইবে। কাজেই অপর দিকে যদি হাল্কা অ্যালুমিনিয়ামের গোলক লওয়া যায় তবে এই গোলকের আয়তন সীসার খণ্ডের আয়তন অপেক্ষা অনেক বেশী হইবে ($\rho Al < \rho Pb$)। সেইজন্য অ্যালুমিনিয়াম গোলক বেশী আয়তনের বায়ু অপসারণ করিবে। অর্থাৎ অ্যালুমিনিয়াম গোলকের উপর বায়ুর প্লবতা সীসার খণ্ড অপেক্ষা বেশী হইবে। ডান দিকে ঠিক ওজন ঝুলাইয়া বায়ুতে তুলাদণ্ডটিকে অনুভূমিক করা হইল। এখন কাচের ঢাকনাটি (বেলজার) ইস্পাতের মসৃন পাতের উপর এমনভাবে রাখা হইল যাহাতে এই ঢাকনা এবং ইস্পাত পাতের সংযোগ স্থলের ভিতর দিয়া কোন বায়ু না ঢুকিতে পারে। তাই একধরণের রাবারের রিংএর (গাস্কেট) উপর কাচের ঢাকনাটি রাখা হয়। বায়ু নিষ্কাশক পাম্পের সাহায্যে কাচের ঢাকনাটির ভিতরের বায়ু নিষ্কাশিত করা হইল। বায়ুনিষ্কাশনের পর দেখা যাইবে, যে দিকে অ্যালুমিনিয়াম গোলকটি আছে সেই দিকে তুলাদণ্ডটি ঝুকিয়া পড়িয়াছে। অর্থাৎ অ্যালুমিনিয়াম গোলকের ওজন বাড়িয়া গিয়াছে। কাচের ঢাকনার ভিতরে বায়ু প্রায় না থাকায় এখন প্লবতাও কমিয়া গিয়াছে। তাই এই ক্ষেত্রে প্রকৃত ওজন পাওয়া যাইবে। এই পরীক্ষা হইতে বুঝা যাইতেছে যে বস্তুর আয়তন বেশী তাহার উপর বায়ুর প্লবতাও বেশী এবং বস্তুটি বায়ুতে ওজন করিলে প্রকৃত ওজন অপেক্ষা কম ওজন দেখাইবে।



চিত্র 8.15

বায়ুর প্লবতার কয়েকটি উদাহরণঃ

(1) এক পাউণ্ড তুলা এক পাউণ্ড লোহা অপেক্ষা ভারীঃ

পূর্ব-বর্ণিত পরীক্ষার (চিত্র নং 8.15) কথা মনে রাখিলে ইহা সহজেই বুঝা যাইবে। এক পাউণ্ড তুলার আয়তন এক পাউণ্ড লোহা অপেক্ষা অনেকগুণ বেশী। তাই এক পাউণ্ড তুলা অনেক বেশী বায়ু অপসারণ করিবে। কাজেই এক পাউণ্ড তুলার উপর প্লবতা এক পাউণ্ড লোহা অপেক্ষা অনেক বেশী হইবে। বায়ুতে আপাত ওজন এক হইলেও শূন্যস্থানে ওজন করিলে তুলার ওজন বেশী হইবে কারণ তখন কোন প্লবতা থাকিবে না।

(2) পলিথিন, প্লাষ্টিক অথবা রবারের ব্যাগে বায়ুমণ্ডলের চাপে বায়ু প্রবেশ করাইলে ব্যাগের ওজনের কোন পরিবর্তন হয় নাঃ

পাতলা পলিথিন (অথবা প্লাষ্টিক বা রবার) ব্যাগে বায়ুমণ্ডলের চাপে বায়ু প্রবেশ করাইলে ব্যাগের যে আয়তন বাড়িবে তাহা অপসারিত বায়ুর ওজনের সমান। তাই ব্যাগের ওজনের কিছু পরিবর্তন হইবে না। কিন্তু বায়ুমণ্ডলের চাপ অপেক্ষা বেশী চাপে বায়ু প্রবেশ করাইলে ব্যাগের ভিতর বায়ুর ঘনত্ব বাড়িয়া যাইবে। সেই ক্ষেত্রে অপসারিত বায়ুর ওজন ব্যাগের ভিতরের বায়ুর ওজন অপেক্ষা কম হইবে। কারণ অপসারিত বায়ুর ঘনত্ব এই ক্ষেত্রে কম। তাই ব্যাগের ওজনের পরিবর্তন হইবে এবং ওজন বাড়িবে।

(3) বেলুন কি করিয়া উপরে উঠেঃ

বেলুনের ভিতর বাতাস অপেক্ষা হাল্কা গ্যাস (হাইড্রোজেন অথবা হিলিয়াম) ভরিয়া ফুলাইলে বেলুনও সম আয়তনের বায়ু অপসারণ করিবে। এখন অপসারিত বায়ুর ওজন একই আয়তনের হাইড্রোজেন গ্যাস অপেক্ষা অনেকগুণ বেশী। তাই এই ক্ষেত্রে প্লবতা বেলুনের ওজন অপেক্ষা বেশী। এই ঊর্ধ্ব বল বেলুনটিকে উপরে ঠেলিয়া তুলিবে। বেলুনটি যত উপরে উঠিবে বায়ুর ঘনত্বও তত কমিবে। তাই প্লবতাও কমিবে। যখন কোন উচ্চতায় প্লবতা এবং বেলুনের ওজন এক হইয়া যাইবে বেলুন আর উপরে উঠিবে না।

Example 4. একটি সাঁতার কাটার পুকুরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং গভীরতা যথাক্রমে $2m \times 1m \times 0.2m$। ইহা যখন জলে ভর্তি তখন ইহার তলদেশে মোট বল কত হইবে? উহার দেওয়ালের উপর মোট ঘাত কত?

A swimming pool has the dimensions 2m × 1m × 0.2m. When it is filled with water, what will be the force on the bottom? What is the total thrust on the walls?

পুকুরটির তলদেশের ক্ষেত্রফল (A) $=200 \times 100 = 2 \times 10^4$ cm^2.

সুতরাং তলদেশের উপর মোট বল$= h\rho g \times A = 20 \times 1 \times 980 \times 2 \times 10^4$

$$= 392 \times 10^6 \text{ dynes.}$$

তরল আধারের দেওয়ালে যে চাপ দেয় তাহা গভীরতার সহিত ক্রমশ বাড়িতে থাকে। দেওয়ালের উচ্চতা যদি h হয় তাহা হইলে $\frac{h}{2}$ গভীরতায় যে চাপ হইবে তাহাকে গড় চাপ বলে। সুতরাং গড় চাপ$=\frac{1}{2}\, h\rho g = \frac{1}{2} \times 20 \times 1 \times 980 = 9800$ dynes/cm². চার দেওয়ালের ক্ষেত্রফল$=2h$ (দৈর্ঘ্য$+$প্রস্থ)

$$= 2 \times 20\ (200 + 100)$$

$$= 12000 \text{ cm}^2.$$

চার দেওয়ালের উপর মোট ঘাত(Thrust) $= 9800 \times 12000$

$$= 1176 \times 10^5 \text{ dynes.}$$

Example 5. পারদে ভাসমান একটি ঘনকের অর্ধাংশ পারদের ভিতর নিমজ্জিত আছে। যদি ইহার উপর জল ঢালিয়া ঘনকটিকে ডুবাইয়া দেওয়া হয় তাহা হইলে ঘনকের আয়তনের কত অংশ পারদে নিমজ্জিত থাকিবে? পারদের ঘনত্ব$=13.6$ gm/cm³. ।

A cube floating on mercury has one half of its volume submerged. If enough water is added to cover the cube, what fraction of its volume will remain immersed in mercury? The density of mercury$=13{\cdot}6$ gm/cm³.

মনে করি ঘনকটির এক একটি বাহুর দৈর্ঘ্য l এবং ঘনত্ব ρ। পারদের ঘনত্ব ρ'। সুতরাং

$$l^3 \rho g = \frac{l^3}{2} \rho' g$$

জল ঢালার পরে মনে করি l' অংশ পারদের ভিতরে আছে। সুতরাং জলের ভিতরে আছে $(l-l')$ অংশ। জলের ঘনত্ব $\rho = 1\text{gm/cm}^3$।

$$\therefore\quad l^3 \rho\, g = l'\, l^2\, \rho'\, g + (l-l')\, l^2\, \rho g.$$

অথবা $\frac{l^3}{2}\, \rho'\, g = l'\, l^2\, \rho'\, g + (l-l')\, l^2 \rho g.$

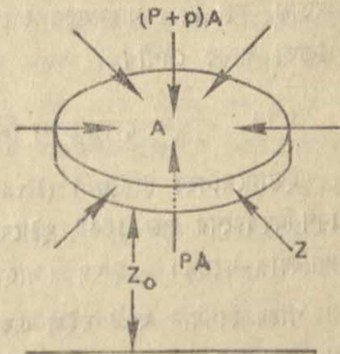
ধরা হইল $\frac{l'}{l} = x.$

$$\therefore\quad \frac{l'}{l} = x = \frac{\frac{\rho'}{2} - 1}{\rho' - 1} = 0{\cdot}46.$$

সুতরাং 0·46 অংশ পারদের ভিতরে থাকিবে। বস্তুর কত আয়তনের কত অংশ তরলের ভিতরে থাকিবে তাহা কিন্তু বস্তুর আকৃতির উপর নির্ভর করে না। ইহা সকল ভাসমান বস্তুর পক্ষেই প্রযোজ্য।

8.13 বায়ুমণ্ডলের চাপ (Atmospheric pressure) :

সাধারণত বায়ু এবং তরলের অনেক ধর্মই এক। যেমন উভয়ের ক্ষেত্রেই আর্কিমিডিসের সূত্র এবং প্যাস্কাল সূত্র প্রযোজ্য। বায়ু এবং তরলকে একসঙ্গে বলা হয় ফ্লুইড্ (fluid)। পৃথিবীর উপরের বায়ুমণ্ডলও তরলের ন্যায় পৃথিবী পৃষ্ঠে চাপ দেয়। যদি বায়ুর ঘনত্ব (ρ) বায়ুমণ্ডলের সর্বত্র সমান ধরিয়া লওয়া যায় এবং পৃথিবীর উপরে বায়ুমণ্ডলের উচ্চতা যদি হয় H তবে ভূপৃষ্ঠে বায়ুর চাপ হইবে (8·4 সমীকরণ অনুযায়ী) $H\rho g$। আমরা যদি সাম্য অবস্থায় বায়ুমণ্ডলের অতিক্ষুদ্র আয়তনের একটি অংশকে পৃথক করিয়া লইয়া বায়ুমণ্ডলের ভিতর রাখি (চিত্র নং 8·16) তবে সেই ক্ষুদ্র আয়তনটিও সাম্য অবস্থায় থাকিবে। মনে করি ক্ষুদ্র আয়তনটির আকৃতি একটি চাকতির (disc) মত। উহার বেধ (thickness) Z এবং প্রস্থচ্ছেদ A। সুতরাং চাকতির ভর $AZ\rho$ হইবে। এখন সাম্য অবস্থায় এই আয়তনটির উপর সর্বদিক হইতে চাপ সমান হইবে। আমরা তরলের ক্ষেত্রে দেখিয়াছি সাম্য অবস্থায় তরলের সর্বত্র পার্শ্ব-চাপ সমান। বায়ুর ক্ষেত্রেও ইহা সত্য।



চিত্র 8.16

সুতরাং চাকতির উপর পার্শ্বদেশে লব্ধি অনুভূমিক বল (resultant horizontal force) শূন্য হইবে। ধরা হইল চাকতির নিম্নতলে চাপ P এবং উপরিস্থ তলে P+p ; সুতরাং ঊর্ধ্বঘাত বা প্লবতা হইল PA এবং নিম্নদিকে বল (P+p) A+চাকতিটির ওজন ($AZ\rho g$)। সাম্য অবস্থায় দুইটি বিপরীতমুখী বল সমান হইবে।

সুতরাং $PA=(P+p)\,A+AZ\rho g$.

অথবা $\frac{P}{Z}=-\rho g$ ....(8.6)

সমীকরণ (8.6) হইতে বুঝা যাইতেছে যে চাপ উচ্চতার সহিত পরিবর্তন হয়। $\dot{P}$ ঋণাত্মক হওয়ায় Z যত বাড়িবে চাকতির উপরিস্থ তলের চাপ তত কমিবে। অর্থাৎ Z-র মান যত বাড়িতে থাকিবে নিম্নতল অপেক্ষা উপরিস্থ তলে চাপের মান

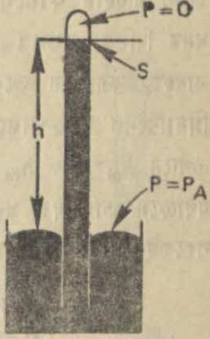
তত কমিবে। এখন যদি এই চাকতিটির নিম্নতল ভূপৃষ্ঠের উপর ধরা হয় এবং Z যদি ভূপৃষ্ঠ হইতে উচ্চতা বুঝায় তবে (8.6) সমীকরণ হইতে ভূপৃষ্ঠ হইতে উচ্চতার সহিত চাপ কিরূপে পরিবর্তন হইবে তাহা নির্ণয় করা যাইবে। ভূপৃষ্ঠের উপর চাপ $P(=H\rho g)$, যত উপরে উঠা যাইবে চাপ হইবে $P-p$; অর্থাৎ $H\rho g - Z\rho g$। সুতরাং ভূপৃষ্ঠ হইতে Z উচ্চতায় বায়ুমণ্ডলের চাপ $(H-Z)\,\rho g$ হইবে। Z যত বাড়িবে চাপ তত কমিবে। কিন্তু সাম্য অবস্থায় বায়ুমণ্ডলের একই অনুভূমিক তলের উপর চাপ সর্বত্র সমান এবং ভূপৃষ্ঠের উপর বায়ুর চাপ $H\rho g$। এখানে ধরিয়া লওয়া হইয়াছে যে ρ-র মান উচ্চতার সহিত পরিবর্তন হয় না। কিন্তু আসলে বায়ুর ঘনত্ব উচ্চতার সহিত কমিয়া যায়। তাই ρ কে ধ্রুবক করিলে H বায়ুমণ্ডলের আসল উচ্চতা হইতে কম হইবে। অর্থাৎ বায়ুমণ্ডলের আসল উচ্চতা H অপেক্ষা বেশী। যেহেতু সাম্য অবস্থায় বায়ুর চাপ সব দিকে সমান তাই আমরা এই চাপ অনুভব করিতে পারি না। ইহা শুধু বায়ু নয় সমস্ত গ্যাসের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য। কোন বদ্ধ পাত্রে গ্যাস থাকিলে উচ্চতার সহিত চাপের বিশেষ তারতম্য ধরা যায় না, কারণ গ্যাস বা বায়ুর ঘনত্ব খুবই কম। সামান্য উচ্চতায় চাপের যে তারতম্য হয় তাহা অত্যন্ত অল্প কিন্তু বায়ুমণ্ডলে চাপের তারতম্য অনেক বেশী, কারণ বায়ুমণ্ডলের উচ্চতা অনেক বেশী।

8.14. বায়ুমণ্ডলের চাপ নির্ণয় (**Measurement of pressure**) :

ইভানজেলিস্তা টরিসেলী (Evangelista Torricelli, 1608—1647) বায়ুর চাপ নির্ধারণের জন্য 1643 খৃষ্টাব্দে পারদ চাপমান যন্ত্রটি (Mercury barometer) আবিষ্কার করেন। এই যন্ত্রটির সাহায্যে সহজেই বায়ুর চাপ মাপা যায়।

পারদ চাপমান যন্ত্রটি হইল একটি লম্বা কাচের নল যাহার একমুখ বন্ধ। এই নলটিকে পারদপূর্ণ করিয়া উহার খোলা মুখটি আঙ্গুল দিয়া চাপিয়া ধরিয়া একটি পারদপূর্ণ পাত্রের উপর উপুড় করিয়া দেওয়া হইল। পারদপূর্ণ পাত্রে উপুড় করা কাচের নলটি কেমন দেখাইবে তাহা 8.17 নং চিত্রে দেখান হইয়াছে। কাচের নলটি হইতে কিছু পারদ বাহির হইয়া যাইবে এবং নলের উপরের শূন্য স্থানটি বায়ুশূন্য অবস্থায় থাকিবে। সুতরাং নলের উপরের শূন্য অংশে বায়ুর চাপ শূন্য ($P=0$) এবং নলের ভিতরের পারদস্তম্ভের উপরিস্থ তল S এর উপরে চাপ শূন্য। নলের মধ্যস্থিত পারদ স্তম্ভের উপরের এই চাপ-শূন্য অংশকে টরিসেলী চাপশূন্য স্থান (Torricellian Vacuum) বলে। কিন্তু পাত্রের পারদের উপরে বায়ুমণ্ডলও চাপ দিবে। মনে করি পাত্রের পারদের উপর বায়ুমণ্ডলের চাপ P_A।

যেহেতু পারদ তরল পদার্থ সেই হেতু পারদের একই তলের উপর সাম্য অবস্থায় সর্বত্র চাপ সমান হইবে। পাত্রে পারদের উপরিস্থ তলের উপর চাপ যদি হয় P_A তাহা হইলে নলের ভিতরে একই তলে Q বিন্দুতেও চাপ P_A হইবে। তাহা না হইলে তরল সাম্য অবস্থায় থাকিতে পারে না। নলের ভিতরের পারদস্তম্ভই Q বিন্দুতে চাপ দিবে কারণ নলের ভিতরে বায়ুর চাপ শূন্য। এখন সাম্য অবস্থায় পারদস্তম্ভের Q বিন্দুতে চাপ P_Aর সমান হইবে। অথবা বলা যায় বায়ুমণ্ডলের চাপই পারদস্তম্ভকে ঠেলিয়া নলের ভিতরে উপরের দিকে তুলিয়া রাখিয়াছে। পারদস্তম্ভের উচ্চতা ততটুকুই হইবে যতটুকুতে পারদস্তম্ভের Q বিন্দুতে চাপ P_A র সমান হইবে। কিন্তু আসলে নলের উপরের শূন্য অংশে বায়ু না থাকিলেও পারদের বাষ্প থাকিবে। সাধারণ তাপে (room temperature) পারদস্তম্ভের চাপ অত্যন্ত অল্প বলিয়া তাহাকে ধরা হয় না। সুতরাং $P_A = h\rho g$ ......(8.7).



চিত্র 8.17

যেখানে h হইল পারদস্তম্ভের উচ্চতা এবং ρ পারদের ঘনত্ব। সুতরাং বায়ুমণ্ডলের চাপ একটি একক প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট নলের ভিতর পারদস্তম্ভের ওজনের সমান। বায়ুমণ্ডলের চাপ এক এক সময়ে এক এক রকম হয়, কারণ বায়ু সাধারণত সাম্য অবস্থায় থাকে না। সর্বদাই বায়ু উচ্চচাপ হইতে নিম্নচাপের দিকে ধাবিত হয়। শুধু তাহাই নয় বায়ুর চাপ বাতাসে জলীয় বাষ্পের উপরও নির্ভর করে। বায়ুর চাপ উচ্চতার উপরও নির্ভর করে। সমুদ্রপৃষ্ঠে পারদস্তম্ভের উচ্চতা সাধারণত 76 cm এর কাছাকাছি থাকে। $0°C$ তাপে এবং $45°$ অক্ষাংশে প্রমাণ (standard) অভিকর্ষজ ত্বরণে (980.665 cm/sec^2), সমুদ্রপৃষ্ঠে 76cm পারদের চাপকে এক বায়ুমণ্ডলের চাপ (One Atmosphere) বলে। সুতরাং

$$\text{এক বায়ুমণ্ডলের চাপ} = 76 \times 13.5950 \times 980 \cdot 665$$
$$= 1 \cdot 013 \times 10^6 \text{ dynes/cm}^2$$

ঘনত্ব উষ্ণতার উপর নির্ভর করে এবং g এর মান অক্ষাংশ এবং উচ্চতার উপর নির্ভর করে। তাই উষ্ণতা, অক্ষাংশ এবং উচ্চতার উল্লেখ প্রমাণ চাপের সংজ্ঞায় করা হয়। বায়ুমণ্ডলের চাপকে আমরা সাধারণত পারদস্তম্ভের উচ্চতার সাহায্যে প্রকাশ করিয়া থাকি। যেমন আমরা বলিয়া থাকি সমুদ্রপৃষ্ঠে বায়ুর চাপ পারদের 76cm (76 cm of Hg or 76cm-Hg)। কিন্তু মনে রাখা দরকার চাপ হইল একক ক্ষেত্রফলের উপর বল, পারদ স্তম্ভের উচ্চতা নহে। তবে পারদ

স্তম্ভের উচ্চতা জানা থাকিলে উহাকে ρ এবং g এর দ্বারা গুণ করিলে চরম (Absolute) চাপ পাওয়া যাইবে। এখন কাচের নলে পারদের বদলে অন্য কোন তরল ব্যবহার করিলে সেই তরল স্তম্ভের উচ্চতা ভিন্ন হইবে। কারণ বিভিন্ন তরলের ঘনত্ব বিভিন্ন রকম। সুতরাং পারদের পরিবর্তে যদি গ্লিসারিন (Glycerine) ব্যবহার করা হয় তবে তাহার উচ্চতা পারদস্তম্ভের উচ্চতা হইতে বেশী হইবে, কারণ গ্লিসারিনের ঘনত্ব পারদের ঘনত্ব হইতে অনেক কম। সুতরাং $h_{gl}\cdot \rho_{gl}\cdot g = h_m \ \rho_m \ g$ এখানে h_{gl} এবং h_m যথাক্রমে গ্লিসারিন এবং পারদস্তম্ভের উচ্চতা, ρ_{gl} এবং ρ_m যথাক্রমে তাহাদের ঘনত্ব। যদি গ্লিসারিনের ঘনত্ব জানা থাকে তবে h_{gl} এর মান সহজেই বাহির করা যাইবে।

$$h_{gl} = \frac{\rho_m}{\rho_{gl}} \ h_m \qquad \dots\dots (8.7)$$

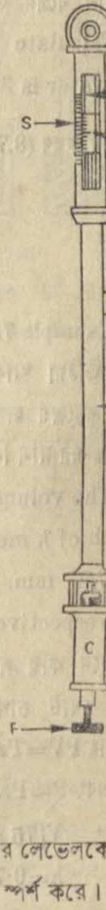
এই সমীকরণের সাহায্যে কাচের নলের ভিতরে যে কোন তরলের উচ্চতা কত হইবে বাহির করা যাইবে। চাপমান যন্ত্রে (Barometer) পারদই সাধারণত ব্যবহার করা হয়। কারণ পারদের বাষ্পের চাপ অত্যন্ত কম এবং ঘনত্ব বেশী বলিয়া পারদ স্তম্ভের উচ্চতা বেশী হয় না।

'চিত্র নং (8.17) এর নলটিকে যদি এখন আস্তে আস্তে হেলান যায় তবে দেখা যাইবে নলের ভিতরে পারদের সোজা উচ্চতা (Vertical height) একই থাকিবে। কারণ Q বিন্দুতে চাপ পাত্রের পারদপৃষ্ঠ হইতে নলের ভিতর পারদপৃষ্ঠ পর্যান্ত সোজা উচ্চতার উপর নির্ভর করিবে। তরলের চাপ সোজা উচ্চতার সহিত সমানুপাতিক। কাজেই নলের ভিতরে পারদস্তম্ভের দৈর্ঘ্য নলটি হেলানর সঙ্গে সঙ্গেই বাড়িবে কিন্তু সোজা উচ্চতা একই থাকিবে। অর্থাৎ টরিসেলী শূন্য স্থানের আয়তন কমিতে থাকিবে। কিন্তু আমরা জানি টরিসেলী শূন্যস্থানে পারদ বাষ্প আছে। কাজেই এই স্থানের আয়তন কমিলে পারদ বাষ্পের আয়তনও কমিবে এবং বাষ্পের চাপ বৃদ্ধি পাইবে। তাই যখন টরিসেলী শূন্যস্থান কমিয়া যায় তখন পারদ বাষ্পও পারদ স্তম্ভের উপর যথেষ্ট চাপ দেয় এবং পারদ স্তম্ভকে উপরের দিকে উঠিতে বাধা দেয়। তাই কাচের নলটিকে বেশী কাত করিলে পারদ স্তম্ভের সোজা উচ্চতা একরকম থাকে না। ইহা চাপমান যন্ত্রের (Barometer) সাধারণ (normal) অবস্থায় ঠিক উচ্চতা হইতে কম দেখাইবে।

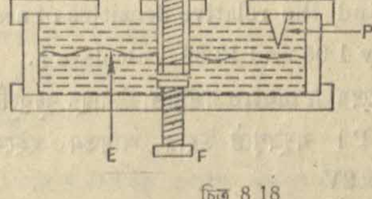
8.15 ফর্টিনের চাপমান যন্ত্র (Fortin's Barometer) :

টরিসেলী নলে পারদের উচ্চতার সাহায্যে বায়ুমণ্ডলের চাপ মাপা হইলেও প্রকৃত ক্ষেত্রে সুবিধাজনকভাবে চাপ মাপার জন্য নলটিকে বিভিন্ন ভাবে রাখা

হয় এবং বিভিন্ন ধরণের নল ব্যবহার করা হয়। তাই চাপমান যন্ত্র নানা রকম হইতে পারে। ইহাদের মধ্যে ফর্টিনের যন্ত্রটি পরীক্ষাগারে বেশী ব্যবহার করা হইয়া থাকে।



(8.18) নং চিত্রে ফর্টিনের যন্ত্রটি দেখান হইয়াছে। ইহা একটি কাচের নল যাহা পারদ ভর্তি এবং নলটি প্রায় 1 m লম্বা। A কাচের নলটিকে ঘিরিয়া একটি ধাতব নল আছে। কাচের নলের ভিতরে পারদস্তম্ভের উপরের পৃষ্ঠে দেখিবার জন্য ধাতব নলের উপরের খানিকটা অংশ B কাটা থাকে। C হইল পারদ পাত্র। এই পারদ পাত্রে কাচের নলের নিম্নাংশ ডুবান থাকে। পারদ পাত্রের (C) উপরের অংশে D ছিদ্র আছে। ইহার দ্বারা পারদের সহিত বায়ুমণ্ডলের যোগাযোগ থাকে। C পাত্রের নিম্নাংশ E চামড়ার তৈরী এবং ইহার তলদেশে একটি স্ক্রু F লাগান আছে। এই স্ক্রু ঘুরাইয়া পারদ পাত্রে (C) পারদের তল (level) উঠান বা নামান যায়। পাত্রের উপরে একটি সূচক P লাগান থাকে। এই সূচকের সূক্ষ্ম প্রান্ত হইতে পারদ-স্তম্ভের উচ্চতা মাপা হয়। ধাতব নলের গায়ে একটি স্কেল S এবং একটি ভার্নিয়ার V লাগান থাকে। এই ভার্নিয়ারটি G স্ক্রুর সাহায্যে উঠান বা নামান যায়।



চিত্র 8.18

বায়ুমণ্ডলের চাপ মাপার জন্য প্রথমে F স্ক্রুটি ঘুরাইয়া পারদের লেভেলকে এমন জায়গায় আনা হয় যাহাতে উহা P সূচকের শেষ প্রান্তকে ঠিক স্পর্শ করে। এখন ধাতব নলের খোলা অংশ B-তে যে স্কেল এবং ভার্নিয়ার লাগান আছে তাহার সাহায্যে নলের ভিতরের পারদস্তম্ভের উচ্চতা মাপা হয়। এই স্কেলটির শূন্য কিন্তু সূচক P-র সূক্ষ্ম প্রান্ত হইতে আরম্ভ হইয়াছে। সম্পূর্ণ স্কেলটি লাগানর দরকার হয় না কারণ সারা বছরে পারদস্তম্ভের উচ্চতার খুব বেশী তারতম্য হয় না। তাই 70 cm হইতে 80 cm পর্যন্ত থাকিলেই সাধারণত যথেষ্ট। পারদ-স্তম্ভ 76 cm হইতে বেশী নামিয়া গেলে বুঝিতে হইবে ইহা ঝড়ের পূর্বাভাস।

কালবৈশাখীর সময় ঝড়ের ঠিক পূর্বে পারদস্তম্ভ নামিয়া যায়। তাহা না হইলে সাধারণ অবস্থায় পারদস্তম্ভ 75 cm হইতে 76 cm এর ভিতরে থাকে।

Example 6. যদি জলভর্তি চাপমান যন্ত্রের উচ্চতা 32 ft হয় তবে গ্লিসারিন চাপমান যন্ত্রের উচ্চতা কত হইবে? (গ্লিসারিনের আপেক্ষিক গুরুত্ব=1·25)

Calculate the height of the glycerine barometer when that of the water is 32 ft. (Sp. gr. of glycerine=1·25) [H. S. Exam. '62]

সমীকরণ (8.7) এর সাহায্যে লিখিতে পারি $h_{gl}=\frac{\rho_w}{\rho_{gl}}\cdot h_w$

$$=\frac{62\cdot5}{1\cdot25\times62\cdot5}\times32$$

$$=25\cdot6 \text{ ft.}$$

Example 7. একটি বুদবুদের আয়তন সাগরের h metre গভীরতা হইতে পৃষ্ঠে উঠিয়া আসায় দ্বিগুণ হইয়া যায়। যদি চাপমান যন্ত্রের উচ্চতা 750 mm এবং সমুদ্রের জল ও পারদের আপেক্ষিক গুরুত্ব যথাক্রমে 1·05 এবং 13.58 হয় তবে h এর মান নির্ণয় কর।

The volume of a bubble of air is doubled in rising from a depth of h metres in a sea to the surface. If the barometer height be 750 mm. and the relative densities of sea water and mercury are respectively 1·05 and 13·58, calculate h. [H. S. Exam, '61]

মনে করি সমুদ্রের h metre গভীরতায় বায়ুর বুদবুদটির আয়তন V এবং তাহার উপর মোট চাপ P। সমুদ্রপৃষ্ঠে উহার আয়তন হইবে 2V এবং চাপ P_A। সুতরাং $PV=P_A\times2V$

এবং $P=P_A+h\rho g=75\times13\cdot58\times980+h\times1\cdot05\times980$

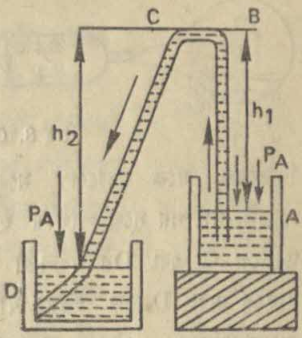
$\therefore\quad V[75\times13\cdot58+h\times1\cdot05]=2V\times75\times13\cdot58$.

$h=9\cdot7$ metres

8.16. সাইফন (Siphon) :

সাইফন এমন একটি প্রক্রিয়া যাহার সাহায্যে তরল একপাত্র হইতে অন্যপাত্রে একটি টিউবের সাহায্যে স্থানান্তরিত করা যায়। 8·19 চিত্রে একটি সাইফনের ক্রিয়া পদ্ধতি দেখান হইয়াছে। ABCD একটি যে কোন নল যাহাকে তরল পূর্ণ করিয়া নলের দুইটি মুখকে আঙ্গুল দিয়া চাপিয়া ধরিয়া A এবং D পাত্রে ডুবাইয়া দেওয়া হইল। বিশেষভাবে দেখিতে হইবে যাহাতে নলের ভিতরে কোন বাতাস না প্রবেশ করিতে

পারে। এখন দেখা যাইবে তরল A পাত্র হইতে D পাত্রে নলের ভিতর দিয়া স্থানান্তরিত হইতেছে। এখন প্রশ্ন হইল তরল কেন A পাত্র হইতে D পাত্রে যাইবে ? তরল অভিকর্ষজ বলের বিরুদ্ধে A হইতে Bতে উঠিবে এবং B ও C একই অনুভূমিক তলে থাকা সত্ত্বেও তরল B হইতে Cতে যাইবে। অবশ্য C হইতে Dতে তরল অভিকর্ষের প্রভাবে পড়িবে। তাই সাইফনের কার্য পদ্ধতির কিছু ব্যাখ্যার প্রয়োজন।



চিত্র 8.19

A পাত্রের তরল পৃষ্ঠ হইতে B বিন্দু পর্যান্ত উচ্চতা h_1। আমরা জানি টরিসেলী নলে তরল H উচ্চতা পর্যান্ত উঠিতে পারে। H-এর মান বিভিন্ন তরলের ক্ষেত্রে বিভিন্ন হইবে এবং ইহা তরলের ঘনত্বের উপর নির্ভর করে। যদি h_1 এর মান H এর কম হয়, বায়ুমণ্ডলের চাপ তরলকে আরও উপরে ঠেলিয়া তুলিতে চাইবে। তরলস্তম্ভের উচ্চতা যখন H তখন তরলের উপরিস্থ তলে চাপ শূন্য এবং পাদমূলে চাপ $H\rho g$। ইহা ছাড়া তরলস্তম্ভের যে কোন স্থানে চাপ এই দুইটি সীমার ভিতরে হইবে। সুতরাং B বিন্দুতে চাপ হইবে

$$P_B=(H-h_1)\rho g=P_A-h_1\rho g.$$

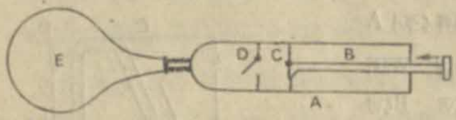
আবার C বিন্দুতে চাপ হইবে

$$P_C=P_A-h_2\rho g.$$

যেখানে h_2 হইল C হইতে D পর্যন্ত সোজা উচ্চতা এবং P_A বায়ুমণ্ডলের চাপ। যদি h_2র মান h_1 হইতে বেশী হয় P_C হইবে P_Bর চাইতে কম। সুতরাং তরল B বিন্দুতে উচ্চ চাপ হইতে C বিন্দুতে নিম্নচাপের দিকে যাইবে। সেইজন্য সাইফনের নিমিত্ত নলের একবাহু (h_2) অন্যবাহু (h_1) অপেক্ষা বড় হইতে হইবে এবং h_1 এর মান চাপমান যন্ত্রে ঐ তরলের উচ্চতা অপেক্ষা কম হইতে হইবে। এই সর্ত পূর্ণ না হইলে সাইফন কাজ করিবে না। যেমন জলের চাপমান যন্ত্রে উচ্চতা 34 ft, সুতরাং h_1-এর মান অবশ্যই 34 ft এর কম হইতে হইবে এবং h_1 অবশ্যই h_2 অপেক্ষা ছোট হইবে।

8·17 বায়ু-সংনমন পাম্পের কার্যপ্রণালী (Principle of air Compression pump) :

A একটি ধাতব সিলিণ্ডার যাহাতে একটি পিষ্টন B লাগান আছে। পিষ্টনের মুখে C একটি ভাল্ভ লাগান আছে এবং পাম্পের মুখে আরও একটি ভাল্ভ D লাগান আছে (চিত্র নং 8.20)। উভয় ভাল্ভই ভিতরের দিকে খোলে। মনে করি E পাত্রে বায়ু প্রবেশ করাইতে হইবে। পাত্রটি পাম্পের মুখে লাগান হইল। B পিষ্টনটিকে এইবার উপরের দিকে টানিয়া তুলিলে C এবং Dর মধ্যবর্ত্তী স্থানে বায়ুর চাপ কমিয়া যাইবে তাই C খুলিয়া যাইবে এবং D বন্ধ হইয়া যাইবে। এখন বায়ু C এবং D-র মধ্যবর্তী অঞ্চলে প্রবেশ করিবে। এইবার B পিষ্টনটিকে নীচের দিকে ঠেলিলে বায়ুর চাপ বাড়িবে এবং D ভাল্ভটি খুলিয়া যাইবে, C ভাল্ভটি বন্ধ হইয়া যাইবে। তাই সংনমিত বায়ু E-র মধ্যে প্রবেশ করিবে। এইরূপে বার বার পিষ্টনটিকে উপরের দিকে তুলিয়া নীচে ঠেলিয়া দিলে E পাত্রে বায়ুর চাপ বাড়িয়া যাইবে। এখন মনে করি E পাত্রটির আয়তন V এবং পিষ্টনের সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন অবস্থার মধ্যকার আয়তন v। বায়ুমণ্ডলে বায়ুর ঘনত্ব ρ। সুতরাং প্রাথমিক অবস্থায় E পাত্রে বায়ুর ভর $V\rho$ এবং প্রত্যেকবার পিষ্টনের ওঠানামার জন্য বায়ুর $v\rho$ ভর E পাত্রে প্রবেশ করিবে। n বার উঠানামার পর E পাত্রতে বায়ুর ভর হইবে $V\rho + nv\rho$। কিন্তু E পাত্রে বায়ু সংনমিত হওয়ার জন্য বায়ুর চাপ এবং ঘনত্ব বৃদ্ধি পাইবে। মনে করি সংনমিত বায়ুর ঘনত্ব ρ_n। সুতরাং



চিত্র 8.20

$$V\rho_n = V\rho + nv\rho. \text{ অথবা } \rho_n = \left(1+\frac{nv}{V}\right)\rho$$

যেহেতু বায়ুর চাপ ঘনত্বের সমানুপাতিক ($P \propto \rho$),

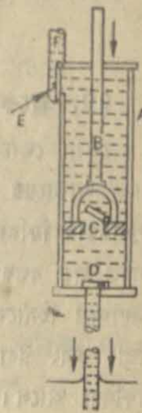
$$P_n = \left(1+\frac{nv}{V}\right)P_A$$

P_A এবং P_n হইল E পাত্রে বায়ুর প্রাথমিক এবং সর্বশেষ চাপ। এইভাবে E পাত্রে বায়ুর চাপ নির্ণয় করা যায়।

8.18. লিফ্‌ট্ পাম্পের কার্যপ্রণালী (Principle of lift pump) :

জল উপরে তুলিবার জন্য লিফ্‌ট্ পাম্প ব্যবহার করা হয়। (8.21) চিত্রে লিফ্‌ট্ পাম্পের কার্যপ্রণালী বুঝান হইয়াছে। A. সিলিণ্ডারের ভিতরে B একটি পিষ্টন এমন ভাবে লাগান আছে যাহাতে দুইয়ের মধ্য দিয়া বায়ু না চলাচল করিতে পারে। C এবং D দুইটি ভাল্ভ এবং দুইটি ভাল্ভই উপরের দিকে খোলে। C

ভাল্‌ভটি পিষ্টনের মুখে লাগান আছে এবং D ভালভটি সিলিণ্ডারের নীচে লাগান আছে। প্রথমাবস্থায় পিষ্টনটি উপরের দিকে তুলিলে C এবং D এর মধ্যস্থ বায়ু প্রসারিত হইবে এবং বায়ুর চাপ কমিয়া যাইবে। তাই C ভালভ্‌টি বন্ধ এবং D ভাল্‌ভটি খুলিয়া যাইবে। নীচের নল হইতে বায়ু C এবং Dর ভিতর আসিবে। এখন B পিষ্টনটি নীচে নামাইলে C এবং Dর ভিতর বায়ু সংকুচিত হইবে এবং চাপ বৃদ্ধি পাইবে। তাই C ভাল্‌ভটি খুলিয়া যাইবে এবং D ভাল্‌ভটি, বন্ধ হইয়া যাইবে। C এবং Dর ভিতরের বাতাস C ভাল্‌ভ দিয়া বাহির হইয়া যাইবে। আবার পিষ্টন উপরের দিকে তুলিলে নীচের নল হইতে বাতাস C এবং Dর ভিতর আসিবে এবং B নীচে নামাইলে বাতাস বাহির হইয়া যাইবে। এই ভাবে B পিষ্টন কয়েকবার উঠানামা করিলে নলে বায়ুর চাপ কমিয়া যাইবে এবং মাটির নীচের জল নল দিয়া উপরে উঠিয়া আসিবে। কারণ মাটির নীচেও বায়ুর চাপ আছে তাই চাপমান যন্ত্রের মত জল উপরে উঠিয়া আসিবে। সেইজন্য মাটির নীচে নলের দৈর্ঘ্য 34 ft এর বেশ কম হইতে হইবে। তাই B পিষ্টনটি যখন উপরে উঠিবে মাটির নীচের জল নল দিয়া C এবং Dর মধ্যবর্ত্তী স্থানে আসিয়া জমা হইবে। আবার পিষ্টনটি যখন নীচে নামিবে জল তখন C ভাল্‌ভ দিয়া A সিলিণ্ডারের উপরে উঠিয়া আসিবে। পিষ্টনটি যখন উপরে উঠিবে D ভাল্‌ভ খুলিয়া যাইবে এবং নতুন করিয়া জল মাটির নীচ হইতে উঠিয়া আসিবে। এইভাবে টিউবওয়েল কাজ করে।



চিত্র 4.21

এখন F নলের সাহায্যে জল আরও উপরে তোলা যায়। F নলের মুখে একটি ভাল্‌ভ E লাগান আছে। এই ভাল্‌ভটিও উপরের দিকে খোলে। B পিষ্টন যখন উপরের দিকে উঠে তখন A সিলিণ্ডারের উপরের জলকে E ভাল্‌ভের ভিতর দিয়া F নলের ভিতর ঠেলিয়া দিবে। পাম্প চলিতে থাকিলে F এর মধ্যদিয়া জল ক্রমশই উপরে উঠিতে থাকিবে। E ভাল্‌ভ F হইতে জল A তে আসিতে দিবে না। এই রূপে জল অনেক উপরে তোলা যায়। তবে জল যত উপরে উঠিবে পিষ্টনে তত বেশী বল প্রয়োগ করিতে হইবে। তাহাছাড়া জল যত উপরে উঠিবে E ভাল্‌ভের উপর চাপ তত বাড়িবে। ভাল্‌ভের চাপ সহ্য করিবার একটা সীমা আছে। তবে এখানে উচ্চতার কোন বিশেষ সীমা নেই, যত বল প্রয়োগ করা যাইবে এবং মজবুত ভাল্‌ভ ব্যবহার করা যাইবে ততই জল উপরে তোলা যাইবে। আজকাল অবশ্য ইলেট্রিক পাম্পই জল কিম্বা অন্য কোন তরল তোলার কাজে বেশী ব্যবহার করা হয়।

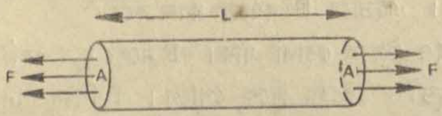
নবম পরিচ্ছেদ

স্থিতিস্থাপকতা (Elasticity)

9·1. হুকের সূত্র (Hooke's Law) :

কোন কোন বস্তুর উপরে বাহির হইতে বল প্রযুক্ত হইলে বস্তুর আয়তনের এবং আকারের বিকৃতি ঘটে কিন্তু প্রযুক্ত বল সরাইয়া লইলে বিকৃত বস্তু আবার পূর্বাবস্থায় ফিরিয়া আসে, বস্তুর এই ধর্মকে বস্তুর স্থিতিস্থাপকতা (Elasticity) বলে। সমস্ত জড় বস্তুর মধ্যেই এই ধর্ম কম বেশী বর্তমান। সাধারণতঃ স্থিতিস্থাপকতার উদাহরণ হিসাবে প্রথমেই মনে আসে স্প্রিং এবং রবারের নাম। আমরা জানি স্প্রিং এবং রবারকে টানিলে বড় হয় কিন্তু আবার ছাড়িয়া দিলে প্রথমাবস্থায় ফিরিয়া আসে। কিন্তু ইহা ছাড়া আরও উদাহরণ আছে যাহার সহিত আমরা পরিচিত নই, যেমন ইস্পাত, অ্যাল্যুমিনিয়াম, তামা, কাচ প্রভৃতি। অধিকাংশ বস্তুরই কিছু পরিমাণ স্থিতিস্থাপকতা আছে। তবে ইস্পাতের স্থিতিস্থাপকতা রবারের চাইতে অনেক বেশী। রবার ভাল স্থিতিস্থাপক নয়। কিন্তু বিভিন্ন বস্তুর স্থিতিস্থাপকতা কি ভাবে নির্ণয় করা যাইবে ?

একটি ইস্পাতের রড্ লওয়া হইল যাহার দৈর্ঘ্য L এবং প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফল A (চিত্র 9.1)। রড্‌টির দুই প্রান্তে F বল দ্বারা টানিয়া ধরা হইল। মনে করি প্রযুক্ত বলের মান অত্যন্ত অল্প সুতরাং দৈর্ঘ্য L-এর পরিবর্তনও খুব অল্প হইবে।



চিত্র 9.1

তাই বলা যায়, A-র পরিবর্তন এত অল্প হইবে যে তাহাকে তুচ্ছ করা যায়। মনে করি দৈর্ঘ্য L-এর বৃদ্ধি হইবে l। দেখা গিয়াছে যে অধিকাংশ বস্তুর ক্ষেত্রেই প্রযুক্ত বল দৈর্ঘ্যের পরিবর্তনের সহিত সমানুপাতিক।

$$F \propto l \qquad \ldots \qquad \ldots(9.1)$$

কিন্তু F এর মান যদি একটি সীমা অতিক্রম করে তাহা হইলে F এবং l সমানুপাতিক হইবে না। এই সীমাকে স্থিতিস্থাপক সীমা (elastic limit) বলে। পদার্থ ভেদে এই সীমা বিভিন্ন হয়। যেমন ইস্পাতের স্থিতিস্থাপক সীমা বেশী কিন্তু রবারের কম।

এখন (9·1) সমীকরণটির কিছু পরিবর্তন দরকার। যেমন F এর মান পরিবর্তন না করিয়া L এর মান পরিবর্তন করিলে l এরও মান পরিবর্তন হইবে। কাজেই (9.1) সমীকরণ হইতে F এর মান জানা থাকিলেও l এর মান কত বলা যাইবে না

যদি না L জানা থাকে। কাজেই L দৈর্ঘ্যের পরিবর্তনের পরিবর্তে একক দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন ধরিয়া লইলে এই অসুবিধা থাকিবে না। সুতরাং (9.1) সমীকরণকে পরিবর্তন করিয়া লেখা যায়,

$$F \propto l/L \quad \ldots \quad (9.2)$$

সুতরাং বলা যায় প্রযুক্ত বল একক দৈর্ঘ্যের পরিবর্তনের সহিত সমানুপাতিক। আবার বস্তুটির প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফলের উপর উহার দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন নির্ভর করিবে। তাই সমস্ত F বলকে না ধরিয়া একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত বলকে ধরা উচিত। সুতরাং (9.2) সমীকরণটিকে ঠিকভাবে লিখিলে উহা নিম্নরূপ দেখাইবে ঃ

$$\frac{F}{A} \propto \frac{l}{L} \quad \ldots (9.3)$$

একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত বল একক দৈর্ঘ্যের পরিবর্তনের সমানুপাতিক। এই প্রতি একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত বলকে বলা হয় পীড়ন (Stress)।

$$\text{পীড়ন (Stress)} = \frac{\text{প্রযুক্ত বল}}{\text{প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফল}} = F/A$$

পীড়ন স্থিতিস্থাপক বস্তুর ধর্ম। কোন বস্তুকে বাহ্যিক বলের দ্বারা বিকৃত করিলে স্থিতিস্থাপকতা গুণে পদার্থের ভিতর একটি প্রতিক্রিয়া বলের উদ্ভব হয় যাহা প্রযুক্ত বলের সমান এবং বিপরীতমুখী। প্রযুক্ত বল সরাইয়া লইলে এই প্রতিক্রিয়া বল বস্তুকে পূর্বাবস্থায় ফিরাইয়া আনে। বস্তুর ভিতর একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রতিক্রিয়া বলকে প্রকৃতপক্ষে পীড়ন বলে। প্রযুক্ত বলের সাহায্যে একক দৈর্ঘ্যের যে পরিবর্তন হয় তাহাকে বিকৃতি (Strain) বলে।

$$\text{বিকৃতি (Strain)} = \frac{\text{দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন}}{\text{প্রাথমিক দৈর্ঘ্য}} = \frac{l}{L}$$

সমীকরণ (9.3) অনুযায়ী **পীড়ন ∝ বিকৃতি**

$$\text{অথবা, } \frac{F}{A} = Y.\frac{l}{L} \quad \ldots\ldots (9.4).$$

Y একটি ধ্রুবক। এই ধ্রুবককে **ইয়ং স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক** (Young's modulus) বলে। সুতরাং পীড়ন $=$(ইয়ং গুণাঙ্ক)$\times$(বিকৃতি)। বিভিন্ন বস্তুর Y এর মান বিভিন্ন হইবে। যে বস্তুর Y এর মান বেশী হইবে তাহাকে ভাল স্থিতিস্থাপক বস্তু বলে। রবারের Y এর মান কম কিন্তু ইস্পাতের বেশী। তাই রবার ভাল স্থিতিস্থাপক বস্তু নয়।

ইহা ছাড়াও হুকের সূত্রের আর একটি অংশ আছে। যেমন পূর্ববর্ণিত রড্‌টির (চিত্র নং 9.1) দৈর্ঘ্য বাড়িলে স্বভাবতই উহার প্রস্থচ্ছেদের ব্যাসার্ধের

পরিবর্তন হইবে। মনে করি রড্‌টির ব্যাসার্ধ R এবং ব্যাসার্ধের পরিবর্তন r। এখন r এর মান l এর মানের উপর নির্ভর করিবে। সুতরাং

$$\frac{r}{R} \propto -\frac{l}{L} \qquad \ldots\ldots(9.5)$$

অথবা, $$\frac{r}{R} = -\sigma\frac{l}{L} \qquad \ldots\ldots(9.6)$$

(−) চিহ্ন দেওয়া হইয়াছে কারণ L বাড়িলে R কমিবে। σ একটি ধ্রুবক। **এই ধ্রুবককে পয়সোঁ অনুপাত (Poisson's ratio) বলা হয়।** এই ধ্রুবকটি সর্বদাই ধনাত্মক (+ve) এবং ইহার মান $\frac{1}{2}$ এর চেয়ে কম। সমীকরণ (9.3) এবং (9.5) কে একসঙ্গে **হুকের সূত্র** বলা হয়। এই সূত্র স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে প্রযোজ্য হইবে।

9.2. অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি (Longitudinal strain), অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন (Longitudinal stress), ইয়ং গুণাঙ্ক (Young modulus) এবং অন্যান্য গুণাঙ্ক :

(9.1) চিত্রে L দৈর্ঘ্যের রড্‌টির উপর যে বল প্রযুক্ত হইয়াছে তাহার দিক এবং রডের দৈর্ঘ্যের দিক এক। তাই এই প্রযুক্ত বলে রডের দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন হইয়াছে। তাহাছাড়া রডের আর কোন দিকে কোন বল প্রয়োগ করা হয় নাই। যখন বিকৃতি এবং পীড়ন একই দিকে (same line) হয় তখন একক দৈর্ঘ্যের জন্য উক্ত বিকৃতিকে অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি (Longitudinal strain) বলে এবং প্রযুক্ত বলের জন্য বস্তুর ভিতরে একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রতিক্রিয়া বলকে অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন (Longitudinal stress) বলে।

$$\text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি} = \frac{\text{প্রযুক্ত বলের দিকে দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন}}{\text{প্রাথমিক দৈর্ঘ্য}} = \frac{l}{L}$$

$$\text{এবং অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন} = \frac{\text{প্রযুক্ত বল}}{\text{প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফল}}$$

এখন হুকের সূত্র অনুযায়ী,

অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন = Y × (অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি)

$$\text{সুতরাং } Y = \frac{F/A}{l/L}\ \frac{\text{dynes/Cm}^2}{\text{Cm/Cm}} = \frac{FL}{Al}\ \text{dynes/Cm}^2 \qquad \ldots\ldots(9.7)$$

সমীকরণ (9.7) হইতে স্পষ্টতই বুঝা যাইতেছে যে বিকৃতির কোন একক নাই। পীড়নের একক dynes/Cm²। ইহা ছাড়া আরও দুই প্রকারের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক আছে। যথা আয়তন গুণাঙ্ক এবং দৃঢ়তা গুণাঙ্ক।

(1) **আয়তন গুণাঙ্ক (Bulk modulus) :**

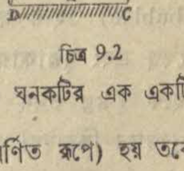
যদি কোন বস্তুর উপর সবদিক হইতে সমান ভাবে বল প্রয়োগ করা যায় তবে বস্তুটির আকৃতির কোন পরিবর্তন না হইয়া শুধু আয়তনের পরিবর্তন হইবে। যেমন যদি একটি ঘন আয়তনের লৌহ খণ্ডের চতুর্দিকে উদচাপ (Hydrostatic pressure) দেওয়া হয় তাহা হইলে লৌহ খণ্ডটির উপর চতুর্দিকে চাপ সমান হইবে এবং প্রত্যেক বিন্দুর উপর চাপ লম্ব ভাবে ক্রিয়া করিবে। সুতরাং বস্তুটির আয়তন হ্রাস পাইবে। উক্ত পরিবর্তনকে আয়তন বিকৃতি (Volume strain) বলে। এই অবস্থায় চাপকে আয়তন পীড়ন (Volume stress) বলা হয়। সুতরাং

আয়তন পীড়ন $= -k \times$(আয়তন বিকৃতি) অথবা $P = \frac{F}{A} = -k\frac{v}{V}$

যেখানে v হইল প্রাথমিক আয়তন V এর পরিবর্তন। (—) চিহ্ন দেওয়া হইয়াছে কারণ P বাড়িলে V কমিবে। k একটি ধ্রুবক। **ইহাকে আয়তন গুণাঙ্ক (Bulk modulus) বলে**। ইহার একক C. G. S এ dynes/cm^2। আয়তন পীড়নের এককও dynes/cm^2। আয়তন বিকৃতির কোন একক নাই।

(2) **দৃঢ়তা গুণাঙ্ক (Rigidity modulus):**

যদি কোন স্থিতিস্থাপক বস্তুর উপর এমনভাবে বল প্রয়োগ করা হয় যাহাতে বস্তুটির আয়তনের পরিবর্তন না হইয়া আকৃতির পরিবর্তন হয় তবে ঐ ধরণের বিকৃতিকে মোচড় বিকৃতি (Shearing strain) বলে এবং এই বিকৃতির জন্য যে চাপ প্রয়োগ করা হয় তাহাকে মোচড় পীড়ন (Shearing stress) বলে। মনে করি ABCD একটি স্থিতিস্থাপক বস্তুর ঘনকের পৃষ্ঠতল (চিত্র নং 9·2)। ইহার নিম্নতল শক্তভাবে টেবিলের উপরে আটকান আছে। এখন ঘনকটির উপর পৃষ্ঠে (AB) 9·2 চিত্রে বর্ণিত দিকে F বল প্রয়োগ করা হইল। তাহা হইলে বস্তুটির আকারের পরিবর্তন হইয়া A′ B′ C D আকার ধারণ করিবে কিন্তু আয়তনের কোন পরিবর্তন হইবে না। এখানে বল ঘনকটির উপর পৃষ্ঠের স্পর্শক রূপে (tangentially) প্রয়োগ করা হইয়াছে। ঘনকটির উপর পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল যদি a হয়



চিত্র 9.2

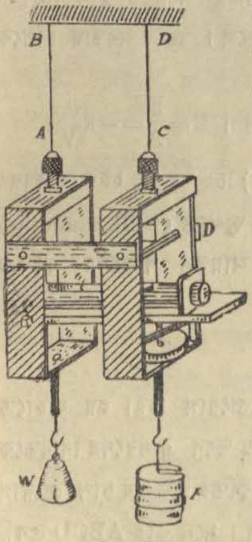
তবে, মোচড় পীড়ন (Shearing stress)$=\frac{F}{a}$ dynes/cm^2। ঘনকটির এক একটি বাহুর দৈর্ঘ্য যদি হয় L এবং দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন l (চিত্রে বর্ণিত রূপে) হয় তবে মোচড় বিকৃতি (Shearing Strain)$=\frac{l}{L}=\theta$। সুতরাং আমরা লিখিতে পারি

মোচড় পীড়ন $\propto$ মোচড় বিকৃতি অথবা মোচড় পীড়ন$=n\times$(মোচড় বিকৃতি)

$$\therefore\ n=\frac{\text{মোচড় পীড়ন}}{\text{মোচড় বিকৃতি}}=\frac{F/a}{\theta}\ \frac{\text{dynes}}{\text{cm}^2},$$ n একটি ধ্রুবক। **ইহাকে দৃঢ়তা গুণাঙ্ক (Rigidity modulus) বলে**। এখানেও মোচড় বিকৃতির কোন একক নাই। মোচড় পীড়নের একক dynes/cm²।

9.3 ইয়ং গুণাঙ্ক নির্ণয় (Determination of Young's modulus) :

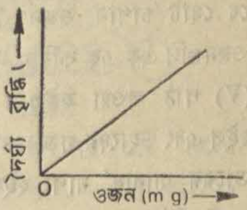
একই ধাতুনির্মিত, একই দৈর্ঘ্য এবং একই ব্যাসার্ধ যুক্ত দুইটি তার AB এবং CD লওয়া হইল। তার দুইটির দৈর্ঘ্য প্রায় 2·5 metres হইতে 3 metres অথবা তার বেশী হওয়া উচিত। তার দুইটিকে শক্ত অবলম্বন হইতে ঝুলাইয়া দেওয়া হইল। ওজন চাপাইবার জন্য তার দুইটির নীচে ব্যবস্থা করা আছে (চিত্র নং 9.3)। AB তারকে সূচক (Reference wire) এবং CD তারটি পরীক্ষাধীন তার (experimental wire) হিসাবে লওয়া হইল। AB এবং CD তার দুইটি যাহাতে টান টান থাকে তাহার জন্য দুইটি তারের প্রান্তে হুক দুইটিতে ওজন চাপান হইল। সূচক তারের প্রান্তের ওজনটি (w) সর্বদা এক থাকিবে। পরীক্ষাধীন তারে (CD) বিভিন্ন ওজন চাপাইবার ব্যবস্থা আছে। একটি স্পিরিট লেভেল অনুভূমিক ভাবে P জায়গায় বসান আছে। স্পিরিট লেভেলটির একপ্রান্ত একটি স্ফেরোমিটারের (Spherometer) মধ্যবর্তী স্ক্রুর উপর বসান আছে যাহা পরীক্ষাধীন তারের (CD) উপর অবস্থিত। স্ফেরোমিটারের অপর দুইটি স্ক্রু থাকে না বলিয়া ইহাকে মাইক্রোমিটার বলে। স্ফেরোমিটারের ডিস্কটি ঘুরাইয়া স্পিরিট লেভেলের একটি দিক উঠান বা নামান যাইবে। স্পিরিট লেভেলের অপর দিকটি সূচক তারের উপর অবস্থিত বলিয়া উহার অবস্থানের বিশেষ পরিবর্তন হইবে না।



চিত্র 9.3

স্ফেরোমিটারের স্ক্রুটি ঘুরাইয়া স্পিরিট লেভেলের বাতাসের বুদবুদটি (air bubble) উহার মধ্যবর্তী স্থানে আনা হইল। এই অবস্থায় স্ফেরোমিটারের মূল স্কেল এবং বৃত্তাকার (circular) স্কেলের প্রাথমিক পাঠ লওয়া হইল। অতঃপর F হুকে $\frac{1}{2}$ kg ওজন চাপান হইল। আবার স্ফেরোমিটারের স্ক্রু ঘুরাইয়া বুদবুদকে পূর্বস্থানে ফিরাইয়া আনা হইল এবং মূল স্কেল এবং বৃত্তাকার স্কেলের পাঠ লওয়া হইল। এই পাঠ হইতে প্রথম পাঠ বাদ দিলে অর্ধ কিলোগ্রামের জন্য তারের দৈর্ঘ্য কতটা বৃদ্ধি পাইয়াছে তাহা পাওয়া যাইবে। এইরূপ পরপর কয়েকবার অর্ধ-কিলোগ্রাম চাপাইয়া প্রত্যেক বারের পাঠ লওয়া হইল। কিন্তু লক্ষ্য রাখিতে

হইবে যে মোট চাপান ওজনের দরুণ তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাইয়া স্থিতিস্থাপক সীমানা যেন লংঘন না করে। তাহার পর ওজনগুলি এক এক করিয়া নামান হইল এবং প্রত্যেকবার স্পিরিট লেভেল ঠিক করিয়া স্ফেরোমিটার বা মাইক্রোমিটারের পাঠ লওয়া হইল। সুতরাং প্রত্যেকটি ওজনের জন্য দুইবার পাঠ লওয়া হইল এবং উহাদের গড় লওয়া হইল। এখন ওজনের সহিত দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির একটি লেখ (graph) টানা হইল (চিত্র নং 9.4)। ইহা একটি সরল রেখা এবং অক্ষ দুইটির মূল বিন্দু (origin) দিয়া যাইবে। ইহা হইতে বুঝা যায় ওজন (বল) এবং দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি সমানুপাতিক। ইহাই হুকের সূত্রের পরীক্ষামূলক প্রমাণ। এখন স্ক্রু গেজের সাহায্যে CD তারের বিভিন্ন স্থানে তারের ব্যাসার্ধ মাপা হইল। উহা হইতে গড় ব্যাসার্ধ নির্ণয় করা হইল (R)। সুতরাং তারের প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফল (A)$=\pi R^2$। একটি মিটার স্কেলের সাহায্যে তারের দৈর্ঘ্য (L) মাপা হইল। আমরা জানি



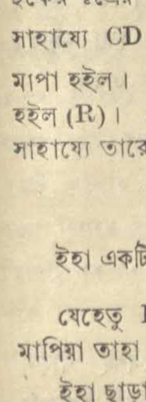
চিত্র 9·4

$$\frac{F}{A}=\frac{mg}{\pi R^2}=Y\frac{l}{L} \qquad \text{অথবা } l=\frac{L}{\pi Y R^2}\cdot mg.$$

ইহা একটি $y=mx$ লেখ হইবে যাহার নত (Slope) $=\dfrac{L}{\pi Y R^2}$.

যেহেতু L এবং R জানা আছে, তাই সরল লেখের (চিত্র নং 9·4) নত মাপিয়া তাহা হইতে Y নির্ণয় করা যাইবে।

ইহা ছাড়াও একটি সহজ পদ্ধতিতে ইয়ং গুণাঙ্ক মাপা যায়। এখানেও AB এবং CD দুইটি তার লওয়া হইল। তার দুইটিকে একটি শক্ত অবলম্বন হইতে ঝুলাইয়া দেওয়া হইল। ওজন চাপাইবার জন্য তার দুইটির নীচে হুকের ব্যবস্থা আছে (চিত্র নং 9.5)। AB তারকে সূচক তার এবং CD তারটি পরীক্ষাধীন তার হিসাবে লওয়া হইল। সূচক তারের গায়ে একটি স্কেল (S) লাগান আছে এবং পরীক্ষাধীন তারের সহিত একটি ভার্নিয়ার (V) এমনভাবে লাগান আছে যে ভার্নিয়ারটি মূল স্কেল S এর উপরে থাকে এবং উহা বিচ্ছিন্ন হইয়া যাইতে না পারে। ভার্নিয়ারটি মূল স্কেলের উপর সোজা উপরের অথবা নীচের দিকে যাইতে পারিবে। পরীক্ষাধীন তারের (CD) দৈর্ঘ্য বাড়িলে ভার্নিয়ারটিও নীচের দিকে নামিবে। প্রথমে তার দুইটিকে টান টান রাখিবার জন্য দুইটি তারের প্রান্তের হুক দুইটিতে সামান্য ওজন চাপান হইল। এখন মূল স্কেল S এবং ভার্নিয়ারের পাঠ লওয়া হইল। সূচক তারের



চিত্র 9 5

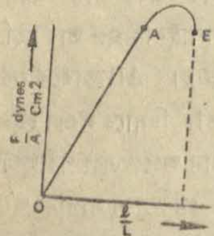
প্রান্তের ওজনটি সর্বদা এক থাকিবে। পরীক্ষাধীন তারে $\frac{1}{2}$kg অথবা 1 kg ওজন চাপান হইল। আবার মূল স্কেল এবং ভার্নিয়ারের পাঠ লওয়া হইল। এই পাঠ হইতে প্রথম পাঠ বাদ দিলে চাপান ওজনের জন্য তারের দৈর্ঘ্য কতটা বৃদ্ধি পাইয়াছে তাহা পাওয়া যাইবে। এইরূপে পর পর কয়েকবার অর্ধ কিলোগ্রাম অথবা এক কিলোগ্রাম চাপাইয়া প্রত্যেকবারের পাঠ লওয়া হইল। কিন্তু লক্ষ্য রাখিতে হইবে যে মোট চাপান ওজন স্থিতিস্থাপকতার সীমা না অতিক্রম করে। তাহার পর ওজনগুলি এক এক করিয়া নামান হইল এবং প্রত্যেকবার মূল স্কেল S এবং ভার্নিয়ারের (V) পাঠ লওয়া হইল। সুতরাং প্রত্যেকটি ওজনের জন্য দুইবার পাঠ লওয়া হইল এবং উহাদের গড় লওয়া হইল। স্ক্রুগেজের সাহায্যে CD তারের বিভিন্ন স্থানে তারের ব্যাসার্ধ মাপা হইল। উহা হইতে গড় ব্যাসার্ধ (R) নির্ণয় করা হইল। একটি মিটার স্কেলের সাহায্যে তারের প্রাথমিক দৈর্ঘ্য L মাপা হইল। এখন,

$$\text{অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন} = \frac{mg}{\pi R^2} \quad \text{এবং} \quad \text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি} = \frac{l}{L}$$

$$\text{সুতরাং} \quad Y = \frac{mgL}{\pi R\, l}$$

9.4. অসহ ভার (Breaking Weight) :

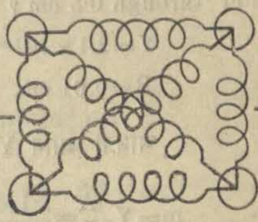
এখন কথা হইল যদি আমরা কোন স্থিতিস্থাপক বস্তুর উপর ক্রমশই পীড়ন বাড়াইতে থাকি বিকৃতিও বাড়িবে। একটি তারের অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি এবং অনুদৈর্ঘ্য পীড়নের একটি লেখ চিত্র নং 9.6 এ দেখান হইল। OA একটি সরলরেখা সুতরাং A পর্যন্ত বিকৃতি এবং পীড়ন সমানুপাতিক। A পর্যান্ত হুকের সূত্র প্রযোজ্য হইবে। A পর্যন্ত তারটি পূর্ণ স্থিতিস্থাপক (Perfectly elastic)। পীড়ন যদি ইহা হইতে বেশী হয় তাহা হইলে তারটি আর হুকের সূত্র মানিয়া চলিবে না। তাই A কে বলা হয় **স্থিতিস্থাপক সীমা** (elastic limit)। এই স্থিতিস্থাপক সীমা অতিক্রম করিলে বিকৃতি পীড়ন অপেক্ষা তাড়াতাড়ি বাড়িতে থাকে তাই লেখটি আর সরলরেখা থাকে না। এখন পীড়ন তুলিয়া লইলেও তারটি আর প্রাথমিক অবস্থায় ফিরিয়া আসিবে না। কিছু বিকৃতি থাকিয়া যাইবে। যদি ভার চাপাইয়া পীড়ন আরও বাড়ান যায় তখননি তারটি এমন অবস্থায় আসিবে যে ছিড়িয়া পড়িবে। এই ভার বা ওজনকে বলা হয় **অসহ ভার**।



চিত্র 9·6

9.5 স্থিতিস্থাপকতা বস্তুতে কিরূপে আসে ?

এখন দেখা যাউক এই স্থিতিস্থাপকতা বস্তুতে কোথা হইতে আসে। আমরা জানি যে বস্তু অণু সমবায়ে গঠিত। বস্তুর ভিতরের এই অণুগুলি পরস্পরকে আকর্ষণ করে। ইহা মহাকর্ষজ বল হইতে ভিন্ন। এই আকর্ষণ বলকে সংসক্তি বল (Cohesive force) বলে। এই বলের ধর্ম অনেকটা স্প্রিং এর মত) চিত্র নং 9.7) । সুতরাং বস্তুটিকে যদি F বল দ্বারা টানিয়া ধরা যায় তবে বস্তুটির বিকৃতি ঘটিবে। কিন্তু সংসক্তি বল বস্তুর ভিতরে একটি প্রতিরোধ বল সৃষ্টি করিবে। একক ক্ষেত্রের উপর এই প্রতিরোধ বলকে পীড়ন বলে। প্রযুক্ত বল যখন প্রতিরোধ বলের সমান হইবে তখন বস্তুর আর বিকৃতি ঘটিবে না। প্রযুক্ত বল তুলিয়া লইলে বস্তুটি আবার প্রথমাবস্থায় ফিরিয়া আসিবে। আমরা যখন মাটির অথবা অন্য কোন বস্তুর উপরে দাঁড়াই তখন আমরা আমাদের ওজন তাহার উপর প্রয়োগ করি। স্থিতিস্থাপকতার জন্য যাহার উপরে দাঁড়াই তাহার বিকৃতি ঘটে। এই বিকৃতির ফলে প্রতিরোধ বল বা পীড়নের সৃষ্টি হয়। তাহার জন্য আমরা দাঁড়াইয়া থাকিতে পারি, আমাদের পা মাটির ভিতর ঢুকিয়া যায় না। কিন্তু কাদার স্থিতিস্থাপকতা নাই। তাই কাদার উপর দাঁড়াইয়া থাকিতে পারি না। নিউটনের তৃতীয় সূত্রের ক্রিয়ার জন্য প্রতিক্রিয়া বস্তুর স্থিতিস্থাপকতার জন্যই সৃষ্টি হয়।



চিত্র 9.7

Example 1. 300 cm লম্বা 0·625 sq. cm. প্রস্থচ্ছেদ বিশিষ্ট একটি তারকে 1200 kg টানের সাহায্যে 0·3 cm দৈর্ঘ্যে বাড়ান হইল। তারের ইয়ং গুণাঙ্ক কত হইবে ?

A wire 300 cm. long and 0.625 sq. cm. in cross section is found to stretch 0.3 cm. under a tension of 1200 kg. What is the Young's modulus of the material of the wire?

$L=300$ cm. $A=0.625$ sq. cm.

$l=0.3$ cm. $F=1200\times10^3\times980$ dynes.

$$Y=\frac{\dfrac{1200\times10^3\times980}{0.625}}{\dfrac{0\cdot3}{300}}=1\cdot88\times10^{12}\,\frac{\text{dynes}}{\text{cm}^2}$$

Example 2. যদি ইস্পাতের ইয়ং গুণাঙ্ক 2.1×10^{12} dynes/cm² হয়, কত ওজন চাপাইলে 5 metres লম্বা এবং 0.2 mm ব্যাসের ইস্পাতের তারের 0.5 cm দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন হইবে ?

If Young's modulus of steel be $2{\cdot}1\times10^{12}$ dynes/sq. cm., what mass will elongate a steel wire 5m in length and 0.2 mm in diameter through 0·5 cm ?

$$Y=2.1\times10^{12}\ \text{dynes/cm}^2.\quad L=5\times10^2\ \text{cm}$$

$$R=0.01\ \text{cm.}\quad l=0.\,5\text{cm.}\quad g=980\ \text{cm/sec}^2$$

আমরা জানি $Y=\dfrac{mg/A}{l/L}$

$$\therefore\quad m=Y\frac{lA}{Lg}=\frac{2{\cdot}1\times10^{12}\times0{\cdot}5\times\pi\,({\cdot}01)^2}{5\times10^2\times980}$$

$$=6{\cdot}8\times10^2\ \text{gm.}$$

Example 3. একটি 330 cm ব্যাসের নিরেট বলকে (ball) লেকের জলে এমন গভীরতায় ডুবাইয়া রাখা হইল যাহাতে বলটির উপর জলের চাপ হয় 1·00 $\dfrac{\text{Kgm . wt}}{\text{cm}^2}$। বলটির আয়তনের পরিবর্তন নির্ণয় কর। ধরিয়া লও, আয়তন গুণাঙ্ক $K=1{\cdot}00\times10^{11}$ dynes/cm².

A solid ball 330 cm in diameter is submerged in a lake at such a depth that the pressure exerted by the water is 1·00 Kgm-wt/cm² Find the change in volume of the ball. Given that $K=1{\cdot}00\times10^{11}$ dynes/cm².

$$R=\frac{330}{2}=165\ \text{cm.}$$

$$P=1\text{Kgm-wt/cm}^2=10^3\times980\ \text{dynes/cm}^2$$

$$K=1{\cdot}0\times10^{11}\ \text{dynes/cm}^2,\quad V=\tfrac{4}{3}\,\pi\,(R)^3$$

আমরা জানি $K=\dfrac{P}{v/V}=\dfrac{10^3\times980\times\frac{4}{3}\,\pi\,(165)^3}{v}$

অথবা $v=\dfrac{10^3\times980\times4\pi\,(165)^3}{3\times1{\cdot}0\times10^{11}}=1{\cdot}4$ c.c.

Example 4. একটি 1·5 metres লম্বা তামার তারের ব্যাস 1mm এবং তামার ইয়ং গুণাঙ্ক $12{\cdot}5\times10^{11}$ dynes/cm²। যদি তারের এক প্রান্তে 10 Kgm ওজন চাপান হয় তাহা হইলে তারের দৈর্ঘ্য কত বাড়িবে ? যদি পয়সোঁ অনুপাত 0·26 হয় তাহা হইলে পার্শ্বীয় বিকৃতি কত হইবে ?

A copper wire 1·5 m long for which Young's modulus is $12{\cdot}5\times10^{11}$ dynes-per sq. cm., has a diameter of 1mm. If a weight of 10 Kgm is attached to one end, what extension is produced ? If Poisson's ratio is 0·26 what lateral strain is produced ?

$L = 1{\cdot}5 \times 10^{2}$ cm. $Y = 12{\cdot}5 \times 10^{11}$ dynes/cm^2.

$R = 0{\cdot}5$ mm. $F = 10 \times 10^{3} \times 980$ dynes.

আমরা জানি $Y = \frac{FL}{Al}$ অথবা $l = \frac{FL}{AY}$

$$\therefore \quad l = \frac{10^4 \times 980 \times 1{\cdot}5 \times 10^2}{\pi\,(0{\cdot}5)^2 \times 12.5 \times 10^{11}} = 0{\cdot}149 \text{ cm}$$

অথবা $\frac{r}{R} = -\sigma \frac{l}{L} = -0{\cdot}26 \times \frac{\cdot 149}{1{\cdot}5 \times 10^2} = -2{\cdot}6 \times 10^{-4}$

(−) চিহ্ন বুঝাইতেছে যে তারটির ব্যাসার্ধ কমিবে।

Example 5. একটি 2mm ব্যাসের ইস্পাতের তারকে 30°C তাপমাত্রায় দুইটি শক্ত খুঁটির ভিতর সামান্য টানে বাঁধিয়া দেওয়া হইল। যখন তাপমাত্রা 20°C এ নামিয়া যাইবে তখন তারটির উপর কত টান হইবে? [ইস্পাতের তাপ গুণাঙ্ক $\alpha = 0{\cdot}000011/°C$ এবং $Y = 2.1 \times 10^{12}$ dynes/cm^2]

A steel wire 2mm in diameter is just stretched between two fixed points at a temperature of 30°C. Determine its tension when the temperature falls to 20°C. [Coefficient of linear expansion of steel $\alpha = 0.000011/°C$ and $Y = 2.1 \times 10^{12}$ dynes/sq cm.].

তাপমাত্রা কমিবার ফলে তারটির দৈর্ঘ্যের সংকোচন হইবে এবং তাহার দরুণ তারটিতে টান বাড়িবে।

দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন $= L_{30} - L_{20} = L_{20} \times 11 \times 10^{-6} \times 10$ cm.

সুতরাং অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি $= \frac{L_{30} - L_{20}}{L_{30}} = 11 \times 10^{-5}$

অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন $= \frac{\text{টান}}{\text{প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফল}} = \frac{T}{\pi(.1)^2}$ dynes/cm^2.

সুতরাং $\frac{T}{\pi\,(.1)^2} = 2.1 \times 10^{12} \times 1.1 \times 10^{-4}$

$\therefore \quad T = 7.25 \times 10^{6}$ dynes.

দশম পরিচ্ছেদ

তরলের পৃষ্ঠ-টান (Surface tension) এবং সান্দ্রতা (Viscosity)

10.1 তরলের পৃষ্ঠ-টান (Surface tension of liquid) :

আমরা জানি বৃষ্টির ফোঁটা গোলাকৃতি এবং জলের কল হইতে জল যখন ফোঁটা ফোঁটা পড়ে তখন জলের ফোঁটাটি গোল আকার ধারণ করে। ইহা সমস্ত তরলের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য। যেমন পারদ যখন মেঝেতে কিম্বা টেবিলের উপর পড়িয়া যায় তখন ইহা অনেকগুলি ছোট ছোট গোলাকৃতি বলের আকার ধারণ করে। আরও মজার ব্যাপার পারদের এই বলগুলি কিন্তু মেঝেতে বা টেবিলে আটকাইয়া যায় না। এক স্থান হইতে অন্যস্থানে সহজেই গড়াইয়া যাইতে পারে। কিন্তু একফোঁটা জল তাহা পারে না। টেবিলের উপর যেখানে ফেলা যায় সেইখানেই আটকাইয়া থাকে। কিন্তু এই জলের ফোঁটা যদি পদ্মপাতা বা কোন তৈলাক্ত তলের উপর পড়ে তবে উহা পারদের মতো গড়াইয়া যাইবে। এক ফোঁটা কেরোসিন তেল টেবিলের উপর ফেলিলে কিন্তু উহা তৎক্ষণাৎ টেবিলের উপর ছড়াইয়া যাইবে।

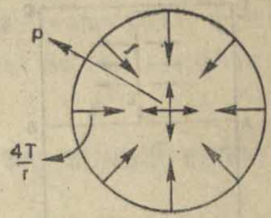
প্রথমে দেখা যাউক একফোঁটা তরল যাহার উপর কোন বল ক্রিয়া করিতেছে না তাহা গোলকাকার (spherical) আকৃতি ধারণ করে কেন। একফোঁটা তরল বিভিন্ন আকার ধারণ করিলে তাহার পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল বিভিন্ন হইবে। একমাত্র গোলকাকার ধারণ করিলেই উহার পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল সবচাইতে কম হইবে। সুতরাং আমরা বলিতে পারি যে তরল সবসময় এমন আকার ধারণ করিতে চায় যাহার পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল সর্বনিম্ন হইবে। তাই তরলের পৃষ্ঠে সবসময়ই একটা টান থাকে। তরলের পৃষ্ঠের এই টানকে সহজেই একটি পরীক্ষার দ্বারা দেখান যায়।

একটি সরু কাচের নলের মুখে একটু সাবান জল লওয়া হইল। এখন নলের অন্যপ্রান্ত মুখ দিয়া ফুঁ দিলে একটি সাবান জলের বুদবুদ (soap bubble) তৈরী হইবে। এই পৃষ্ঠটি তাহার ক্ষেত্রফল কমাইতে চাহিবে অথবা পৃষ্ঠটানের জন্য বুদবুদটি ছোট হইতে চাহিবে। এখন সাম্য অবস্থায় বুদবুদটি সংকুচিত হইবার চেষ্টার জন্য ভিতরের দিকে বল এবং ফুঁ দিয়া বাতাস ঢুকানর জন্য বুদবুদের ভিতরে বহির্মুখী যে বল সৃষ্টি হইবে এই দুইটি বল সমান (চিত্র নং 10.1)। সুতরাং

পৃষ্ঠ-টানের জন্য ভিতরমুখী চাপ=বুদবুদের ভিতর সৃষ্ট বহির্মুখী চাপ।

অথবা ইহা দেখান যায় $\frac{4T}{r}=p$ .. ...(10.1)

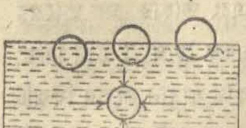
$\frac{4T}{r}$ ইহল পৃষ্ঠ-টানের জন্য ভিতরমুখী চাপ এবং p হইল বুদবুদের ভিতরে সৃষ্ট বহির্মুখী চাপ। এই T হইল পৃষ্ঠ-টান এবং r বুদবুদের ব্যাসার্ধ। তাই ফুঁ দিয়া বেশী বাতাস বুদবুদের ভিতর ঢুকাইলে বুদবুদটি ফাটিয়া যাইবে। কারণ ভিতরের চাপ তখন বুদবুদটির পৃষ্ঠ সংকুচিত করিবার জন্য সৃষ্ট ভিতরমুখী চাপ অপেক্ষা অনেক বেশী হইবে এবং সাম্য অবস্থায় আসিবে না।



চিত্র 10.1

10.2. পৃষ্ঠ-শক্তি এবং পৃষ্ঠ-টান :

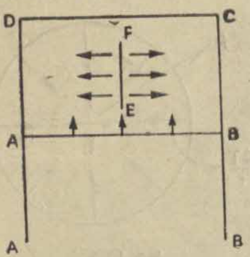
তরল অণুর সমবায়ে গঠিত ; এই অণুগুলি পরস্পরকে আকর্ষণ করে। তরলের ভিতরে একটি অণুর উপর চতুর্দিক হইতে অন্যান্য অণুগুলি সমান ভাবে আকর্ষণ করে। তাই তরলের ভিতরে একটি অণুর উপর লব্ধি বল শূন্য হইবে (চিত্র নং 10·2)। কিন্তু যে অণুগুলি তরলের পৃষ্ঠে থাকে তাহাদের নিম্নের অন্যান্য অণুগুলি সংসক্তি বলের দ্বারা আকর্ষন করিবে। কিন্তু উপরের দিকে বিশেষ কোন বল থাকিবে না। তাই এই অণুগুলির উপর লব্ধি বল শূন্য নয়। পৃষ্ঠের অণুগুলি নিম্নমুখী বলের বিরুদ্ধে পৃষ্ঠে থাকে বলিয়া এই অণুগুলি স্থিতিশক্তির অধিকারী হয়। এই স্থিতি শক্তিকে পৃষ্ঠ শক্তি (Surface energy) বলে। আমরা জানি প্রকৃতিতে সমস্ত বস্তুই সর্বনিম্ন শক্তিতে থাকিতে চায়। তাই তরলের পৃষ্ঠও সংকুচিত হইতে চাহিবে যাহাতে পৃষ্ঠে অণুর সংখ্যা সর্বনিম্ন হয়। তাই তরলের ফোঁটা গোলাকার ধারণ করে কারণ গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল সর্বনিম্ন। কিন্তু ফোঁটা বড় হইলে অভিকর্ষজ বলের জন্য ফোঁটাটি আর গোলাকৃতি থাকে না। কাজেই বুঝা যাইতেছে যে পৃষ্ঠ শক্তি সংসক্তি বলের জন্যই সৃষ্টি হয় এবং পৃষ্ঠ শক্তির জন্যই তরলের পৃষ্ঠে একটি টান থাকে যাহা পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কমাইয়া পৃষ্ঠের স্থিতি শক্তি কমাইতে চায়। পৃষ্ঠের একক ক্ষেত্রফলের স্থিতিশক্তির মান পৃষ্ঠ-টানের মানের সমান। C. G. S. পদ্ধতিতে পৃষ্ঠ-শক্তির একক erg/cm^2।


চিত্র 10.2

10.3 পৃষ্ঠ-টানের সংজ্ঞা এবং তাহার মান নির্ণয় :

মনে করি ABCD একটি তার দ্বারা নির্মিত কাঠামো (চিত্র নং 10.3) যাহার AB বাহুটি DA এবং CB বাহুর উপর একস্থান হইতে অন্যস্থানে যাইতে পারে। সাবান জলের সাহায্যে একটি পাতলা সাবান জলের ফিল্ম (film) তৈয়ারী করা হইল। সাবান

জলের এই পাতলা ফিল্মট (ABCD) সংকুচিত হইতে চাহিবে। এই ফিল্ম এর মাঝখানে EF একটি কাল্পনিক রেখা টানা হইল। এখন এই রেখার বামদিকের অংশটুকু রেখাটিকে বামদিকে টানিবে, তেমনি ডান দিকের ফিল্ম ডান দিকে টানিবে। তাই ফিল্মটির উপর টান থাকিবে। **একক দৈর্ঘ্যের উপর এই টানকেই পৃষ্ঠ-টান বলে।** **সুতরাং পৃষ্ঠ-টানের একক** dynes/cm। তরলের পৃষ্ঠের উপর এই টান কিন্তু ফিল্মের ক্ষেত্রফল বাড়িলে বাড়ে না।



চিত্র 10.3

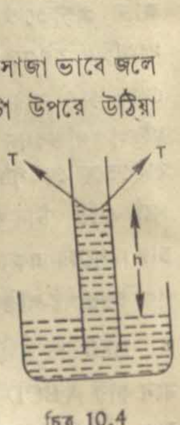
ফিল্মের ক্ষেত্রফল যাহাই হউক না কেন পৃষ্ঠ-টান T এর মান একই থাকিবে। এইখানেই রবারের পাতের উপর টান তরল পৃষ্ঠের টান হইতে আলাদা। কারণ রবারের পাতের ক্ষেত্রফল বাড়িলে টানও বাড়ে।

আমরা জানি তরলের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল বাড়িলে পৃষ্ঠ-শক্তি বাড়ে। তাই পৃষ্ঠ-শক্তি কমাইবার জন্য পাতলা ফিল্মট সংকুচিত হইতে চাহিবে এবং তাহার জন্য তারের কাঠামোটির উপর বল ক্রিয়া করিবে। মনে করি প্রতি একক দৈর্ঘ্যে T টান ক্রিয়া করিতেছে। কাঠামোর অন্যান্য বাহুগুলি দৃঢ়ভাবে সংযুক্ত থাকায় সাবান জলের ফিল্মটি AB বাহুকে টানিয়া উঠাইতে চাহিবে। কিন্তু তারের ঘর্ষণ বল বেশী হইলে তারটি উঠিবে না। এই একক দৈর্ঘ্যের উপর যে পৃষ্ঠ-টান তাহা ফিল্মের দুইটি পৃষ্ঠের জন্য দ্বিগুণ হইবে। তাই AB তারের একক দৈর্ঘ্যের উপর টান 2T হইবে। কিন্তু যখন তরলের একটি পৃষ্ঠ থাকে তখন পৃষ্ঠ-টান T হইবে।

পরীক্ষাগারে পৃষ্ঠ-টানের মান নির্ণয় :

একটি পরিষ্কার কৌশিক কাচের নলকে (capillary tube) সোজা ভাবে জলে ডুবাইলে দেখা যায় জল সূক্ষ্ম কাচের নল দিয়া বাহিয়া কিছুটা উপরে উঠিয়া আসিয়াছে (চিত্র নং 10·4)। একটি মাইক্রোস্কোপের সাহায্যে জল কতটা উপরে উঠিয়াছে তাহা মাপা হইল। মনে করি জল h উচ্চতায় উঠিয়াছে। এখন দেখান যায় পৃষ্ঠ টান

$$T=\frac{hr\rho g}{2} \qquad \ldots\ldots(10\cdot2)$$



চিত্র 10.4

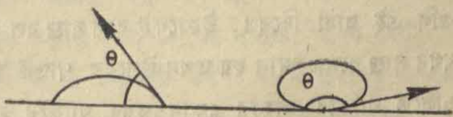
যেখানে ρ হইল জলের ঘনত্ব এবং r কৌশিক নলের ভিতরের ব্যাসার্ধ। এই r ও মাইক্রোস্কোপের সাহায্যে মাপা হয়। যেহেতু h এবং r জানা আছে T এর মান নির্ণয় করা যাইবে।

কৌশিক নলের ভিতরে জল কেন উপরে উঠে তাহাও পৃষ্ঠ-টানের সাহায্যে

ব্যাখ্যা করা যায়। কাচের নলের ভিতর একটু লক্ষ্য করিলেই দেখা যাইবে নলের ভিতরে জলের পৃষ্ঠ উপরের দিকে খানিকটা অবতল (concave)। তরল পৃষ্ঠ সর্বদাই চাহিবে সংকুচিত হইতে এবং এই ক্ষেত্রে পৃষ্ঠ অনুভূমিক সমতল হইতে চাহিবে। তাই পৃষ্ঠ টান উপরের দিকে ক্রিয়া করিবে (চিত্র 10·4) এবং জলকে উপরে উঠিতে সাহায্য করিবে।

10.4. কোন কোন তরল কোন শক্ত তলের উপর তাড়াতাড়ি ছড়াইয়া পড়ে কেন?

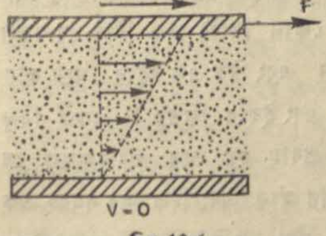
পূর্বেই বলিয়াছি তরলের ভিতর বিভিন্ন অণু পরস্পরকে সংসক্তি বলের দ্বারা আকর্ষণ করে। তেমনি তরলের অণুকে যে বস্তুর তলের উপর রাখা হইবে তাহার অণুও আকর্ষণ করে। এই আকর্ষণের জন্যই তরল বস্তু পৃষ্ঠকে ভিজাইয়া দেয়। তরল এবং বস্তুর বিভিন্ন প্রকার অণুর ভিতর আকর্ষন বলকে আসঞ্জন বল (Adhesive force) বলে। এই বল যত বেশী হইবে তরল তত তাড়াতাড়ি বস্তুর তলকে ভিজাইয়া দিবে এবং তাড়াতাড়ি ছড়াইয়া যাইবে। 10·5 নং চিত্রে যে কোণ θ দেখান হইয়াছে ইহাকে বলে সংস্পর্শ কোণ (angle of contact)। আসঞ্জন বল যত বেশী হইবে θ-র মান তত কম হইবে। যেমন জল এবং পরিষ্কার কাচের ক্ষেত্রে θ অত্যন্ত কম। তাই জল তাড়াতাড়ি কাচের পৃষ্ঠ ভিজাইয়া দেয় এবং ছড়াইয়া পড়ে। কিন্তু পারদের ক্ষেত্রে θ অত্যন্ত বেশী তাই আসঞ্জন বল অত্যন্ত কম। তাই পারদ কাচকে ভিজাইতে পারে না এবং কাচের পৃষ্ঠে গোল গোল বলের আকারে ছড়াইয়া পড়ে।



চিত্র 10.5

10·5. সান্দ্রতা (Viscosity) :

মনে করি দুইটি শক্ত পাতের মাঝখানে খানিকটা তরল লওয়া হইল (চিত্র নং 10·6)। এক একটি পাতের ক্ষেত্রফল A এবং পাত দুইটির ভিতরে দূরত্ব d। এখন নীচের পাতটিকে স্থির রাখিয়া উপরের পাতটিকে V_0 সমবেগে আস্তে আস্তে চালান হইল।



চিত্র 10.6

উপরের পাতটিকে V_0 বেগে চালানর জন্য পাতের উপর F বল তির্যক ভাবে প্রয়োগ করা হইল। ইহা দেখা গিয়াছে যে উপরের পাতটিকে V_0 গতিতে চালানর জন্য যে

বল প্রয়োগ করা হইয়াছে তাহা পাতের ক্ষেত্রফল এবং V_0/d এর সমানুপাতিক। সুতরাং

$$F = \eta A \frac{V_0}{d} \qquad \cdots \qquad \cdots(10.3)$$

এই η একটি ধ্রুবক। **ইহাকে সান্দ্র গুণাংক (co-efficient of Viscosity) বলে**। C.G.S. পদ্ধতিতে ইহার একক **পয়েজ (Poise)**।

অর্থাৎ যদি F = 1 dyne, A = 1 sq. cm.

এবং $V_0/d = \frac{1\text{cm/sec}}{1\text{cm}} = 1\ \text{sec}^{-1}$ হয় তবে $\eta = 1$ poise হইবে।

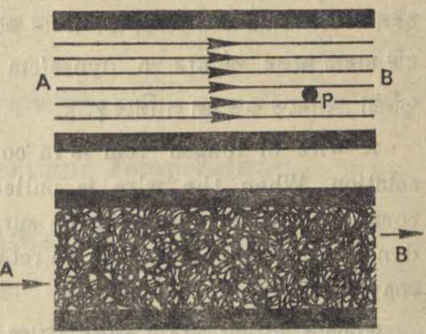
তরলের যে পাতলা স্তর নীচের পাতের সহিত লাগিয়া আছে তাহার বেগ শূন্য এবং যে পাতলা স্তর উপরের পাতের সহিত লাগিয়া আছে তাহার বেগ V_0 অর্থাৎ উপরের পাত এবং তাহার নীচের তরলের পাতলা স্তরের বেগ সমান হইবে। এই বেগ আস্তে আস্তে কমিয়া নীচের পাতের কাছে শূন্য হইয়া যাইবে। এই বেগ ক্রমশঃ কমার জন্য উপরের পাতটি চলিতে বাধা পাইবে। নীচের তরলের স্তরগুলি এই বাধা দিবে। ইহাকেই বলে সান্দ্র বল (Viscous force)। প্রযুক্ত বল F যখন সান্দ্র বলের সমান হয় তখন উপরের পাতটি V_0 সমবেগে (uniform velocity) চলিতে থাকিবে তাহার কোন ত্বরণ থাকিবে না।

জল বা তরল যখন পাইপের ভিতর দিয়া যায় তখন তরলের যে পাতলা স্তর পাইপের গায়ে লাগিয়া থাকে তাহার বেগ শূন্য এবং পাইপের অক্ষরেখায় তরলের গতিবেগ সবচেয়ে বেশী। তাই তরল যখন পাইপের ভিতর দিয়া যায় তখনও সান্দ্র বল ক্রিয়া করে। সেই ক্ষেত্রেও সমীকরণ (10·3) প্রযোজ্য।

10.6. ষ্ট্রীমলাইন এবং টারবুলেন্ট প্রবাহ (Stream line and Turbulant flow) :

যখন তরল একস্থান হইতে অন্যস্থানে প্রবাহিত (flow) হয় তখন সেই গতি পথে সর্বত্র তরলের বেগের মান এবং দিক যদি ধ্রুবক থাকে তাহা হইলে তরলের এই গতিকে ষ্ট্রীমলাইন প্রবাহ বলে। ইহাতে তরলের প্রত্যেকটি কণা শৃঙ্খলাবদ্ধ ভাবে চলিবে এবং গতিপথের একটি যে কোন নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়া যে সকল তরলকণা প্রবাহিত হইবে তাহাদের বেগের মান এবং দিক এক হইবে। মনে করি AB নলের ভিতর দিয়া তরল প্রবাহিত হইতেছে এবং ইহার ভিতর P একটি বিন্দু (চিত্র নং 10.7)। এখন যদি ইহা ষ্ট্রীম লাইন প্রবাহ হয় তবে প্রবাহকালে যে সমস্ত কণা P বিন্দুতে আসিবে তাহাদের বেগের মান এবং দিক সব সময়ই এক হইবে। তরলের গতির বেগ যদি একটা নির্দিষ্ট সীমা অতিক্রম করে তাহা হইলে তরলের প্রবাহ আর ষ্ট্রীমলাইন থাকিবে না। তখন তরল কণাগুলি এলোমেলো ভাবে

চলিতে থাকে। ইহাকে টারবুলেন্ট প্রবাহ বলে। তরলের যে বেগ পর্যন্ত প্রবাহ ষ্ট্রীমলাইন থাকে সেই বেগকে সংকট বেগ (Critical velocity) বলে। আমরা দেখিয়াছি যখন কোন নালার ভিতর দিয়া আস্তে আস্তে জল প্রবাহিত হয় তখন তাহার গতি হয় ষ্ট্রীমলাইন কিন্তু মুষলধারে বৃষ্টির পর সেই নালা দিয়া জল যখন প্রচণ্ড বেগে প্রবাহিত হয় তখন তাহা হয় এলোমেলো টারবুলেন্ট প্রবাহ। যদি প্রবাহ ষ্ট্রীম-



চিত্র 10-7

লাইন হয় তবেই তাহার সান্দ্রতা মাপা যাইবে এবং সমীকরণ (10.3) প্রযোজ্য হইবে। প্রবাহ টারবুলেন্ট হইলে সব তরলের গতি প্রকৃতি এক হইবে এবং তাহার সান্দ্রতা বলিয়া কিছু থাকিবে না। আমরা জানি যে জলের সান্দ্রতা অত্যন্ত কম কিন্তু পেট্রোলিয়াম, কেষ্টর অয়েল এবং অন্যান্য তরল পদার্থের সান্দ্রতা অনেক বেশী।

তরলের সান্দ্রতাও কিন্তু সংসক্তি বলের জন্য সৃষ্টি হয়। যখন তরলের উপরের পাতলা স্তর (চিত্র নং 10.6) V_0 বেগে চলিতে চেষ্টা করে তখন তাহার ঠিক নীচের স্তর উপরের স্তরের গতিকে বাধা দেয়। এই বাধা আসে সংসক্তি বলের জন্য। এই প্রতিরোধকেই বলে সান্দ্র বাধা (Viscous resistance)। আমরা জানি জলের ভিতরে চলাফেরা করা পরিশ্রম সাধ্য কাজ। কারণ যখন আমরা জলের ভিতরে চলিতে চেষ্টা করি তখন জলের যে স্তর আমাদের শরীরের সঙ্গে লাগিয়া থাকে তাহাও সেই বেগে চলিতে চেষ্টা করে কিন্তু তাহার পিছনের পাতলা স্তর তাহাতে বাধা দেয়। এই সান্দ্র বাধার জন্যই আমরা জলের ভিতরে স্বচ্ছন্দে চলিতে পারি না। চলিতে গেলে সবসময়ই একটু বেশী বল প্রয়োগ করিতে হয়। টারবুলেন্ট প্রবাহের ভিতরে চলিতেও বেশী বল প্রয়োগ করিতে হয়। এখন দেখা যাইতেছে যে স্থিতিস্থাপকতা, পৃষ্ঠ-টান এবং সান্দ্রতা সংসক্তি বলের জন্যই সৃষ্টি হয়। এই বলের মান যখন বেশী হয় তখন বস্তুটি কঠিন হয় এবং তাহাতে কম অথবা বেশী স্থিতিস্থাপকতা থাকে। কিন্তু যখন বলের মান কম হয় তখন উহা হয় তরল পদার্থ এবং তাহাতে সান্দ্রতা থাকে কিন্তু স্থিতিস্থাপকতা থাকে না। পৃষ্ঠ-টান কঠিন এবং তরল পদার্থ উভয়েরই থাকে। তবে তরল পদার্থের পৃষ্ঠ-টান পরীক্ষাগারে পরীক্ষার দ্বারা দেখান যায় এবং ইহার মান মাপা যায়। কিন্তু কঠিন পদার্থের ক্ষেত্রে উহা সহজে দেখান যায় না। এই সংসক্তি বলের মান যখন খুব কম হয় তখন উহা হয় বায়বীয় পদার্থ। সুতরাং বায়বীয় পদার্থেরও অনেক ধর্ম এই বলের উপর নির্ভর করে।

Example 1. দুই সেন্টিমিটার লম্বা একটি তার সাবান জলের উপর রাখা হইল। এখন তারটি টানিয়া তুলিলে সাবান জলের একটি ফিল্মও উহার সহিত উঠিবে। যদি সাবান জলের পৃষ্ঠ-টান 25 dynes/cm হয় তবে তারটিকে সাবান জল হইতে তুলিয়া আনিতে কত বল লাগিবে?

A wire of length 2cm is in contact with the soap surface of solution. When the wire is pulled upwards a film of soap will come up with the wire. If the surface tension of soap water is 25 dynes/cm, what force will be required to pull the wire out of soap water?

তারটিকে টানিয়া সাবান জলের উপরে তুলিলে যে ফিল্ম (film) তৈরী হইবে তাহার দুইটি পৃষ্ঠ থাকিবে। সুতরাং দুই পৃষ্ঠের জন্য তারের উপর মোট বল দ্বিগুণ হইবে। অতএব $F = 2T \times l = 2 \times 25 \times 2 = 100$ dynes.

Example 2. এক সেন্টিমিটার ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি সাবান জলের বুদবুদের ভিতর উৎবৃত্ত চাপ নির্ণয় কর। সাবান জলের পৃষ্ঠ টান 25 dynes/cm।

Calculate the excess pressure inside a soap bubble of radius 1.0 cm. The surface tension of soap solution is 25 dynes/cm.

সাবান জলের বুদবুদের ভিতর উৎবৃত্ত চাপ $= \frac{4T}{r}$

$$= \frac{4 \times 25}{1} = 100 \text{ dynes/cm}^2 \text{ ।}$$

Example 3. একটি চতুষ্কোণ পাত যাহার ক্ষেত্রফল 250 sq. cm. অন্য একটি পাতের সমান্তরাল ভাবে 10 cm/sec বেগে চলিতে লাগিল। পাত দুইটির ভিতর দূরত্ব 1·0mm এবং ইহাদের মাঝে তরলে ভর্তি আছে। যদি পাত দুইটির ভিতর সান্দ্রবল 350 dynes হয় তবে তরলের সান্দ্র গুণাংক কত হইবে?

A square plate of area 250 sq. cm. moves parallel to another plate 1·0 mm apart with a velocity of 10 cm/sec. A liquid is there in between the two plates. If the viscous force between the two plates is 350 dynes what is the coefficient of viscosity?

সমীকরণ (10.3) অনুযায়ী সান্দ্র বল

$$F = \eta A \frac{V_o}{d}$$

অথবা $\eta = \frac{Fd}{AV_o} = \frac{350 \times 0{\cdot}1}{250 \times 10} = 0{\cdot}014$ poise

———

একাদশ পরিচ্ছেদ

তাপ ও উষ্ণতা (Heat and Temperature)

11.1. তাপ (Heat) ও তাপের প্রকৃতি (Nature of heat):— কোন বস্তু গরম কি ঠাণ্ডা—আমরা কি করিয়া বুঝি? উত্তরটা খুবই সোজা—হাত দিয়া। বরফে হাত দিলে ঠাণ্ডা লাগে, আবার ফুটন্ত জলে গরম লাগে। ঠাণ্ডা কি গরম—এই অনুভূতির কারণ হইল তাপ। ইহার কোন আকার, আয়তন, বর্ণ ইত্যাদি কোন কিছুই নাই। কোন কিছুর কারণের ফল হইল তাপ যাহা অনুভূতিতে বোঝা যায়। যে বাহ্যিক কারণে কোন ঠাণ্ডা জিনিস উষ্ণ হয় বা উষ্ণ হইতে ঠাণ্ডা হয় তাহাকে তাপ বলে। ইহা একপ্রকার শক্তি। সকল পদার্থই যে অবস্থাতেই থাকুক না কেন—সব সময়েই তাহাদের মধ্যে কিছু না কিছু তাপ থাকিবেই। ফুটন্ত জলের তুলনায় নদী বা পুকুরের জল ঠাণ্ডা। ইহাদের চেয়ে বরফ ঠাণ্ডা। তরল বায়ু (Liquid air) আবার আরো বেশী ঠাণ্ডা। বরফের উপর রাখিলে তরল বায়ু জল ফুটার মত টগ্ বগ্ করিয়া ফুটিতে থাকিবে। ইহাতে বোঝা যায়, বরফ হইতে তাপ তরল বায়ুতে যাইতেছে।

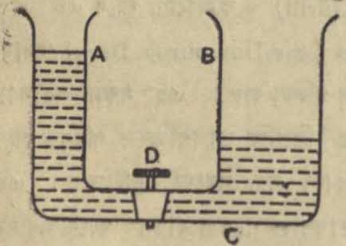
পূর্বে লোকেদের ধারণা ছিল তাপ হইল একপ্রকার অদৃশ্য ও ওজনশূন্য "ক্যালোরিক" নামে বস্তু। এই ভুল ধারণা প্রথম পাল্টান কাউন্ট রামফোর্ড (Count Rumford)। তিনি পিতলের কামানে ছিদ্র করার সময়ে দেখিতে পান যে, ছিদ্রে যে জল আছে তাহা বাষ্প হইয়া যাইতেছে। এই বাষ্প হওয়ার তাপ কোথা হইতে আসিতেছে? তিনি ঠিক করেন, বিঁধ (drill) ও কামানের ঘর্ষণে এই তাপ উৎপন্ন হয়। ইহার পরে স্যর হামফ্রে ডেভি (Sir Humphrey Davy) দেখান, একটি বায়ুহীন পাত্রে দুইটি বরফের টুকরা ঘষিলে গলিয়া যায়। এই সকল পরীক্ষায় প্রমাণ হয় যে তাপ একপ্রকার শক্তি—বস্তুর গতিশক্তি তাপশক্তিতে পরিণত হয়। প্রত্যেক বস্তু অসংখ্য অণুর দ্বারা গঠিত—ইহারা সব সময়েই ছুটিতেছে। এই গতি শক্তি (Kinetic Energy) হইতেই তাপশক্তি পাওয়া যায়। ঘর্ষণে অণুদের গতির পরিবর্তন হয়। গতির বেগ বাড়িলে উষ্ণতা বাড়িয়া যায়। আবার গতি কমিলে উষ্ণতা কমিয়া যায়।

11.2. উষ্ণতা (Temperature) ও তাপ গতিবিদ্যার শূন্য সূত্র (Zeroth law of thermodynamics) : একটি গরম ছোট লোহার বলের সংস্পর্শে কিছু কম গরমের আর একটি বেশ বড় লোহার বল রাখিলে কিছুক্ষণ পরে দেখা যাইবে যে বড় বলটা কিছুটা গরম, আর ছোট বলটা কিছুটা ঠাণ্ডা হইয়া গিয়াছে। কেন হইল? তাহা হইলে গরম বল হইতে ঠাণ্ডা বলে তাপ যাইতেছে। যাহা হইতে তাপ যাইতেছে, আমরা বলি, তাহার উষ্ণতা বেশী এবং যাহাতে যাইতেছে তাহার উষ্ণতা কম। কিন্তু গরম বলটার মোট তাপশক্তি, বড় লোহার বলের চেয়ে পরিমাণে অনেক কম। **উষ্ণতা হইল বস্তুর একটা বিশেষ তাপীয় (Thermal) অবস্থা যাহা কোন বস্তু অন্য একটি বস্তুর সংস্পর্শে রাখিলে কোনদিকে তাপ যাইবে নির্ণয় করে। যদি দুইটি বস্তুরই উষ্ণতা সমান হয়, তবে তাপ কোন দিকেই যাইবে না। যদি দুইটি বস্তু আলাদাভাবে অন্য একটি তৃতীয় বস্তুর সঙ্গে একটি তাপীয় অবস্থায় থাকে, তবে প্রথমোক্ত বস্তু দুইটিও একই তাপীয় অবস্থায় থাকিবে। ইহাই তাপগতিবিদ্যার শূন্য সূত্র।**

11.3. তাপ ও উষ্ণতার পার্থক্য (Difference between heat and temperature) : (1) তাপ হইল একপ্রকার শক্তি। তাপ প্রয়োগে উষ্ণতা বাড়িয়া যায়। সুতরাং তাপ হইল কারণ আর উষ্ণতা হইল ইহার ফল।

(2) উষ্ণতার দ্বারা কোন বস্তুর একটি বিশেষ তাপীয় অবস্থাকে বুঝায়। কোন বস্তুকে আর একটি বস্তুর সংস্পর্শে রাখিলে কোন তাপপ্রবাহ কোন বিশেষ দিকে হইবে কিনা তাহা উষ্ণতার উপর নির্ভর করে—মোট তাপের উপর নির্ভর করে না।

(3) কোন বস্তুর তাপ ও উষ্ণতাকে একটি পাত্রের তরল পদার্থের পরিমাণ ও ইহার তলের সঙ্গে তুলনা করা যাইতে পারে। A ও B (চিত্র 11.1.) যথাক্রমে সরু ও মোটা পাত্র এবং C নল দ্বারা যুক্ত। D প্যাঁচ-কল দিয়া এক পাত্রের তরল অন্য পাত্রে যাইতে পারে। D-কল বন্ধ করিয়া দিয়া পাত্র দুইটিতে একই পরিমাণ তরল ঢালিলে সরু নলে তরলের উচ্চতা মোটা নলের চেয়ে বেশী হইবে। D-কল খুলিলে A-পাত্র হইতে তরল B-পাত্রে যাইতে আরম্ভ করিবে



চিত্র 11.1

যতক্ষণ না উভয় পাত্রের তরলের উচ্চতা এক হয়। তাপ ও উষ্ণতার মধ্যেও ইহা দেখা যায়। দুইটি বস্তুর মধ্যে তাপের পরিমাণ যতই হোক না কেন, বেশী উষ্ণতার বস্তু হইতে কম উষ্ণতার বস্তুতে তাপ যাইবে। আর একই উষ্ণতায় থাকিলে, ইহাদের মধ্যে কোন তাপপ্রবাহ হইবে না যেমন দুই পাত্রের তরলের তল এক হইলে কোনদিকে তরল যাইবে না।

(4) দুইটি বস্তুর উষ্ণতা সমান হইলেও তাহাদের তাপের পরিমাণ এক নাও হইতে পারে। আবার একই পরিমাণ তাপে বিভিন্ন বস্তু বিভিন্ন উষ্ণতায় থাকিবে। একটি ছোট লোহার বল আর এক বালতি জল একই উনুনে একই সময় ধরিয়া রাখিলে লোহার বলটির উষ্ণতা জলের উষ্ণতার চেয়ে অনেক বেশী হইবে।

11.4. **উষ্ণতামাপক যন্ত্র বা থার্মমিটার (Thermometer) :** কোন কোন পদার্থের উষ্ণতার পরিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে উহার কোন কোন ধর্মেরও পরিবর্তন হয় এবং এই পরিবর্তন বিশেষ নিয়ম অনুসারে হয়। সুতরাং এই ধর্মের পরিবর্তনের মাপ হইতে উষ্ণতার পরিবর্তনের মাপ পাওয়া যায় এবং এইভাবে উষ্ণতামাপক যন্ত্র বা থার্মমিটার তৈয়ারী করা হয়। নিম্নে পদার্থের উষ্ণতার পরিবর্তনের সহিত বিভিন্ন ধর্মের পরিবর্তনের কয়েকটি উদাহরণ দেওয়া হইল :

(1) উষ্ণতার পরিবর্তনের সঙ্গে কঠিন, তরল ও গ্যাসের আয়তনের পরিবর্তন হয়। কঠিন পদার্থে এই আয়তন বৃদ্ধি অত্যন্ত কম হয়, কিন্তু তরলে ও গ্যাসে বেশী হয়। সেইজন্য এই আয়তন বৃদ্ধির সাহায্য লইয়া পারদ থার্মমিটার, অ্যালকোহল থার্মমিটার, গ্যাস থার্মমিটার (নির্দিষ্ট চাপে) তৈয়ারী করা হয়। আবার গ্যাসের ক্ষেত্রে আয়তন নির্দিষ্ট রাখিলে উষ্ণতার পরিবর্তনের সহিত চাপেরও পরিবর্তন হয়। সেইজন্য নির্দিষ্ট আয়তনেও গ্যাস থার্মমিটার তৈয়ারী করা হয়।

(2) কোন তড়িৎ-পরিবাহীর (conductor) রোধ (resistance) উষ্ণতার সহিত পরিবর্তিত হয়। প্লাটিনাম ধাতুর রোধ উষ্ণতা কমাইলে কমে, আবার উষ্ণতা বাড়াইলে রোধও বাড়ে। এই ধর্মকে অবলম্বন করিয়া প্লাটিনাম রেজিস্টান্স থার্মমিটার (Platinum resistance thermometer) তৈয়ারী করা হয়।

(3 দুইটি বিভিন্ন ধাতুর তারের দুইপ্রান্ত সংযুক্ত করিয়া প্রান্ত দুইটিকে বিভিন্ন উষ্ণতায় রাখিলে তড়িৎচালক বলের (Electromotive force) উদ্ভব হয়। এই তড়িৎ চালক বল মাপিয়া উষ্ণতা মাপা যায়। তার দুইটিকে থার্মোকাপ্‌ল (Thermocouple) বলে।

উষ্ণতার স্কেল (Scales of Temperature) : ঊর্ধ্বস্থিরাঙ্ক ও নিম্নস্থিরাঙ্ক দুইটির মধ্যবর্তী উষ্ণতার ব্যবধানকে প্রাথমিক অন্তর (Fundamental interval) বলা হয় এবং এই ব্যবধানকে বিভিন্ন উপায়ে ভাগ করিয়া উষ্ণতার স্কেল তৈয়ারী করা হয়। তিন প্রকারের স্কেল আছে।

(1) **সেন্টিগ্রেড স্কেল (Centigrade Scale) :** এই স্কেল অনুসারে, নিম্নস্থিরাঙ্ককে 0° ডিগ্রি ও ঊর্ধ্বস্থিরাঙ্ককে 100° ডিগ্রি ধরিয়া মধ্যবর্তী স্থানকে 100 সমান ভাগে ভাগ করা হয়। প্রত্যেক ভাগ 1° ডিগ্রি সেন্টিগ্রেড উষ্ণতার ব্যবধান বুঝায়। ইহাকে 1°C লেখা হয়।

(2) **ফারেনহিট স্কেল (Farenheit Scale) :** এই স্কেল অনুসারে নিম্নস্থিরাঙ্ককে 32° ডিগ্রি এবং ঊর্ধ্বস্থিরাঙ্ককে 212° ডিগ্রি ধরিয়া মধ্যবর্তী স্থানকে (212-32) বা 180 সমান ভাগে ভাগ করা হয়। ইহার প্রত্যেক ভাগকে **1°F** বলে।

(3) **রোমার স্কেল (Reaumur Scale) :** এই স্কেল অনুসারে নিম্নস্থিরাঙ্ককে 0° ডিগ্রি ও ঊর্ধ্বস্থিরাঙ্ককে ৪0° ডিগ্রি ধরিয়া মধ্যবর্তী স্থানকে 80 সমান ভাগে ভাগ করা হয়।

11.5. বিভিন্ন স্কেলের পারস্পরিক সম্পর্ক : উপরের আলোচনা হইতে বোঝা যায় যে, দুই স্থিরাঙ্কের মধ্যবর্তী একই স্থানকে (এবং উহাদের উষ্ণতার ব্যবধান এক) সেন্টিগ্রেড স্কেলে 100 ভাগ, ফারেনহিট স্কেলে 180 ভাগ এবং রোমার স্কেলে 80 ভাগ করা হয়। সুতরাং 100°C উষ্ণতার ব্যবধান=180°F উষ্ণতার ব্যবধান =80°R উষ্ণতার ব্যবধান।

$$\therefore\ 1^\circ C = \frac{9}{5}{}^\circ F = \frac{4}{5}{}^\circ R$$

মনে করি, কোন উষ্ণতা সেন্টিগ্রেড স্কেলে C, ফারেনহিট স্কেলে F এবং রোমার স্কেলে R হয়। ইহারা দৈর্ঘ্যে সমান (11.2 চিত্র)। মনে করি, ইহা AB।

সেন্টিগ্রেড স্কেলে $AB = \frac{C}{100}$ ভাগ।

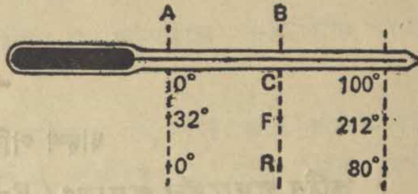
ফারেনহিট স্কেলে $AB = \frac{F-32}{180}$ ভাগ।

এবং রোমার স্কেলে $AB = \frac{R}{80}$ ভাগ

যেহেতু B বিন্দুতে উষ্ণতা একই,

$$\therefore \frac{C}{100} = \frac{F-32}{180} = \frac{R}{80}$$

$$বা, \frac{C}{5} = \frac{F-32}{9} = \frac{R}{4}$$



চিত্র 11.2

উদাহরণ :

1. **প্রমাণ কর :** সেন্টিগ্রেড ও ফারেনহিট উষ্ণতার স্কেলে,

$$C+40 = \frac{5}{9}(F+40)$$

Show that the relation between Centigrade and Farenheit readings is $C+40=\frac{5}{9}(F+40)$

আমরা জানি, $\frac{C}{5} = \frac{F-32}{9}$

বা, $C = \frac{5}{9}(F-32) = \frac{5}{9}F - \frac{160}{9}$.

বা $C+40 = \frac{5}{9}(F+40)$

2. একটি থার্মমিটারের (A) প্রাথমিক অন্তর 45 সমান ভাগে এবং আর একটি থার্মমিটার B 100 সমান ভাগে ভাগ করা আছে। যদি A এর নিম্নস্থিরাঙ্ক 0° এবং B এর নিম্ন স্থিরাঙ্ক 50° দাগ কাটা থাকে, তবে B থার্মমিটারে 110° উষ্ণতা A থার্মমিটারে কত হইবে ?

A thermometer A has got its fundamental interval (i.e. distance between the points) divided into 45 equal parts and another B into 100. If the lower point of A is marked 0° and that of B is 50°, what is the temparature by A when it is 110° by B ? [P. U. 1940]

মনে করি, A থার্মমিটারে কোন উষ্ণতা t_1 এবং সেই উষ্ণতা B থার্মমিটারে t_2. তাহা হইলে দুই থার্মমিটারের মধ্যে সম্পর্ক,

$$\frac{t_1-0}{45} = \frac{t_2-50}{100}$$

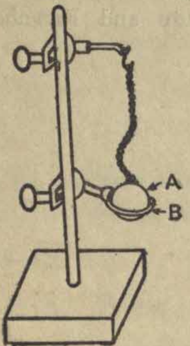
এখানে $t_2 = 110°$, $\therefore\ t_1 = \frac{60}{100} \times 45 = 27°$.

সুতরাং A থার্মমিটারে 27° দেখাইবে।

দ্বাদশ পরিচ্ছেদ

কঠিন পদার্থের প্রসারণ (Expansion of solids)

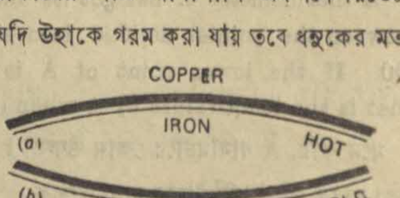
12.1 তাপে কঠিন পদার্থের প্রসারণ (Expansion of solids by heat.) : সকল কঠিন পদার্থ তাপ প্রয়োগে সাধারণত প্রসারিত হয়, আবার তাপ অপসারণে সংকুচিত হয়। নিম্নলিখিত পরীক্ষার দ্বারা ইহা সহজেই দেখানো যায়।



চিত্র 12.1

(1) **বল ও আংটা :** একই ধাতুতে তৈয়ারী A একটি বল ও B একটি আংটা (12.1 চিত্র)। একই উষ্ণতায় থাকিলে বলটি আংটার মধ্য দিয়া ঠিক গলিয়া যায়। এখন বলটিকে শুধু কিছুক্ষণ গরম করিলে দেখা যাইবে যে আর B এর মধ্যদিয়া যাইতেছে না। তাপে বলটি আয়তনে ও ক্ষেত্রফলে প্রসারিত হইয়াছে। আবার বলটি ঠাণ্ডা হইলে সংকুচিত হইয়া আংটার মধ্য দিয়া যাইবে।

(2) **দ্বিধাতব পাত (Bimetallic Strips) : বিভিন্ন কঠিন পদার্থের প্রসারণ বিভিন্ন :** বিভিন্ন কঠিন পদার্থ তাপ প্রয়োগে বিভিন্ন পরিমাণে বাড়িবে। একটি লোহা ও একটি তামার সমান আকারের পাত পাশাপাশি একসঙ্গে রিভেট (rivet) দিয়া আঁটা (12.2 চিত্র)। এখন যদি উহাকে গরম করা যায় তবে ধনুকের মত বাঁকিয়া যাইবে—লোহা ভিতরের দিকে আর তামা বাহিরের দিকে থাকিবে। বাঁকা অবস্থায় তামার দৈর্ঘ্য লোহার চেয়ে বেশী। আবার ইহাদের যদি কিছুক্ষণ বরফে ঠাণ্ডা করা যায় তবে



চিত্র 12.2

উল্টাভাবে বাঁকিয়া যাইবে। এইবার তামা ভিতরের দিকে আর লোহা বাহিরের দিকে থাকিবে। তামা লোহার চেয়ে বেশী সংকুচিত হয়। হাত দিয়া বলপ্রয়োগ করিয়া এইরূপ বাঁকানো যায়। সুতরাং প্রসারণে ও সংকোচনে বলের উদ্ভব হয়।

এই রকমভাবে বিভিন্ন পদার্থের পাত লইয়া দেখানো যাইতে পারে বিভিন্ন পদার্থের প্রসারণ বিভিন্ন।

এই সকল পরীক্ষা হইতে দেখা যাইতেছে যে, (1) তাপ প্রয়োগে কঠিন পদার্থ দৈর্ঘ্যে, ক্ষেত্রফলে ও আয়তনে প্রসারিত হয়। (2) বিভিন্ন পদার্থের প্রসারণ বিভিন্ন। (3) প্রসারণে ও সংকোচনে বলের উদ্ভব হয়।

12.2. **দৈর্ঘ্য-প্রসারাঙ্ক (Coefficient of Linear Expansion):** তাপ প্রয়োগে কঠিন পদার্থের যে দৈর্ঘ্য বাড়ে তাহা নির্ভর করে তিনটি বিষয়ের উপর : (1) পদার্থের প্রাথমিক দৈর্ঘ্য (2) উষ্ণতার পার্থক্য (3) পদার্থের উপাদান। দৈর্ঘ্যের প্রসারণ প্রাথমিক দৈর্ঘ্যের এবং উষ্ণতার পার্থক্যের সমানুপাতিক হয়।

0°C উষ্ণতায় প্রতি সেন্টিগ্রেড ডিগ্রি উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য প্রতি একক দৈর্ঘ্যের যে প্রসারণ হয় তাহাকে দৈর্ঘ্য-প্রসারাঙ্ক বলে।

মনে করি, 0°C উষ্ণতায় কোন দণ্ডের দৈর্ঘ্য l_o ইহাকে t°C উষ্ণতা পর্যন্ত গরম করায় দৈর্ঘ্য হয় $=l_t$.

তাহা হইলে উষ্ণতা বৃদ্ধি $=t°C-0°C=t°C$.

সুতরাং t°C উষ্ণতাবৃদ্ধির জন্য l_o দণ্ডের দৈর্ঘ্যের প্রসারণ $=l_t-l_o$.

,, ,, ,, একক দৈর্ঘ্যের প্রসারণ $=\dfrac{l_t-l_o}{l_o}$

1°C ,, ,, ,, ,, ,, $=\dfrac{l_t-l_o}{l_o\times t}$

সুতরাং দৈর্ঘ্য-প্রসারাঙ্ক $\alpha=\dfrac{l_t-l_o}{l_o\times t}$ /°C ... ... (12.1)

$$=\frac{\text{দৈর্ঘ্যের প্রসারণ}}{\text{0°C উষ্ণতায় দৈর্ঘ্য}\times\text{উষ্ণতা-বৃদ্ধি}}$$

$$\therefore\ l_t=l_o(1+\alpha t)\ \cdots\ \cdots\ (12.2)$$

যদি t_1°C উষ্ণতায় কোন দণ্ডের দৈর্ঘ্য হয় l_1 এবং t_2°C উষ্ণতায় দৈর্ঘ্য হয় l_2 এবং $t_2°C>t_1°C$, তবে,

$$l_1 = l_0(1+\alpha t_1) \cdots \quad \cdots \quad (12.3)$$

$$l_2 = l_0(1+\alpha t_2) \cdots \quad \cdots \quad (12.4)$$

$$\therefore \quad \frac{l_2}{l_1} = \frac{1+\alpha t_2}{1+\alpha t_1} = (1+\alpha t_2)(1+\alpha t_1)^{-1}$$

$$-(1+\alpha t_2)(1-\alpha t_1) \simeq [1+\alpha(t_2-t_1)]$$

[α-এর মান ক্ষুদ্র বলিয়া বাকী সংখ্যাগুলি উপেক্ষা করা হইল].

$$\therefore \quad l_2 = l_1[1+\alpha(t_2-t_1)] \cdots \quad \cdots \quad (12.5)$$

$$\text{এবং} \quad \alpha = \frac{l_2-l_1}{l_1(t_2-t_1)}/^\circ\text{C} \quad \cdots \quad \cdots \quad (12.6)$$

দৈর্ঘ্য-প্রসারাঙ্কের একক : উপরের (12.6) সমীকরণে, l_1 ও l_2 দৈর্ঘ্যকে cm., inch প্রভৃতি যে কোন এককেই ধরা যাউক না কেন, $\frac{l_2-l_1}{l_1}$ একটি সংখ্যা মাত্র। সুতরাং α-র মান উষ্ণতার স্কেলের উপর নির্ভর করে।

মনে করি, কোন দণ্ডের দৈর্ঘ্য বরফের গলনাঙ্কে l_0 (অর্থাৎ 0°C উষ্ণতায়) এবং জলের স্ফুটনাঙ্কে (100°C) উহা l। তাহা হইলে সেন্টিগ্রেড স্কেলে উষ্ণতার পার্থক্য = 100। ইহাই ফারেনহিট স্কেলে = 180।

সুতরাং সেন্টিগ্রেড স্কেলে দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক $\alpha_c = \frac{l-l_0}{100 \times l_0}/^\circ\text{C}$ এবং ফারেনহিট স্কেলে দৈর্ঘ্য-প্রসারাঙ্ক $\alpha_f = \frac{l-l_0}{180 \times l_0}/^\circ\text{F}$.

$$\text{সুতরাং} \frac{l-l_0}{l_0} = 100\, l_0\, \alpha_c = 180\, l_0 \alpha_f.$$

$$\text{বা,} \quad \alpha_c = \tfrac{9}{5}\alpha_f \quad \cdots \quad \cdots \quad (12.7)$$

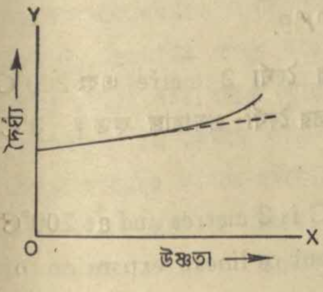
সুতরাং দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্কের মান লিখিতে গেলে উষ্ণতার স্কেলের উল্লেখ করিতে হইবে।

"লোহার দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক 0·000012/°C" বলিলে বুঝা যায় যে 0°C উষ্ণতায় 1 cm. বা 1 metre বা 1 foot লম্বা লোহার দণ্ড 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধিতে 0·000012 cm. বা metre বা foot বাড়িবে এবং লৌহ দণ্ডটির দৈর্ঘ্য হয় (1+0·000012) cm. বা metre বা foot।

ফারেনহিট স্কেলে লোহার দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক হইবে

$$\alpha_f = \frac{5}{9} \times 0{\cdot}000012/^\circ F = 0{\cdot}0000066/^\circ F.$$

ঠিকভাবে বলিতে গেলে দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক α সব উষ্ণতায় এক মানে থাকে না। প্রকৃত দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক যাহা 0°C হইতে 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য হয় তাহা অন্য কোন উষ্ণতায় t_1°C হইতে 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধির হইতে খুব সামান্য পার্থক্য দেখাইবে। (12.3) চিত্রে বিভিন্ন উষ্ণতায় একটি দণ্ডের দৈর্ঘ্যের মাপ দেখান হইয়াছে। যত উষ্ণতা বাড়ে তত বেশী উহা উপরের দিকে বাঁকিয়া যায় এবং দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্কের মান ক্রমশ বাড়ে।



চিত্র 12.3

যদি α-এর মান সব উষ্ণতায় সমান থাকিত তবে উহা সরলরেখা হইত।

কয়েকটি কঠিন পদার্থের দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক (প্রতি 1°C):

পদার্থ	দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক	পদার্থ	দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক
তামা	$16{\cdot}7 \times 10^{-6}$	প্লাটিনাম	$8{\cdot}9 \times 10^{-6}$
রূপা	$18{\cdot}8 \times 10^{-6}$	কাচ (পাইরেক্স)	$3{\cdot}0 \times 10^{-6}$
লোহা	$11{\cdot}6 \times 10^{-6}$	ইনভার (Invar)	$0{\cdot}9 \times 10^{-6}$
জিঙ্ক	$29{\cdot}8 \times 10^{-6}$	অ্যালুমিনিয়াম	$25{\cdot}5 \times 10^{-6}$
পিতল	$18{\cdot}9 \times 10^{-6}$	কাচ	$8{\cdot}8 \times 10^{-6}$

উদাহরণ :

(1) 10°C ও 200°C উষ্ণতায় একটি তামার তারের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 1 metre এবং 100·323 cms. হয়। তামার দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক ফারেনহিট স্কেলে কত?

A copper wire is 1 metre long at 10°C. Its length becomes 100·323 cms. at 200°C. What is the coefficient of linear expansion of copper in Farenheit scale?

আমরা জানি, দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক $\alpha = \dfrac{l_2 - l_1}{l_1 \times (t_2 - t_1)} \Big/ ^\circ C$

এখানে, $l_2 = 100{\cdot}323$ cms. ; $l_1 = 100$ cms, $t_1 = 10^\circ$C, $t_2 = 200^\circ$C.

$$\therefore\ \alpha = \frac{100{\cdot}323 - 100{\cdot}000}{100 \times (200 - 10)} = \frac{0{\cdot}323}{100 \times 90} \Big/ {}^\circ\text{C.} = 17 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$$

আবার আমরা জানি, ফারেনহিট স্কেলে দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক—

$$\alpha_f = \tfrac{5}{9} \times 17 \times 10^{-6}/^\circ\text{F} = 9{\cdot}4 \times 10^{-6}/^\circ\text{F}.$$

(2) 100°C উষ্ণতায় একটি পিতলের দণ্ডের দৈর্ঘ্য 2 metres এবং 200°C উষ্ণতায় উহার দৈর্ঘ্য হয় 200·359 cms.। পিতলের দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক কত ? 0°C উষ্ণতায় দণ্ডটির দৈর্ঘ্য কত হইবে ?

The length of a brass rod at 100°C is 2 metres and at 200°C it is 200·359 cms. What is the coefficient of linear expansion of brass and its length at 0°C ?

মনে করি, 0°C উষ্ণতায় পিতলের দণ্ডের দৈর্ঘ্য $= l_0$ এবং পিতলের দৈর্ঘ্য-প্রসারাঙ্ক $= \alpha$.

তাহা হইলে,

$200{\cdot}359 = l_0\,(1 + 200\alpha)$ এবং $200{\cdot}0 = l_0\,(1 + 100\alpha)$

$$\therefore\ \frac{200{\cdot}359}{200{\cdot}0} = \frac{1 + 200\alpha}{1 + 100\alpha}$$

বা, $200{\cdot}359 + 200{\cdot}359 \times 100\alpha = 200{\cdot}0 + 200 \times 200\alpha.$

বা, $19964{\cdot}1\alpha = 0{\cdot}359.$

বা, $\alpha = \dfrac{0{\cdot}359}{19964{\cdot}1} = 18 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$

α-এর এই মান বসাইয়া উপরের দুইটি সমীকরণের যে কোন একটি হইতে, আমরা পাই,

$$200{\cdot}0 = l_0\,(1 + 100 \times 18 \times 10^{-6})$$

$$\therefore\ l_0 = \frac{200{\cdot}0}{1 + 18 \times 10^{-4}} = 199{\cdot}64 \text{ cms.}$$

12.3 দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক নির্ণয় : (Determination of co-efficient of linear expansion)

Pullinger এর যন্ত্র : (12.4) চিত্রে যন্ত্রের ছবি দেখান হইয়াছে। একটি কাঠের ফ্রেমে F খাড়াভাবে ধাতব নল J রাখা থাকে। নলের দুইদিক কর্ক দিয়া বন্ধ করা এবং নলটিতে চারিটি ছিদ্র আছে। একেবারে উপরের ছিদ্র S_1 দিয়া স্টীম প্রবেশ করে এবং নীচের ছিদ্র S_2 দিয়া তাহা বাহির হইয়া যায়। আর দুইটি থার্মমিটার T_1 ও T_2 মাঝখানের ছিদ্র দুইটিতে লাগান থাকে। যে পদার্থের দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক বাহির করিতে হইবে সেই পদার্থের প্রায় এক মিটার লম্বা একটি দণ্ড R উপরের কর্কের মধ্যদিয়া খাড়াভাবে দাঁড় করান থাকে। দণ্ডটির নীচের প্রান্ত কাচের পাত Gতে আটকানো থাকে যাহাতে দণ্ডটি নীচের দিকে না বাড়িতে পারে, ইহা উপরের দিকে একমাত্র বাড়িতে পারে। ফ্রেমের মাথায় আর একটি কাচের পাত G_1 থাকে, ইহার মাঝখানে একটি ছিদ্র আছে। একটি M স্ফেরোমিটারের তিনটি পা G_1 কাচপাতের উপর বসানো হয় এবং ইহার মধ্যের পা কাচপাতের ছিদ্রের মাঝখান দিয়া R দণ্ড স্পর্শ করান হয়। তাপ পরিবাহিত হইয়া ধাতব নল J যাহাতে দ্রুত ঠাণ্ডা না হইয়া যায়, সেইজন্য নলটির গায়ে তাপরোধী কোন পদার্থের আবরণ দেওয়া হয়।



চিত্র 12.4

প্রথমে R দণ্ডের দৈর্ঘ্য মাপিয়া লইলাম (l_1) এবং উহাকে ধাতব নলের মাঝখানে ঠিক করিয়া বসাইয়া স্ফেরোমিটারের মধ্যের পা-কে দণ্ডের উপর প্রান্তকে স্পর্শ করান হইল। স্ফেরোমিটারের স্কেলের পাঠ লওয়া হইল। থার্মমিটার দিয়া প্রাথমিক উষ্ণতা (t_1°C) দেখিয়া লইলাম। এইবার স্ফেরোমিটারের মধ্যের পা ঘুরাইয়া বেশ খানিকটা তুলিয়া রাখা হইল যাহাতে R দণ্ডটি তাপে প্রসারিত হইতে পারে। এখন S_1 নল দিয়া স্টীম চালনা করা হইল, S_2 নল দিয়া উহা বাহির হইয়া যায় T_1 ও T_2 থার্মমিটারে উষ্ণতাবৃদ্ধি দেখাইতে থাকিবে এবং কিছুক্ষণ পরে উষ্ণতা স্থির হইয়া যাইবে। T_1 ও T_2 থার্মমিটার হইতে গড় উষ্ণতা (t_2°C) মাপিলাম। এইবার স্ফেরোমিটারের মধ্যের পা আবার দণ্ডের প্রান্তের সঙ্গে স্পর্শ করান হইল এবং স্কেলের পাঠ লইলাম। স্ফেরোমিটারের এই পাঠ হইতে পূর্বের পাঠ বাদ দিয়া দণ্ডটি দৈর্ঘ্যে কতখানি বাড়িয়াছে তাহা বাহির করিলাম ($l_2 - l_1$)।

তাহা হইলে এই পরীক্ষা হইতে পাইলাম,

দণ্ডটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি $= l_2 - l_1$; উষ্ণতা বৃদ্ধি $= (t_2 - t_1)^\circ C$

এবং প্রাথমিক দৈর্ঘ্য $= l_1$। সুতরাং দণ্ডটির দৈর্ঘ্য-প্রসারাঙ্ক $\alpha_0 = \dfrac{l_2 - l_1}{l_1(t_2 - t_1)} / ^\circ C$

উষ্ণতা বৃদ্ধিতে কঠিনের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি খুব কম। সুতরাং স্ফেরোমিটারের পাঠ খুব ভালোভাবে লওয়া দরকার। তাহা না হইলে দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্কের মানের ভুল হইবে।

12.4 ক্ষেত্রফল প্রসারাঙ্ক (Coefficient of superficial or surface expansion) : $0^\circ C$ উষ্ণতায় প্রতি একক ক্ষেত্রফলে প্রতি $1^\circ C$ উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য যে ক্ষেত্রফলের প্রসারণ হয় তাহাকে ক্ষেত্রফল প্রসারাঙ্ক বলে।

মনে করি, $0^\circ C$ উষ্ণতায় কোন কঠিন পদার্থের ক্ষেত্রফল S_0 এবং $t^\circ C$ উষ্ণতায় উহা S_1 হয়।

তাহা হইলে, $t^\circ C$ উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য S_0 ক্ষেত্রফলের প্রসারণ $= S_1 - S_0$

$t^\circ C$,, ,, ,, একক ,, ,, $= \dfrac{S_1 - S_0}{S_0}$

$1^\circ C$,, ,, ,, ,, ,, ,, $= \dfrac{S_1 - S_0}{S_0 \times t}$

$$\therefore \text{ ক্ষেত্রফল প্রসারাঙ্ক } \beta = \frac{S_1 - S_0}{S_0 \times t} / ^\circ C \cdots\cdots (12.8)$$

$$= \frac{\text{ক্ষেত্রফলের বৃদ্ধি}}{0^\circ C \text{ উষ্ণতায় প্রাথমিক ক্ষেত্রফল} \times \text{উষ্ণতা বৃদ্ধি}} / ^\circ C$$

(12.8) নং সমীকরণ হইতে পাই,

$$S_1 = S_0(1 + \beta t \qquad \cdots \cdots \ldots (12.9)$$

দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্কের ন্যায়, যদি $t_1^\circ C$ উষ্ণতায় কোন ক্ষেত্রফলের মান S_1 হয় এবং $t_2^\circ C$ উষ্ণতায় উহা S_2 হয়, তবে ক্ষেত্রফল প্রসারাঙ্ক লেখা যায়,

$$\beta = \frac{S_2 - S_1}{S_1(t_2 - t_1)} / ^\circ C \cdots \cdots \cdots (12.10)$$

বা, $S_2 = S_1[1 + \beta(t_2 - t_1)] \qquad \cdots \cdots (12.11)$

ক্ষেত্রফল প্রসারাঙ্ক দুইটি ক্ষেত্রফলের অনুপাত হওয়ায় উহা ক্ষেত্রফলের এককের উপর নির্ভর করে না—কিন্তু উষ্ণতার এককের উপর নির্ভর করে। দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্কের ন্যায় এই ক্ষেত্রেও দেখানো যায়, সেন্টিগ্রেড স্কেলে ও ফারেনহিট স্কেলে দুই-ক্ষেত্রফল প্রসারাঙ্কের সম্পর্ক :

$$\beta_c = \frac{9}{5}\beta_f \quad \ldots \quad \ldots \quad (12.12)$$

"লোহার ক্ষেত্রফল প্রসারাঙ্ক 0 000024/°C" বলিলে বুঝায় যে, 1 sq. cm বা 1 sq. metre বা 1 sq. foot লোহার পাত 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য 0·000024 sq. cm বা sq. metre বা sq. foot ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পাইবে।

12.5. আয়তন প্রসারাঙ্ক (Coefficient of cubical Expansion) : 0°C উষ্ণতায় প্রতি একক আয়তনের 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য পদার্থের যে আয়তন প্রসারণ হয় তাহাকে ঐ পদার্থের আয়তন প্রসারাঙ্ক বলে।

মনে করি, 0°C উষ্ণতায় কোন কঠিনের আয়তন V_0 এবং t°C উষ্ণতায় উহা V হয়। তাহা হইলে,

t°C উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য V_0 আয়তনের প্রসারণ হয় $= V - V_0$

t°C „ „ „ একক „ „ „ $= \dfrac{V - V_0}{V_0}$

1°C „ „ „ „ „ „ „ $= \dfrac{V - V_0}{V_0 \times t}$

$$\text{সুতরাং আয়তন প্রসারাঙ্ক } \gamma = \frac{V - V_0}{V_0 \times t} \Big/ {}^\circ\text{C} \quad \ldots \ldots \ldots \; (12{\cdot}13)$$

$$= \frac{\text{আয়তন প্রসারণ}}{0^\circ\text{C উষ্ণতায় আয়তন} \times \text{উষ্ণতা বৃদ্ধি}} \Big/ {}^\circ\text{C}$$

(12.13) নং সমীকরণ হইতে পাই,

$$V = V_0(1 + \gamma t) \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots (12.14)$$

পূর্বের ন্যায়, যদি t_1°C উষ্ণতায় কোন কঠিন পদার্থের আয়তন হয় V_1 এবং t_2°C উষ্ণতায় উহা V_2 হয়, তবে আয়তন প্রসারাঙ্কের মান লিখিতে পারা যায়,

$$\gamma = \frac{V_2 - V_1}{V_1(t_2 - t_1)} \Big/ {}^\circ\text{C} \cdots \quad \ldots \quad (2.15)$$

বা, $V_2 = V_1 [1+\gamma(t_2 - t_1)]/^\circ C$ ... (2.16)

আয়তন প্রসারাঙ্কও দুইটি আয়তনের অনুপাত হওয়ায় আয়তনের এককের উপর নির্ভর করে না। কিন্তু উষ্ণতার এককের উপর নির্ভর করে। সেন্টিগ্রেড স্কেলে ও ফারেনহিট স্কেলে দুই আয়তন প্রসারাঙ্কের সম্পর্ক—

$$\gamma_c = \frac{9}{5}\gamma_f \quad \cdots \quad \cdots \quad (2.17)$$

"লোহার আয়তন প্রসারাঙ্ক 0·000036/°C" বলিলে বুঝায় যে, 1 cubic cm. বা 1 cubic metre বা 1 cubic foot লোহার বস্তু 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধিতে যথাক্রমে 0·000036 cubic cm. বা cubic metre বা cubic foot আয়তনে বৃদ্ধি পায়।

12. 6. তিন প্রসারাঙ্কের সম্পর্ক (Relation between the three coefficients of expansion):

(1 α ও β এর সম্পর্ক : মনে করি, t_1°C উষ্ণতায় একটি বর্গাকার পাতের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য $= l_1$ এবং ক্ষেত্রফল $s_1 = l_1^2$। উহাকে t_2°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত করিলে, প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাইবে এবং যদি দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক α হয় তবে নূতন দৈর্ঘ্য হইবে,

$$l_2 = l_1 [1+\alpha(t_2 - t_1)]$$

এবং ক্ষেত্রফল হইবে $s_2 = l_2^2 = l_1^2 [1+\alpha(t_2 - t_1)]^2$

$$\simeq l_1^2 [1+2\alpha(t_2 - t_1)] \quad \cdots \quad (12.18)$$

[α-এর মান খুব ক্ষুদ্র বলিয়া বাকী সংখ্যাগুলি উপেক্ষা করা হইল]

কিন্তু $s_2 = s_1 [1+\beta(t_2 - t_1)] = l_1^2[1+\beta(t_2 - t_1)]$ ... ... (12.19)

(12.18) ও (12.19) নং সমীকরণ দুইটি সমান।

সুতরাং $s_2 = l_1^2[1+2\alpha(t_2 - t_1)] = l_1^2[1+\beta(t_2 - t_1)]$

বা, $2\alpha = \beta$ ... ... (12 20)

অর্থাৎ 2 × দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক = ক্ষেত্রফল প্রসারাঙ্ক

(2) α ও γ এর সম্পর্ক : মনে করি, কোন ঘনকের t_1°C উষ্ণতায় প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য $= l_1$ ও আয়তন $V_1 = l_1^3$. উহাকে t_2°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত করিলে নূতন দৈর্ঘ্য হয় l_2 এবং নূতন আয়তন $V_2 = l_2^3$.

তাহা হইলে, $l_2 = l_1 [1+\alpha(t_2 - t_1)]$

$$\therefore \quad V_2 = l_2^3 = l_1^3[1+\alpha(t_2-t_1)]^3$$
$$= l_1^3\,[1+3\alpha(t_2-t_1)] \quad \ldots \quad \ldots \quad (12.21)$$

[α-এর মান খুব ক্ষুদ্র বলিয়া বাকী সংখ্যাগুলি উপেক্ষা করা হইল।]

কিন্তু $V_2 = V_1\,[1+\gamma(t_2-t_1)] = l_1^3\,[1+\gamma(t_2-t_1)]$ ... ... (12.22)

(12.21) ও (12.22) নং সমীকরণ দুইটি সমান।

সুতরাং, $V_2 = l_1^3[1+\gamma(t_2-t_1)] = l_1^3[1+3\alpha(t_2-t_1)]$

$$\therefore \quad \gamma = 3\alpha \quad \ldots \quad \ldots \quad (12.23)$$

অর্থাৎ আয়তন প্রসারাঙ্ক = 3 × দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক

(12.20) ও (12.23) সমীকরণ দুইটি হইতে কোন পদার্থের α এর মান জানা থাকিলে ঐ পদার্থের β ও γ বাহির করা যায়।

সুতরাং $\alpha = \dfrac{\beta}{2} = \dfrac{\gamma}{3}$ ... ... (12.24)

একই উষ্ণতায় বৃদ্ধির জন্য একই আয়তনের একটি নিরেট ও একটি ফাঁপা বলের আয়তনের একই পরিমাণ বৃদ্ধি পাইবে।

12.7. ঘনাঙ্ক ও আয়তন প্রসারাঙ্কের সম্পর্ক (Relation between density and coefficient of cubical expansion) : কোন পদার্থের একক আয়তনে যে পরিমাণ ভর থাকে তাহাকে ঐ পদার্থের ঘনাঙ্ক (density) বলে। অর্থাৎ ঘনাঙ্ক = $\dfrac{\text{ভর}}{\text{আয়তন}}$। তাপ প্রয়োগে পদার্থের ভরের পরিবর্তন হয় না, কিন্তু আয়তনের পরিবর্তন হয়। সুতরাং তাপ প্রয়োগে ঘনাঙ্কের পরিবর্তন হয়।

মনে করি, M ভরের কোন পদার্থের t_1°C উষ্ণতায় আয়তন ও ঘনাঙ্ক যথাক্রমে V_1 ও ρ_1 এবং t_2°C উষ্ণতায় উহাদের মান যথাক্রমে V_2 ও ρ_2।

যেহেতু, ভর = ঘনাঙ্ক × আয়তন

সুতরাং $M = \rho_1 V_1 = \rho_2 V_2$

কিন্তু $V_2 = V_1[1+\gamma(t_2-t_1)]$

তাহা হইলে, $M = \rho_1 V_1 = \rho_2 V_1[1+\gamma(t_2-t_1)]$

বা, $\rho_2 = \dfrac{\rho_1}{[1+\gamma(t_2-t_1)]}$ ... ... (12.25)

$$= \rho_1[1+\gamma(t_2-t_1)]^{-1} \simeq \rho_1[1-\gamma(t_2-t_1)] \cdots \cdots (12.26)$$

[কঠিন পদার্থের γ-এর মান খুব ক্ষুদ্র বলিয়া বাকী সংখ্যাগুলি উপেক্ষা করা হইল].

এই সমীকরণ হইতে দেখা যাইতেছে যে উষ্ণতা বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে ঘনাঙ্ক কমিয়া যায়। ইহা ছাড়া, দুইটি উষ্ণতায় কোন পদার্থের ঘনাঙ্কের মান জানা থাকিলে ঐ পদার্থের আয়তন প্রসারাঙ্ক বাহির করা যায়।

উদাহরণঃ (1) 15°C উষ্ণতায় একটি ফাঁপা তামার ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য 5 cms.। উহার উষ্ণতার পরিবর্তন হইয়া 68°F পৌঁছায়। ঘনকটির আয়তনের পরিবর্তন কত? তামার দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক $=17\times10^{-6}/^{\circ}C$.

The length of the side of a hollow cube is 5 cms. at 15°C. Find the change in volume of the cube if the temperature is raised to 68°F. Coefficient of linear expansion of copper $=17\times10^{-6}/^{\circ}C$.

[এখানে উষ্ণতা সেন্টিগ্রেড ও ফারেনহিট এই দুই স্কেলেই লেখা হইয়াছে। উহাদের একই স্কেলে আনিতে হইবে। সেন্টিগ্রেড স্কেলে আনিলে সুবিধা আছে। তাহা না হইলে দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্কও ফারেনহিট স্কেলে প্রকাশ করিতে হইবে।]

আমরা জানি,

$$\frac{C}{5}=\frac{F-32}{9}=\frac{68-32}{9}=\frac{36}{9}=4 \quad \therefore \quad C=20^{\circ}C.$$

তামার আয়তন প্রসারাঙ্ক $=3\times$ দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক

$$=3\times17\times10^{-6}/^{\circ}C=51\times10^{-6}/^{\circ}C.$$

15°C উষ্ণতায় ঘনকের আয়তন $=5\text{cm.}\times5\text{cms.}\times5\text{cms.}=125$ cu. cms.

আমরা জানি, $\gamma=\dfrac{V_2-V_1}{V_1\times t}$

$$\therefore \quad 51\times10^{-6}=\frac{V_2-V_1}{125\times(20-15)}=\frac{V_2-V_1}{125\times5}$$

$$\therefore \quad V_2-V_1=51\times125\times5\times10^{-6}\text{ cu. cms.}=31875\times10^{-6}\text{ c.c.}$$

সুতরাং ঘনকটির আয়তনের পরিবর্তন $=31875\times10^{-6}$ c.c.

(3) একটি পারদ থার্মমিটার বাল্‌বের আয়তন 0°C উষ্ণতায় V_0 এবং নলের প্রস্থচ্ছেদ 0·01 Sq cm. যদি 0°C উষ্ণতায় শুধুমাত্র বাল্‌বটি পারদে পূর্ণ হয়, তবে 100°C উষ্ণতায় নলে পারদের দৈর্ঘ্য কত হইবে বাহির কর। কাচের দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক $\alpha_g/^{\circ}C$ এবং পারদের আয়তন প্রসারাঙ্ক $\gamma_m/^{\circ}C$.

The volume of the bulb of a mercury thermometer at 0°C is V_0 and the cross-section of the capillary is 0·01 sq. cm. The

mercury just fills the bulb at 0°C, Find the length of the mercury in capillary tube at a temperature of 100°C, if the linear coefficient of glass is $\alpha_g/°C$ and the coefficient of cubical expansion of mercury is $\gamma_m/°C$.

উঃ কাচের আয়তন প্রসারাঙ্ক $\gamma_g = 3 \times$ দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক $= 3\alpha_g^0$.

সুতরাং 100°C উষ্ণতায় বাল্‌বের আয়তন $V = V_0 (1 + 3 \times 100\, \alpha_g)$

এবং 100°C উষ্ণতায় পারদের আয়তন $V_m = V_0 (1 + \gamma_m \times 100)$

সুতরাং সরু কাচ নলে পারদের আয়তন

$$= V_0 (1 + 100\gamma_m) - V_0 (1 + 300\alpha_g)$$

$$= V_0 100 (\gamma_m - 3\alpha_g)$$

উষ্ণতাবৃদ্ধিতে কাচনলের প্রস্থচ্ছেদের বৃদ্ধি পায় এবং

100°C উষ্ণতায় কাচনলের প্রস্থচ্ছেদ $A = A_0 (1 + 2\alpha_g t)$

$$= 0.01 \times (1 + 2 \times 100\alpha_g)$$

আয়তনে প্রসারিত পারদ কাচনলের l দৈর্ঘ্য পর্য্যন্ত উঠে। তাহা হইলে কাচনলের আয়তন $= l \times A = l \times 0.01 (1 + 2 \times 100\alpha_g)$

এবং ইহা পারদের প্রসারিত আয়তনের সমান।

$$\therefore \quad l \times 0.01 (1 + 2 \times 100\alpha_g) = 100 V_0 (\gamma_m - 3\alpha_g)$$

$$\therefore \quad l = \frac{100 V_0 (\gamma_m - 3\alpha_g).}{0.01 \times (1 + 2 \times 100\alpha_g)}$$

12.8 কঠিন পদার্থের প্রসারণ ও সংকোচনের ব্যবহারিক প্রয়োগ (Practical application of expansion and contraction of solids) :

কঠিন পদার্থের প্রসারণ ও সংকোচন আমাদের দৈনন্দিন জীবনের কাজকে নানাভাবে প্রভাবিত করিয়াছে। কোন কোন ক্ষেত্রে সুবিধা করিয়াছে, আবার কোন কোন ক্ষেত্রে অসুবিধার সৃষ্টি হইয়াছে। বিশেষ করিয়া কারিগরি বিদ্যায় কঠিন পদার্থের প্রসারণ ও সংকোচনের বিভিন্ন প্রয়োগ হইয়াছে।

(1) অনেক গাড়ীর চাকায় লোহার টায়ার (tyre) পরান থাকে। সাধারণ অবস্থায় ইহা চাকায় পরান যায় না। কারণ, চাকার ব্যাস টায়ারের ব্যাসের চেয়ে সামান্য পরিমাণে বেশী থাকে। টায়ারটাকে ভাল করিয়া আগুনে উত্তপ্ত করিলে উহা প্রসারিত হয় এবং ব্যাস বাড়িয়া যায়। এই অবস্থায় টায়ারটিকে চাকায় সহজে লাগান যায়। লোহার টায়ারটি ঠাণ্ডা হইলে ব্যাস কমিয়া যায় এবং উহা চাকার উপর খুব জোরে আঁটিয়া বসে।

(2) বোতলের মুখে কাচের ছিপি কখনও খুব আঁটিয়া যায়। এইক্ষেত্রে বোতলের মুখটা গরম করিলে মুখের ব্যাস বাড়িয়া যায় এবং ছিপি সহজেই খুলিয়া যায়।

(3) দুইটি প্লেট জুড়িতে, একটি অপরটির উপর রাখিয়া ছিদ্র করা হয় এবং উত্তপ্ত রিভেট ছিদ্রের মধ্য দিয়া ঢুকাইয়া পিটাইয়া পাতের সঙ্গে মিশাইয়া দেওয়া হয়। রিভেট ঠাণ্ডা হইয়া শক্ত করিয়া প্লেট দুইটিকে খুব জোরে আটকাইয়া ধরে।

(4) দ্বিধাতব পাত (Bimetallic strip) অগ্নিসংকেতে ব্যবহার করা হয়। আগুন লাগিলে গরম হইয়া দ্বিধাতব পাত বাঁকিয়া তড়িৎবর্তনী সম্পূর্ণ করে এবং সংকেত ঘণ্টা বাজিয়া উঠে।

(5) রেললাইন তৈয়ারী করিবার সময় পরপর দুই রেলের মধ্যে একটু ফাঁক রাখা হয়। গরমের সময় ও চাকার ঘর্ষণে রেলগুলির যে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায় তাহা ঐ ফাঁকের মধ্যে প্রসারণ হয়। রেলগুলি মুখে মুখে লাগাইয়া রাখিলে এই দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির জন্য বাঁকিয়া যাইবে। লোহার দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্কের উপর এই ফাঁকের মাপ নির্ভর করে। রেলের দুই পাশে একটি করিয়া লোহার পাত (Fish plate) ডিম্বাকৃতি গর্তে বোল্টের সাহায্যে লাগান থাকে। ইহার ফলে প্রসারণ ও সংকোচন লাইন বরাবর বাড়িতে বা কমিতে পারে।

বিদ্যুৎপ্রবাহ অবিচ্ছিন্ন রাখার জন্য ট্রাম লাইনে কোন ফাঁক রাখা হয় না। লাইনগুলি মাটির ভিতরে পাথরের মধ্যে থাকে এবং ঘর্ষণে তাপ কম উৎপন্ন হয়। ইহাতে উষ্ণতার পার্থক্য খুবই কম হয় এবং লাইন বাঁকিয়া যাইতে পারে না।

(6) লোহার সেতু তৈয়ারী করিবার সময়ে সেতুর একপ্রান্ত কংক্রীটের গাথুনী দিয়া আটকানো থাকে এবং অপর প্রান্ত একটি চাকার উপর রাখা হয়। লোহা তাপে প্রসারিত হইলে ঐ চাকার দিকে প্রসারিত হয়।

(7) প্লাটিনাম তারের দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক কাচের প্রসারাঙ্কের সমান এবং এই কারণে ইহাদের সীল করিয়া আটকানো যায়। কিন্তু প্রসারাঙ্কের অসমতার ফলে কোন সস্তার ধাতব তারকে কাচের সঙ্গে সীল করা যায় না এবং কাচ ফাটিয়া যায়।

(8) মোটা কাচের গ্লাসে গরম জল ঢালিলে গ্লাসটি ফাটিয়া যায়। কাচ তাপের ভাল পরিবাহী নয়। ফলে গরম জল ঢালিলে উহার ভিতরের দিক তাপ পাইয়া বাড়িয়া যায়, কিন্তু বাহিরের দিক সেই তাপ পায় না এবং খুব কম প্রসারিত হয়। এই অসম প্রসারণের ফলে বলের সৃষ্টি হয় এবং গ্লাসটি ফাটিয়া যায়। এক ধরণের

বিশেষ কাচের (Pyrex glass) প্রসারাঙ্ক খুব কম বলিয়া ফাটে না। কারণ দুই দিকের প্রসারণ খুবই কম।

(৭) ধাতব স্কেলের দুই দাগের মধ্যের দৈর্ঘ্যের মাপ গ্রীষ্মকালে গরমে বাড়ে এবং শীতকালে ঠাণ্ডায় কমিয়া যায়। সুতরাং এই স্কেলে মাপিলে ভুল মাপ পাওয়া যাইবে। যে উষ্ণতায় স্কেলের দাগ কাটা হইয়াছে, একমাত্র সেই উষ্ণতায় উহার মাপ ঠিক হইবে।

12.9. প্রতিবিহিত দোলক (Compensated pendulum) : সাধারণ দোলকের দোলনকাল (Time period) T, দোলকের দৈর্ঘ্য l-এর উপর নির্ভর করে এবং উহা নিম্নের সূত্রে প্রকাশ করা হয়,

$$T = 2\pi\sqrt{l/g}$$

g = অভিকর্ষজাত ত্বরণ (Acceleration due to gravity)।

ঘড়ির দোলকটি ধাতুর তৈয়ারী এবং ফলে বৎসরের বিভিন্ন সময়ে উষ্ণতার পার্থক্যের জন্য দৈর্ঘ্যের হ্রাস বৃদ্ধি ঘটে। গরমের সময়ে দোলকের দৈর্ঘ্য l বৃদ্ধি পায় এবং ফলে দোলনকাল T বাড়িয়া যায়। ইহাতে ঘড়ি ধীরে চলে (Slow)। আবার ঠাণ্ডায় বা শীতকালে দৈর্ঘ্য কমে এবং দোলনকাল কমে। ফলে ঘড়ি দ্রুত চলে (Fast)। সেইজন্য বৎসরের সবসময়ে যাহাতে দোলনকাল অপরিবর্তিত থাকে অর্থাৎ দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য l [বিলম্ব বিন্দু (point of suspension) হইতে দোলকের পিণ্ডের ভারকেন্দ্রের (centre of gravity) দূরত্বকে কার্যকরী দৈর্ঘ্য (effective length) বলে।] সমান থাকে দোলকে তাহার ব্যবস্থা করা হয়। এই রকম দোলককে প্রতিবিহিত দোলক বলে। ইহা তিন প্রকারে করা হয়।

(1) **স্ক্রু ব্যবস্থা (Screw arrangement) :** দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য পিণ্ডের নীচের একটি স্ক্রু দিয়া কমান বা বাড়ান যায়। গরমের সময় দণ্ডের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাইলে স্ক্রু ঘুরাইয়া পিণ্ড উপরের দিকে উঠাইয়া পূর্বের মাপে নিয়া আসা হয় এবং ঠাণ্ডার সময় আবার উহাকে নীচে নামাইয়া আনিতে হয়। এই ব্যবস্থা অটোমেটিক নহে বলিয়া অসুবিধাজনক।

(2) **Harrison এর grid iron দোলক :** বিভিন্ন পদার্থের দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক বিভিন্ন। পিতলের দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক লোহা অপেক্ষা বেশী এবং প্রায় $1\frac{1}{2}$ গুণ। একই উষ্ণতার পার্থক্যে একটি বড় লোহার দণ্ডের প্রসারণ, একটি ছোট পিতলের দণ্ডের প্রসারণের সমান হইতে পারে। Harrison-এর grid iron দোলকে এই রকম দুইটি অসমান প্রসারাঙ্কের দণ্ড লাগাইয়া দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্যকে

সব সময় অপরিবর্তিত রাখা হইয়াছে। মনে করি, AB ও CD দুইটি ভিন্ন পদার্থের অসমান দণ্ড (12.5 চিত্র)। ইহারা BC দণ্ড দ্বারা যুক্ত এবং A প্রান্ত আটকানো থাকে বলিয়া উষ্ণতা বাড়িলে AB দণ্ড নীচের দিকে বাড়ে এবং CD দণ্ড নীচের দিকে রিভেট করা থাকে বলিয়া উপরের দিকে বাড়ে। AB দণ্ড ও CD দণ্ড এমন দৈর্ঘ্যের লওয়া হয় যে AB দণ্ড যতখানি বাড়ে CD দণ্ডও ঠিক ততখানি বাড়ে। তাহা হইলে দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য AD সব উষ্ণতায় অপরিবর্তিত থাকিবে। মনে করি, 0°C উষ্ণতায় AB দণ্ডের দৈর্ঘ্য l_1 ও উহার প্রসারাঙ্ক α_1। সুতরাং, t°C উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য ইহার দৈর্ঘ্য প্রসারণ হয় $=l_1\alpha_1 t$. আবার 0°C উষ্ণতায় CD দণ্ডের দৈর্ঘ্য l_2 এবং উহার দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক α_2 হয় তবে একই উষ্ণতা পার্থক্যের জন্য দৈর্ঘ্য প্রসারণ হয় $=l_2\alpha_2 t$. কিন্তু এই দুই প্রসারণ সমান।



চিত্র 12.5

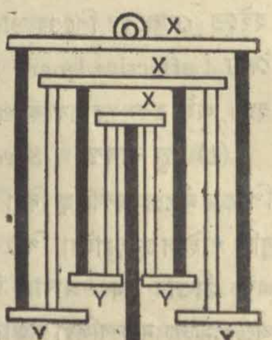
সুতরাং, $l_1\alpha_1 t=l_2\alpha_2 t$.

অথবা, $$\frac{l_1}{l_2}=\frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$

অর্থাৎ, $$\frac{\text{লোহার দণ্ডের দৈর্ঘ্য}}{\text{পিতলের দণ্ডের দৈর্ঘ্য}}=\frac{\text{পিতলের দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক}}{\text{লোহার দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক}}$$

এই নিয়ম অনুসারে দণ্ডের দৈর্ঘ্য মাপিয়া লওয়া হয়।

যন্ত্রের বিবরণ : এই দোলকে মোট পাঁচটি ইস্পাতের (মোটা কালো দাগ) এবং চারিটি পিতলের দণ্ড (সরু লাইনের দাগ) আছে (12.6 চিত্র)। দোলকের পিণ্ড B (Bob) মধ্যের ইস্পাতের দণ্ড হইতে ঝুলানো থাকে। ইহার দুইপাশে পিতল এবং তারপর ইস্পাতের দণ্ড— এইভাবে সাজান থাকে। ইস্পাতের দণ্ডগুলি উপরের দিকে একটি ছোট দণ্ড X-তে আটকানো এবং সেই জন্য ইহারা নীচের দিকে বাড়িয়া পিণ্ডকে নীচে নামাইয়া আনে। পিতলের দণ্ডগুলির নীচের প্রান্ত Y-তে আটকানো থাকে এবং সেই জন্য ইহারা উপরের দিকে বাড়ে এবং পিণ্ডকে উপরের দিকে তোলে।



চিত্র 12.6

দণ্ডগুলির দৈর্ঘ্য এমনভাবে লওয়া হয় যে ইস্পাতের দণ্ডগুলি নীচের দিকে যতখানি বাড়ে, পিতলের দণ্ডগুলি ঠিক ততখানি উপরের দিকে বাড়ে। ইহার ফলে দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য সব সময় সমান থাকে। মাঝখানের দণ্ড হইতে দুইপাশে সমান দূরত্বে অবস্থিত দুইটি ইস্পাত দণ্ড সমান। সুতরাং এই জোড়া ইস্পাত দণ্ডটি দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্যকে একই পরিমাণে নীচের দিকে বাড়াইবে। দুই জোড়া ইস্পাত দণ্ডের পরিবর্তে একই দিকে দুইটি ইস্পাত দণ্ডের মোট দৈর্ঘ্য ধরা হয়। সেইরূপ দুইজোড়া পিতলের দণ্ডের পরিবর্তে দুইটি পিতলদণ্ডের মোট দৈর্ঘ্য ধরা হয়। মনে করি, একদিকের দুইটি ইস্পাত দণ্ডের ও মাঝখানের ইস্পাতদণ্ডের মোট দৈর্ঘ্য $=l_1$, একদিকের দুইটি পিতলদণ্ডের মোট দৈর্ঘ্য $=l_2$, ইস্পাতের দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক $=0{\cdot}000012/^\circ C$ এবং পিতলের দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক $=0{\cdot}000019/^\circ C$.

তাহা হইলে প্রতিবিহিতের নিয়ম অনুসারে,

$$l_1\alpha_1=l_2\alpha_2 \quad \text{বা,} \quad \frac{l_1}{l_2}=\frac{0{\cdot}000019}{0{\cdot}000012}\simeq\frac{3}{2} \text{ (প্রায়)}$$

সুতরাং l_1 ও l_2 দৈর্ঘ্যের অনুপাত যদি 3 : 2 হয় তবে দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্য সমান থাকিবে।

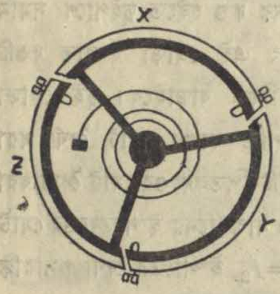
ইনভার (Invar) নামে একপ্রকার সংকর ধাতুর (ইস্পাত 64% ও নিকেল 36%) দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক খুবই কম $(0{\cdot}9\times10^{-6}/^\circ C)$।

সুতরাং এই সংকর ধাতু দিয়া দোলক তৈয়ারী করিলে দৈর্ঘ্য প্রসারণ কম হইবে এবং দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির জন্য কোন কিছুই করিতে হয় না।

(৬) **ঘড়ির প্রতিবিহিত চক্র (Compensated balance wheel of a watch) :** হাতঘড়ির সময় একটি চক্রের ব্যাসার্ধের উপর নির্ভর করে। ব্যাসার্ধ বেশী হইলে দোলনকাল বাড়ে এবং ঘড়ি আস্তে চলে। আবার ব্যাসার্ধ কমিয়া গেলে দোলনকাল কমিয়া যায় এবং ঘড়ি দ্রুত চলে। তাহা ছাড়া উষ্ণতা বাড়িলে হেয়ার স্প্রিং (Hair spring) এর জোর কমিয়া যায় এবং ঘড়ি আস্তে চলে। ঘড়ির দোলনকালের যাহাতে কোন পরিবর্তন না হয়, সেইজন্য যে উপায় অবলম্বন করা হয় তাহাকে প্রতিবিহিত চক্র বলে।

এই চক্রের পরিধিতে (12.7 চিত্র) তিনটি অংশ আছে (X, Y, Z)। প্রত্যেক অংশের একপ্রান্ত একটি দণ্ড দ্বারা কেন্দ্রের সঙ্গে যুক্ত এবং অপর প্রান্তে একটি ভারী স্ক্রু আঁটা আছে। প্রত্যেকটি অংশ দুইটি ভিন্ন ধাতব পাতে করা—পিতল ও ইস্পাত। বেশী প্রসারণশীল পিতলের পাত বাহিরের দিকে থাকে, ইস্পাত পাতটি ভিতরের দিকে

থাকে। উষ্ণতা বৃদ্ধির সঙ্গে প্রত্যেক দণ্ডের দৈর্ঘ্যের প্রসারণ হয় এবং প্রত্যেক অংশের সেই প্রান্তকে বাহিরের দিকে ঠেলিয়া দেয়। ইহাতে চক্রের ব্যাসার্ধ বৃদ্ধি পাইতে চায়। আবার পিতল ইস্পাত অপেক্ষা বেশী প্রসারণশীল বলিয়া প্রত্যেক অংশের অপর প্রান্তকে ভিতরের দিকে বাঁকায়। দণ্ডের প্রসারণের জন্য চক্রের বাহিরের দিকে যতখানি দূরে সরে, পাতের ভিতরের দিকে বাঁকার জন্য ততখানি ভিতরের দিকে সরে। ইহাতে চক্রের ব্যাসার্ধের কোন পরিবর্তন হয় না এবং চক্রের দোলনকাল অপরিবর্তিত থাকে।



চিত্র 12.7

উদাহরণ: (1) 100°C উষ্ণতায় একটি তামার বস্তুর আয়তন 100 c. c. এবং 200°C উষ্ণতায় উহার আয়তন হয় 100·507 c.c। তামার দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক বাহির কর।

A lump of copper has a volume of 100 c.c. at 100°C and its volume at 200°C is 100.507 c.c. Find the coefficient of linear expansion of copper.

মনে করি তামার আয়তন প্রসারাঙ্ক $=\gamma$

সুতরাং 100°C উষ্ণতায়, $100=V_0(1+100\gamma)$.

এবং 200°C ,, $100{\cdot}507=V_0(1+200\gamma)$

V_0 হইল 0°C উষ্ণতায় আয়তন। $\therefore \dfrac{100}{100{\cdot}507}=\dfrac{1+100\gamma}{1+200\gamma}$

বা, $100+2\times10^4\gamma=100{\cdot}507+10050{\cdot}7\gamma$

বা, $(20000-10050{\cdot}7)\gamma=0{\cdot}507$.

$$\therefore \gamma=\frac{0{\cdot}507}{9949{\cdot}3}=52\times10^{-6}/°C$$

কিন্তু আমরা জানি, দৈর্ঘ্যপ্রসারাঙ্ক $=\dfrac{\text{আয়তন প্রসারাঙ্ক}}{3}$

$$=\frac{52\times10^{-6}}{3}=17{\cdot}3\times10^{-6}/°C$$

সুতরাং তামার দৈর্ঘ্যপ্রসারাঙ্ক $=17{\cdot}3\times10^{-6}/°C$.

(2) 30°C উষ্ণতায় একটি ধাতব বল ও পিতলের প্লেটে একটি ছিদ্রের ব্যাস যথাক্রমে 4·02 cm. ও 4·00 cm. । প্লেটটিকে কোন উষ্ণতায় উত্তপ্ত করিলে বলটি ঠিক ছিদ্রের মধ্য দিয়া গলিয়া যাইবে। αপিতল $= 18\times 10^{-6}/^{\circ}C$.

A metal ball has a diameter of 4·02 cm. A hole in a brass plate has a diameter of 4·00 cm, both the ball and the plate being at 30°C. To what temperature must the plate be heated so that the ball (still at 30°C) may just pass through the hole. $\alpha_{brass} = 18\times 10^{-6}/^{\circ}C$. [H. S. Exam. 1966]

উ : 30°C উষ্ণতায় বলটির ব্যাস = 4·02 cm.

এবং প্লেটটির ছিদ্রের ব্যাস = 4·00 cm.

বলটি প্লেটের মধ্য দিয়া যাইতে হইলে, প্লেটটি গরম করিতে হইবে এবং ছিদ্রের ব্যাস = 4·02 cm. হইতে হইবে।

সুতরাং প্লেটের ছিদ্রের ব্যাসের বৃদ্ধি করিতে হইবে

$= 4{\cdot}02\text{ cm} - 4{\cdot}00\text{ cm} = 0{\cdot}02\text{ cm}.$

আমরা জানি, $\alpha = \dfrac{l_2 - l_1}{l_1\ (t_2 - t_1)}$

বা, $18\times 10^{-6} = \dfrac{0{\cdot}02}{4{\cdot}00\ (t_2 - 30)}$ বা, $t_2 = 307{\cdot}7^{\circ}C$.

সুতরাং প্লেটটিকে 307·7°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত করিতে হইবে।

(3) একটি প্রতিবিহিত দোলকে চারিটি পিতলের দণ্ড ও পাঁচটি লোহার দণ্ড আছে। যদি প্রতি লোহার দণ্ডের দৈর্ঘ্য 50 cm হয় তবে প্রতিটি পিতলের দণ্ডের দৈর্ঘ্য বাহির কর। αলোহা $= 12\times 10^{-6}/^{\circ}C$ ও αপিতল $= 19\times 10^{-6}/^{\circ}C$.

A compensated pendulum is made of 4 brass rods and 5 iron rods. The length of each iron rod is 50 cm. Find the length of each brass rod. $\alpha_{iron} = 12\times 10^{-6}/^{\circ}C$. $\alpha_{brass} = 19\times 10^{-6}/^{\circ}C$

উ : দোলকের কেন্দ্রের দণ্ডটি লোহার তৈরী। সুতরাং এখানে তিনটি লোহার দণ্ড ও 2টি পিতলের দণ্ড প্রসারণ প্রতিবিহিত করে।

সুতরাং তিনটি লোহার দণ্ডের মোট প্রসারণ = দুইটি পিতলের দণ্ডের মোট প্রসারণ।

সুতরাং $t^{\circ}C$ উষ্ণতা বৃদ্ধিতে 3টি লোহার দণ্ডের মোট প্রসারণ

$= 3\times l_{\circ}\times 12\times 10^{-6}\times t$ cm.

এবং t°C উষ্ণতাবৃদ্ধিতে 2টি পিতলের দণ্ডের মোট প্রসারণ

$$=2\times l\times 19\times 10^{-6}\times t \text{ cm.}$$

এই দুই প্রসারণ সমান।

$$\therefore\ 3\times l_0\times 12\times 10^{-6}\times t=2\times l\times 19\times 10^{-6}\times t$$

$$\text{বা, } l=\frac{3\times 50\times 12}{2\times 19}=\frac{1800}{38}=47{\cdot}37 \text{ cm.}$$

সুতরাং প্রতি পিতলের দণ্ডের দৈর্ঘ্য $=47{\cdot}37$ cm.

(4) 20°C উষ্ণতায় একটি দস্তার স্কেলের সাহায্যে একটি কাচদণ্ডের দৈর্ঘ্য 1 metre মাপা হইল। স্কেলটি 0°C উষ্ণতায় ঠিক হইলে কাচদণ্ডটির 0°C উষ্ণতায় সঠিক দৈর্ঘ্য কত? αকাচ $=8\times 10^{-6}/°C$ ও αদস্তা $=26\times 10^{-6}/°C$.

A glass rod when measured with a zinc scale, both at 20°C, appears to be 1 metre long. If the scale is correct at 0°C, what is the true length of the glass rod at 0°C?

$\alpha_{glass}=8\times 10^{-6}/°C$ and $\alpha_{zinc}=26\times 10^{-6}/°C$.

উঃ স্কেলটির অংশাঙ্কন 0°C উষ্ণতায় ঠিক।

সুতরাং 0°C উষ্ণতায় যাহা 1 cm. তাহা 20°C উষ্ণতায় হইবে $l=1\ (1+26\times 20\times 10^{-6})=1{\cdot}00052$ cm.

সুতরাং, এই স্কেলে 20°C উষ্ণতায় যাহা 100 cm. মাপা হয় তাহা আসলে $=100{\cdot}052$ cm.

সুতরাং, কাচদণ্ডটির 20°C উষ্ণতায় আসল দৈর্ঘ্য $=100{\cdot}052$ cm.

আমরা জানি, $l=l_0\ (1+\alpha t)$ বা, $100{\cdot}052=l_0\ (1+8\times 10^{-6}\times 20)$

$$\text{বা, } l_0=\frac{100{\cdot}052}{1{\cdot}00016}=100{\cdot}036 \text{ cm.}$$

সুতরাং কাচদণ্ডটির 0°C উষ্ণতায় দৈর্ঘ্য $=100{\cdot}036$ cm.

(5) একটি পিতলের দোলকের সময় 25°C উষ্ণতায় ঠিক থাকে। ঘড়িটি প্রতিদিনে কতখানি দ্রুত চলিবে যদি ঘরের উষ্ণতা 0°C হয়?

α পিতল $=19\times 10^{-6}/°C$.

A clock which keeps correct time at 25°C has a pendulum

made of brass. How many seconds a day will it gain if the temperature falls to 0°C ? αBrass $=19\times10^{-6}/°C$.

উঃ মনে করি, 0°C ও 25°C উষ্ণতায় দোলকের দোলনকাল T_1 ও T_{25}।

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}} \text{ ও } T_{25}=2\pi\sqrt{\frac{l_{25}}{g}}$$

কিন্তু $l_{25}=l_0(1+25\alpha)$

$$\therefore\ l_0=l_{25}(1+25\alpha)^{-1}\simeq l_{25}(1-25\alpha)$$

$$\frac{T_0}{T_{25}}=\sqrt{(1-25\alpha)}=(1-25\alpha)^{\frac{1}{2}}$$

ঘড়িটি 25°C উষ্ণতায় ঠিক সময় দেয় সুতরাং $T_{25}=2$sec.

$$\therefore\ T_0=2(1-25\alpha)^{\frac{1}{2}}$$

ঘড়িটি একবার দোলন করিতে সময় লাগে $=\frac{T_0}{2}=(1-25\alpha)^{\frac{1}{2}}$ sec। 25°C উষ্ণতায় দিনে এই দোলক $60\times60\times24=86400$ বার সম্পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে।

সুতরাং একদিনে 0°C উষ্ণতায় দোলনের সংখ্যা $=\dfrac{86400}{(1-25\alpha)^{\frac{1}{2}}}$

$$=86400\,(1-25\alpha)^{-\frac{1}{2}}=86400\left(1+\frac{25\alpha}{2}\right)$$

$$=86400+86400\times\frac{25}{2}\times19\times10^{-6}=86400+20{\cdot}52$$

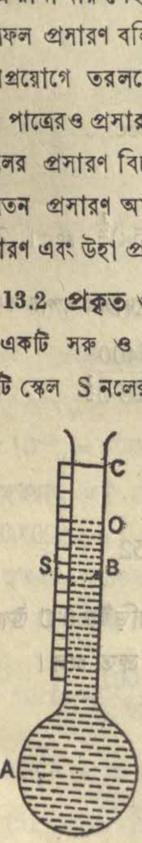
কিন্তু ঘড়িটির সঠিক দোলনের সংখ্যা $=86400$। সুতরাং ঘড়িটির 0°C উষ্ণতায় অতিরিক্ত দোলনের সংখ্যা $=20{\cdot}52$, অর্থাৎ ঘড়িটির 20·52 sec. দ্রুত চলে।

ত্রয়োদশ পরিচ্ছেদ

তরল পদার্থের প্রসারণ (Expansion of liquid)

13.1 তরলের প্রসারণ : কঠিন পদার্থের মত তরল পদার্থও উষ্ণতার বৃদ্ধিতে প্রসারিত হয়। কিন্তু তরল পদার্থের নিজস্ব কোন আকার নাই, উহা যে ধরণের পাত্রে রাখা যায় সেই পাত্রের আকার ধারণ করে। সুতরাং তরল পদার্থের দৈর্ঘ্য বা ক্ষেত্রফল প্রসারণ বলিয়া কিছু নাই, ইহার কেবলমাত্র আয়তন প্রসারণ হয়। কিন্তু তাপপ্রয়োগে তরলকে উত্তপ্ত করিতে গেলে পাত্রও উত্তপ্ত হয় এবং তরলের সঙ্গে সঙ্গে পাত্রেরও প্রসারণ হয়—আয়তন বাড়ে। সুতরাং পাত্রের প্রসারণের পরিপ্রেক্ষিতে তরলের প্রসারণ বিচার করিতে হইবে। পাত্রের প্রসারণের জন্য তরলের প্রকৃত আয়তন প্রসারণ আমরা দেখিতে পারি না। যাহা দেখি তাহা আপাত আয়তন প্রসারণ এবং উহা প্রকৃত প্রসারণ অপেক্ষা কম।

13.2 প্রকৃত ও আপাত প্রসারণ (Real and apparent expansion) : একটি সরু ও সমান ব্যাসের নলযুক্ত কাচের বাল্‌ব A লইলাম (13.1 চিত্র)। একটি স্কেল S নলের সঙ্গে আঁটকানো আছে। কাচের বাল্‌বটিকে রঙীন তরলে পূর্ণ করা হইল যাহাতে নলেরও কিছু অংশ তরলে ভর্তি থাকে। মনে করি, O দাগ পর্যন্ত তরল পৌছাইল। এখন এই বাল্‌বটিকে গরম জলে ডুবাইলে দেখা যাইবে যে নলের মধ্যের তরল B-তে নামিয়া গিয়াছে। কাচ তাপের কুপরিবাহী বলিয়া প্রথমে তাপে একমাত্র কাচের বাল্‌বটি প্রসারিত হয়। তরল তখনও উত্তপ্ত হয় নাই। এই অতিরিক্ত আয়তন বৃদ্ধি তরলে পূর্ণ হয় এবং তরল B-তে নামিয়া আসে। কিন্তু কিছুক্ষণ পরে তরলও গরম হয় এবং আয়তনে প্রসারিত হয়। তরলের আয়তন প্রসারণ কঠিন পদার্থের প্রসারণ অপেক্ষা বেশী বলিয়া তরলের তল শেষ পর্যন্ত O ছাড়াইয়া C-তে উঠিবে। আমরা যাহা দেখি তাহা হইল তরলের O হইতে C-তে প্রসারণ। কঠিন পদার্থের আয়তন প্রসারণ খুব কম বলিয়া, O হইতে B পর্যন্ত তরল নামিয়া যাওয়া আমাদের চোখে



চিত্র 13.1

পড়ে না। সেইজন্য তরলের O হইতে C দাগ পর্যন্ত আয়তন প্রসারণকে আপাত প্রসারণ (apparent expansion) বলা হয়। আসলে B হইতে C দাগ পর্য্যন্ত তরলের প্রসারণ হইয়াছে এবং ইহাকে তরলের প্রকৃত প্রসারণ (Real expansion) বলে। যেহেতু নলটি সমব্যাস যুক্ত, OB, OC এবং BC আয়তন গুলি উহাদের দৈর্ঘ্যের সমানুপাতিক হয়। সুতরাং BC=OB+ OC

অর্থাৎ **তরলের প্রকৃত প্রসারণ=তরলের আপাত প্রসারণ+পাত্রের আয়তন প্রসারণ।**

13.3. তরলের আপাত প্রসারাঙ্ক (coefficient of apparent expansion of liquid) : 0°C উষ্ণতায় নির্দিষ্ট পরিমাণ ভরের কোন তরলের যে আয়তন হয় প্রতি ডিগ্রি সেন্টিগ্রেড উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য ঐ আয়তনের প্রতি এককে যে আপাত আয়তন প্রসারণ হয় তাহাকে ঐ তরলের আপাত প্রসারাঙ্ক বলে।

মনে করি, কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ ভরের তরলের 0°C উষ্ণতায় আয়তন V_0. উহার উষ্ণতা t°C বৃদ্ধি করিলে আপাত আয়তন হয় V'_t.

সুতরাং t°c উষ্ণতাবৃদ্ধিতে V_0 আয়তনের তরলের আপাত আয়তন প্রসারণ= $V'_t - V_0$

t°C " একক " " " " $= \dfrac{V'_t - V_0}{V_0}$

1°C " " " " " " $= \dfrac{V'_t - V_0}{V_0 \times t}$

ইহাকেই তরলের আপাত প্রসারাঙ্ক γ_a বলে।

সুতরাং $\gamma_a = \dfrac{V_t' - V_0}{V_0 \times t} \Big/ ^\circ C$ ....(13.1)

$$= \frac{\text{তরলের আপাত আয়তন প্রসারণ}}{0^\circ C \text{ উষ্ণতায় তরলের আয়তন} \times \text{উষ্ণতা বৃদ্ধি}}$$

(13.1) নং সমীকরণ হইতে $V_t' = V_0 \{1 + \gamma_a t\}$ ....(13.2)

তরলের আপাত প্রসারাঙ্ক γ_a পাত্রের উপাদানের উপর নির্ভর করে, ইহা কোন ধ্রুবক (constant) নহে। ইহা ছাড়া উষ্ণতার এককের উপরও নির্ভর করে।

পূর্বের ন্যায় দেখানো যায় যদি সেন্টিগ্রেড স্কেলে কোন তরলের আপাত প্রসারাঙ্ক γ_{ac} হয় তবে উহা ফারেনহিট স্কেলে $\frac{5}{9}\gamma_{ac}$ হইবে। অর্থাৎ $\gamma_{af} = \frac{5}{9}\gamma_{ac}$.

আবার কোন তরলের প্রাথমিক উষ্ণতা 0°C না হইয়া t_1°C হয় ও উহার

আয়তন V_1 এবং উহাই t_2°C উষ্ণতায় V'_2 হয়, তবে (13.2) নং সমীকরণ হইতে লেখা যায়, (t_2°C>t_1°C) $V'_2 = V_1\{1+\gamma_a(t_2-t_1)\}$ ... (13.3)

[এই সমীকরণ (12·5) নং সমীকরণ অনুসারে হইবে।]

13.4. তরলের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক (Coefficient of real expansion of liquid) : 0°C উষ্ণতায় নির্দিষ্ট পরিমাণ ভরের কোন তরলের যে আয়তন হয় প্রতি 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য ঐ আয়তনের প্রতি এককে যে প্রকৃত আয়তন প্রসারণ হয় তাহাকে ঐ তরলের প্রকৃত আয়তন প্রসারাঙ্ক বলে।

মনে করি, কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ ভরের তরলের 0°C উষ্ণতায় আয়তন V_o. উহার উষ্ণতা t°C বৃদ্ধি করিলে প্রকৃত আয়তন হয় V_t.

স্থতরাঃ t°C উষ্ণতা বৃদ্ধিতে V_0 আয়তন তরলের প্রকৃত আয়তন প্রসারণ হয় $= V_t - V_o$

t°C ,, ,, একক ,, ,, ,, ,, ,, $= \dfrac{V_t - V_o}{V_0}$

1°C ,, ,, ,, ,, ,, ,, ,, ,, $= \dfrac{V_t - V_o}{V_o \times t}$

ইহাকেই তরলের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক γ_r বলে।

স্থতরাং $\gamma = \dfrac{V_t - V_o}{V_o \times t}$.........(13 4)

$$= \frac{\text{তরলের প্রকৃত প্রসারণ}}{\text{0°C উষ্ণতায় তরলের আয়তন} \times \text{উষ্ণতা বৃদ্ধি}}$$

(13.4) নং সমীকরণ হইতে লেখা যায় $V_t = V_o(1+\gamma_r t)$............(13.5)

বিভিন্ন তরলের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক বিভিন্ন হয়। ইহা আপাত প্রসারাঙ্কের মত পাত্রের উপাদানের উপর নির্ভর করে না। কিন্তু সেন্টিগ্রেড স্কেলে কোন তরলের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক γ_r হইলে ফারেনহিট স্কেলে ইহা $\frac{5}{9}\gamma_r$ হইবে। যদি কোন তরলের প্রাথমিক উষ্ণতা 0°C না হইয়া t_1°C হয় ও উহার আয়তন V_1 হয় এবং t_2°C উষ্ণতায় ঐ তরলের আয়তন হয় V_2, তবে (t_2°C>t_1°C) $V_2 = V_1[1+\gamma_r(t_2-t_1)]$ ... ... (13.6)

13.5 আপাত ও প্রকৃত প্রসারাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক (Relation between the coefficients of apparent and real expansion) : মনে করি, কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ ভরের তরলের 0°C উষ্ণতায় আয়তন V_0 এবং t°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করিলে তরলের আয়তন প্রসারণ হইয়া আপাত আয়তন হয় V_t' এবং প্রকৃত আয়তন হয় V_t

স্বতরাং t°C উষ্ণতাবৃদ্ধিতে তরলের আপাত আয়তন প্রসারণ $= V_t' - V_0$

কিন্তু তরলের আপাত প্রসারাঙ্কের সমীকরণ হইতে [(13.1)নং সমীকরণ],

$$V'_t - V_0 = \gamma_a V_0 t$$

আবার, t°c উষ্ণতাবৃদ্ধিতে তরলের প্রকৃত প্রসারণ $= V_t - V_0$

এবং এই ক্ষেত্রেও তরলের প্রকৃত প্রসারাঙ্কের সমীকরণ হইতে [(13.4) নং সমীকরণ]

$$V_t - V_0 = \gamma_r V_0 t.$$

যদি পাত্রের আয়তন প্রসারাঙ্ক γ_g হয় তবে t°C উষ্ণতা বৃদ্ধিতে পাত্রের আয়তন প্রসারণ হয় $= \gamma_g V_0 t$.

কিন্তু আমরা জানি,

তরলের প্রকৃত প্রসারণ = তরলের আপাত প্রসারণ + পাত্রের আয়তন প্রসারণ

অর্থাৎ, $\gamma_r V_0 t = \gamma_a V_0 t + \gamma_g V_0 t.$

$$\therefore \quad \gamma_r = \gamma_a + \gamma_g \quad \cdots \quad \cdots \quad (13.7)$$

অর্থাৎ তরলের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক = তরলের আপাত প্রসারাঙ্ক + পাত্রের আয়তন প্রসারাঙ্ক

উদাহরণ : (1) কাচপাত্র ব্যবহার করিয়া কোন তরলের আপাত প্রসারাঙ্ক 0 000504/°C হয়। কাচের দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক $= 8{\cdot}8 \times 10^{-6}$/°C হইলে, তরলের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক কত ?

The coefficient of apparent expansion of liquid in the glass vessel is 0·000504/°C. Thc coefficient of linear expansion of glass is $8{\cdot}8 \times 10^{-6}$/°C. What is the coefficient of real expansion of liquid ?

উঃ কাচের দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক $\alpha = 8{\cdot}8 \times 10^{-6}$/°C.

স্বতরাং কাচের আয়তন প্রসারাঙ্ক $\gamma_g = 3\alpha = 26{\cdot}4 \times 10^{-6}$/°C.

আবার আমরা জানি,

তরলের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক = তরলের আপাত প্রসারাঙ্ক + পাত্রের আয়তন প্রসারাঙ্ক

$= 50{\cdot}4 \times 10^{-5}/^{\circ}C + 26{\cdot}4 \times 10^{-6}/^{\circ}C = 530{\cdot}4 \times 10^{-6}/^{\circ}C.$

সুতরাং তরলের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক $= 530{\cdot}4 \times 10^{-6}/^{\circ}C.$

(2) প্লাটিনাম পাত্র ব্যবহার করিলে কোন তরলের আপাত প্রসারাঙ্ক হয় $0{\cdot}000553/^{\circ}C$ এবং তামার পাত্র ব্যবহার করিলে উহা হয় $0{\cdot}000532/^{\circ}C$। প্লাটিনামের দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক কত ? তামার দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক $16 \times 10^{-6}/^{\circ}C.$

The coefficient of apparent expansion of a liquid is $0{\cdot}000553/^{\circ}C$ when platinum used and $0{\cdot}000532/^{\circ}C$ when a copper vessel is used. What will be the coefficient of linear expansion of platinum ?

The coefficient of linear expansion of copper $= 16 \times 10^{-6}/^{\circ}C.$

উঃ—আমরা জানি, তরলের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক = তরলের আপাত প্রসারাঙ্ক + পাত্রের আয়তন প্রসারাঙ্ক

আবার, পাত্রের আয়তন প্রসারাঙ্ক $= 3 \times$ পাত্রের দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক

সুতরাং, তরলের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক $= 55{\cdot}3 \times 10^{-5}/^{\circ}C + 3\alpha_{pt}$

এবং তরলের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক $= 53{\cdot}2 \times 10^{-5}/^{\circ}C + 3\alpha_{cu}.$

$\therefore\ 55{\cdot}3 \times 10^{-5}/^{\circ}C + 3\alpha_{pt} = 53{\cdot}2 \times 10^{-5}/^{\circ}C + 3\alpha_{cu}.$

$= 53{\cdot}2 \times 10^{-5}/^{\circ}C + 48 \times 10^{-6}/^{\circ}C = 58{\cdot}0 \times 10^{-5}/^{\circ}C.$

$\therefore\ 3\alpha_{pt} = 58{\cdot}0 \times 10^{-5} - 55{\cdot}3 \times 10^{-5} = 2{\cdot}7 \times 10^{-5}.$

$\therefore\ \alpha_{pt} = 0{\cdot}9 \times 10^{-5}/^{\circ}C. = 9{\cdot}0 \times 10^{-6}/^{\circ}C.$

(3) একটি কাচের ফ্লাস্কে কি আয়তনের পারদ লইলে অন্য সকল উষ্ণতায় ফ্লাস্কের আভ্যন্তরীণ বাকী অংশের কোন পরিবর্তন হইবে না, বাহির কর। কাচের দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক $= 8 \times 10^{-6}/^{\circ}C$ পারদের আয়তন প্রসারাঙ্ক $= 18 \times 10^{-5}{}^{\circ}C.$

Find the volume of mercury to be taken in a glass flask in order to the volume of the flask not occupied by the mercury shall be same at all temperature. The coefficient of linear expansion of glass $= 8 \times 10^{-6}/^{\circ}C$ and the coefficient of cubical expansion of mercury $= 18 \times 10^{-5}/^{\circ}C.$

মনে করি, 0°C উষ্ণতায় ফ্লাস্কের আভ্যন্তরীণ আয়তন $= V_0$.

এবং 0°C উষ্ণতায় ফ্লাস্কের অভ্যন্তরস্থ পারদের আয়তন $= V$.

উষ্ণতা বৃদ্ধির সঙ্গে কাচের আয়তন প্রসারণ ও পারদের প্রকৃত আয়তন প্রসারণ যখন সমান হইবে তখন একমাত্র ফ্লাস্কের অভ্যন্তরস্থ বাকী অংশের কোন পরিবর্তন হইবে না।

মনে করি, সমস্ত কিছুর t°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করা হইল।

তাহা হইলে, কাচের আয়তন প্রসারণ হইবে

= প্রাথমিক আয়তন × আয়তন প্রসারাঙ্ক × উষ্ণতা বৃদ্ধি $= V_0 \gamma_g t$.

ঐ উষ্ণতা বৃদ্ধিতে পারদের আয়তন প্রসারণ হইবে

= প্রাথমিক আয়তন × আয়তন প্রসারাঙ্ক × উষ্ণতা বৃদ্ধি $= V \gamma_{hg} . t$.

পূর্বেই বলা হইয়াছে, এই দুই প্রসারণ সমান। $\therefore \; V_0 \gamma_g t = V \gamma_{hg} t$.

$$\therefore \; \frac{V}{V_0} = \frac{\gamma_g}{\gamma_{hg}}$$

কিন্তু কাচের আয়তন প্রসারাঙ্ক = 3 × দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক

$$= 3 \times 8 \times 10^{-6}/°C$$

$$\therefore \; \frac{V}{V_0} = \frac{24 \times 10^{-6}}{180 \times 10^{-6}} = \frac{2}{15}$$

সুতরাং ফ্লাস্কে $\frac{2}{15}$ অংশ আয়তনের পারদ লইলে উষ্ণতা বৃদ্ধির সঙ্গে বাকী অংশের আয়তনের কোন পরিবর্তন হইবে না।

(5) 0°C উষ্ণতায় একটি লম্বা সমান ব্যাসের কাচনলের মধ্যে 1 metre দৈর্ঘ্য পর্য্যন্ত পারদে ভর্ত্তি আছে। যদি উষ্ণতা 100°C করা হয় তবে পারদের দৈর্ঘ্য 16·5 m.m. বৃদ্ধি পায়। যদি পারদের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক $18{\cdot}2 \times 10^{-5}/°C$ হয়, তবে কাচের দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক বাহির কর।

A long glass tube of uniform capillary bore contains a thread of mercury 1 metre long at 0°C when the temperature is raised to 100°C the thread of mercury is found to be 16·5 m.m. longer. If the coefficient of absolute expansion of mercury be $18{\cdot}2 \times 10^{-5}$°C, calculate the coefficient of linear expansion of glass.

[H. S. Exam. (Comp.) 1960]

মনে করি 0°C উষ্ণতায় কাচনলের প্রস্থচ্ছেদ $= A_0$ sq. cm.

এবং 100°C উষ্ণতায় কাচনলের প্রস্থচ্ছেদ হয় $= A_{100}$ sq. cm.

ক্ষেত্রফল প্রসারণ হইতে আমরা জানি,

$$A_{100}=A_0(1+\beta 100)=A_0(1+2\alpha\times 100)$$

যেহেতু ক্ষেত্রফল প্রসারাঙ্ক $\beta=2\times$ দৈর্ঘ্য প্রসারাঙ্ক।

সুতরাং 0°C উষ্ণতায় পারদ সূত্রের আয়তন $=100\ A_0$ c.c.

এবং 100°C উষ্ণতায় পারদ সূত্রের আয়তন $=101\cdot 65\ A_{100}$ c.c.

$\therefore$ পারদের প্রকৃত আয়তন বৃদ্ধি $=101\cdot 65A_{100}-100A_0$

$$\therefore \text{ পারদের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক}=\frac{101\cdot 65A_0(1+200\alpha)-100A}{100A_0\times 100}$$

$$\text{অথবা,}\quad 18\cdot 2\times 10^{-5}=\frac{1\cdot 65}{10^4}+\frac{101\cdot 65\times 200\alpha}{10^4}$$

$$\text{বা,}\quad 1\cdot 7\times 10^{-5}=\frac{101\cdot 65\times 2\alpha}{10^2}\quad \therefore\ \alpha=\cdot 36\times 10^{-6}/^\circ C$$

(6) একটি সরু কাচনলযুক্ত কাচের বোতলে বরফের গলনাঙ্কে 300 gm. পারদে ভর্ত্তি থাকে। 76 c.m. ব্যারোমিটারের চাপে যখন উহাকে ফুটন্ত জলে রাখা যায় তখন উহা হইতে কতখানি পারদ উপচাইয়া পড়িবে বাহির কর। যদি চাপ বেশ কমান হয়, তবে উপচাইয়া পড়া পারদের পরিমাণের কি পার্থক্য হইবে? পারদের আপাত প্রসারাঙ্ক $=\frac{1}{6500}$

A glass bottle with a fine stem when immersed in melting ice just contains 300 gms. of mercury. Calculate the amount of mercury that will overflow if the bottle is kept a sufficiently long time in boiling water the barometic pressure being 76 cms. Would the amount of mercury be different if the pressure had been considerably lower? Coefficient of app. expansion of mercury $=\frac{1}{6500}$. [C. U 1943].

উঃ যেহেতু বায়ুর চাপ $=76$ c.m. ফুটন্ত জলের উষ্ণতা $=100^\circ$C

$$\text{আমরা জানি, আপাত প্রসারাঙ্ক}=\frac{\text{নির্গত তরলের ভর}}{\text{অবশিষ্ট তরলের ভর}\times\text{উষ্ণতা বৃদ্ধি}}$$

$$\therefore\quad \frac{1}{6500}=\frac{m_1-m_2}{m_2(t_2-t_1)}=\frac{300-m_2}{m_2\times 100}$$

$$\text{বা,}\quad m_2=65(300-m_2)\quad\text{বা}\quad m_2=\frac{65\times 300}{66}=295\cdot 45\text{ gms.}$$

সুতরাং, নির্গত পারদের ভর $= m_1 - m_2 = 300 - 295{\cdot}45 = 4{\cdot}55$ gms। যদি চাপ কমান যায়, তবে জলের স্ফুটনাঙ্কের হ্রাস পাইবে অর্থাৎ জল $100°C$ এর কম উষ্ণতায় ফুটিতে থাকিবে। যেহেতু নির্গত পারদের ভর উষ্ণতার বৃদ্ধির উপর নির্ভর করে, সুতরাং পারদের পরিমাণের পার্থক্য হইবে।

13.6 তরলের ঘনত্বের সহিত প্রকৃত প্রসারাঙ্কের সম্পর্ক (Relation between density and coefficient of real expansion):

আমরা জানি, কোন পদার্থের ঘনত্ব $= \dfrac{\text{পদার্থের ভর}}{\text{ঐ পদার্থের আয়তন}}$

বা, $d = \dfrac{m}{V}$. যেহেতু ঘনত্ব ও আয়তন পারস্পরিক নির্ভরশীল এবং তাপ প্রয়োগে তরলের আয়তনের পরিবর্তন হয়, সুতরাং ঐ পদার্থের ঘনত্বও তাপ প্রয়োগে পরিবর্তিত হইবে।

মনে করি, কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ তরলের যাহার ভর m, $0°C$ উষ্ণতায় আয়তন ও ঘনত্ব যথাক্রমে V_0 ও d_0 এবং $t°C$ উষ্ণতায় আয়তন ও ঘনত্ব হইল যথাক্রমে V_1 ও d_1.

যেহেতু তরলের ভরের কোন পরিবর্তন হয় না, $m = V_0 d_0 = V_1 d_1$ ···(13·8)
কিন্তু $0°C$ উষ্ণতা হইতে $t°C$ উষ্ণতা বৃদ্ধিতে তরলের আয়তন V_0 হইতে V_1 হইয়াছে।

তাহা হইলে, $V_1 = V_0(1 + \gamma_r t)$ ··· ··· (13·9)

(13·8) ও (13·9) নং সমীকরণ দুইটি হইতে,

$$m = V_0 d_0 = V_0(1 + \gamma_r t) d_1 \quad \text{বা,} \quad d_0 = d_1(1 + \gamma_r t)$$

বা, $d_1 = d_0(1 + \gamma_r t)^{-1} \simeq d_0(1 - \gamma_r t)$

[γ_r খুব ক্ষুদ্র বলিয়া বাকী সংখ্যাগুলি উপেক্ষা করা হইল।]

$$\text{সুতরাং} \quad d_1 = d_0(1 - \gamma_r t) \quad \cdots \quad \cdots \quad (13{\cdot}10)$$

এই সমীকরণ হইতে দেখা যাইতেছে, উষ্ণতা বৃদ্ধিতে তরলের ঘনত্ব কমে।

যদি কোন তরলের প্রাথমিক উষ্ণতা $0°C$ না হইয়া $t_1°C$ হয় এবং উহা $t_2°C$ উষ্ণতায় বর্দ্ধিত করিলে, $(t_2°C > t_1°C)$ এই দুই উষ্ণতায় তরলের ঘনত্বের সম্পর্ক,

$$d_2 = d_1[1 - \gamma_r(t_2 - t_1)] \quad \cdots \quad \cdots \quad (13{\cdot}11)$$

[এই সমীকরণটি (12·5) নং সমীকরণের মত করিতে হইবে।]

উদাহরণ: (1) 0°C উষ্ণতায় কোন তরলের ঘনত্ব 8·9 gm/c.c. হইলে 30°C উষ্ণতায় উহার ঘনত্ব কত হইবে?

তরলের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক $=51\times10^{-6}/°C$.

If the density of a liquid at 0°C be 8·9 gm/c.c. what will be the density at 30°C? Coefficient of real expansion of liquid $=51\times10^{-6}/°C$.

আমরা জানি, যদি 0°C উষ্ণতায় কোন তরলের ঘনত্ব হয় d_0, তবে t°C উষ্ণতায় উহার ঘনত্ব হইবে, $d_o=d_t(1+\gamma_r t)$

γ_r = তরলের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক

সুতরাং এখানে, $d_0=8{\cdot}9$ gm/c.c., $\gamma_r=51\times10^{-6}/°C$, $t=30°C$.

$$\therefore\ d_t=\frac{8{\cdot}9}{1+51\times30\times10^{-6}}=\frac{8{\cdot}9}{1+153\times10^{-5}}=8{\cdot}876\text{gm/c.c.}$$

13.7 আপাত প্রসারাঙ্ক নির্ণয় (Determination of apparent expansion): (13.2) নং চিত্রে ভার থার্মমিটারের ছবি দেখানো হইল। ইহা একটি সরু বাঁকা নলযুক্ত কাচের বাল্‌ব।

প্রথমে ইহাকে খালি অবস্থায় ওজন করিলাম। এইবার বাল্‌বের সরু মুখকে তরলে ডুবাইয়া বাল্‌বটিকে একটু গরম করা হইল। বাল্‌বের ভিতরের বায়ু আয়তনে বাড়িয়া তরলের ভিতর দিয়া বাহির হইয়া যাইবে। এইবার বাল্‌বটিকে ঠাণ্ডা করিলে কিছু তরল সরু মুখ দিয়া বাল্‌বে প্রবেশ করিবে। এইরূপ কয়েকবার গরম ও ঠাণ্ডা করিলে বাল্‌বটি তরলে সম্পূর্ণ ভরিয়া যাইবে। উহাকে ঘরের উষ্ণতায় ঠাণ্ডা করিয়া তরল পূর্ণ বাল্‌বটিকে ওজন করিলাম। ইহার পর তরলপূর্ণ বাল্‌বটিকে ও নলেরও খানিকটা অংশ জলে ডুবাইয়া আস্তে আস্তে গরম করা হইল। তরল আয়তনে বাড়িবে এবং নল বাহিয়া বাহির হইয়া যাইবে। বাল্‌বটিকে কিছুক্ষণ জলে রাখা হইল যাহাতে তরলের উষ্ণতা গরম জলের উষ্ণতায় আসে। এইবার বাল্‌বটিকে পুনরায় ঘরের উষ্ণতায় ঠাণ্ডা করা হইল। তরল বাল্‌বের সবটা অধিকার করিবে না। এই তরলসহ বাল্‌বটিকে পুনরায় ওজন করিলাম।



চিত্র 13.2

মনে করি, খালি অবস্থায় বাল্‌বের ভর $=m_1$ gm.

t_1°C উষ্ণতায় যখন বাল্‌বটি তরলে সম্পূর্ণ ভর্তি, তখন তরল ও বাল্‌বের ভর $= m_2$ gm.

এবং t_2°C উষ্ণতায় যখন বাল্‌বটি হইতে কিছু তরল বাহির হইয়া গিয়াছে, তখন তরল ও বাল্‌বের ভর $= m_3$ gm.

তাহা হইলে, t_1°C উষ্ণতায় বাল্‌বে তরলের ভর $= m_2 - m_1 = W_1$ gm.

এবং t_2°C উষ্ণতায় বাল্‌বে যে পরিমাণ তরল আছে তাহার ভর $= m_3 - m_1 = W_2$ gm.

কাচের আয়তনের প্রসারণকে উপেক্ষা করিলে, আমরা বলিতে পারি, t_1°C উষ্ণতায় W_1 gm. তরলের আয়তন $= t_2$°C উষ্ণতায় W_2 gm. তরলের আয়তন।

মনে করি, t_1°C উষ্ণতায় W_1 gm. তরলের আয়তন $= \frac{W_1}{d}$.

এবং t_1°C উষ্ণতায় W_2 gm. তরলের আয়তন $= \frac{W_2}{d}$.

সুতরাং, t_1°C উষ্ণতায় যে তরলের আয়তন $\frac{W_2}{d}$, t_2°C উষ্ণতায় সেই তরলের আয়তন হয় $\frac{W_1}{d}$.

অর্থাৎ তরলের আপাত আয়তন প্রসারণ $= \frac{W_1}{d} - \frac{W_2}{d}$.

সুতরাং, তরলের আপাত প্রসারাঙ্ক

$$\gamma_a = \frac{\frac{W_1}{d} - \frac{W_2}{d}}{\frac{W_2}{d}(t_2 - t_1)} = \frac{W_1 - W_2}{W_2(t_2 - t_1)} /^\circ C \cdots \cdots \cdots (13.12)$$

$$= \frac{\text{নির্গত তরলের ভর}}{t_2^\circ C \text{ উষ্ণতায় অবশিষ্ট তরলের ভর} \times \text{উষ্ণতা-বৃদ্ধি}}$$

এই পরীক্ষায় ওজন (weight) হইতে প্রসারাঙ্ক বাহির করা হয় বলিয়া এবং তরলের প্রসারাঙ্ক ও অবশিষ্ট তরলের ভর জানা থাকিলে অন্য উষ্ণতা বাহির করা যায় বলিয়া এই যন্ত্রকে ভার থার্মমিটার (Weight thermometer) বলে। উদ্বায়ী তরলের ক্ষেত্রে এই যন্ত্র ব্যবহার করা যায় না।

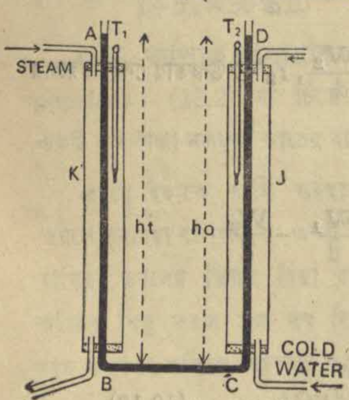
13.8. প্রকৃত প্রসারাঙ্ক নির্ণয় (Determination of coefficient of real expansion) :

(1) পরোক্ষ নিয়ম : (Indirect method) : আমরা জানি, তরলের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক=তরলের আপাত প্রসারাঙ্ক+ পাত্রের আয়তন প্রসারাঙ্ক

সুতরাং পাত্রের প্রসারাঙ্ক জানা থাকিলে এবং ভার-থার্মমিটার দিয়া তরলের আপাত প্রসারাঙ্ক নির্ণয় করিয়া উপরোক্ত নিয়ম হইতে তরলের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক বাহির করা যায়।

(2) Dulong ও Petit এর পদ্ধতি (Dulong and Petit's method) : এই পদ্ধতিতে সরাসরি তরলের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক বাহির করা যায়।

যন্ত্রের বিবরণ : একটি সরু ও দীর্ঘ কাচের নলকে বাঁকাইয়া U আকারের মত (13·3 চিত্র) করা হয়। AB ও CD সমান বাহুদ্বয় খাড়াভাবে দাঁড়াইয়া থাকে এবং BC বাহু অনুভূমিক (Horizontal) অবস্থায় থাকে। K ও J জ্যাকেট দুইটি দ্বারা AB ও CD বাহুদ্বয়কে আবৃত করিয়া রাখা হয়। জ্যাকেট এর মুখগুলি কর্ক দ্বারা আটকানো এবং AB ও CD বাহুদ্বয় কর্কের মধ্য দিয়া গিয়াছে। যে তরলের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক নির্ণয় করিতে হইবে তাহা U নলে এমন পরিমাণে লওয়া হয় যাহাতে তরল স্তম্ভ জ্যাকেটের সামান্য বাহিরে থাকে। উপরের দুইটি কর্কের মধ্যে ঢুকান দুইটি থার্মোমিটার T_1 ও T_2 এর সাহায্যে জ্যাকেটের মধ্যের উষ্ণতা মাপা হয়। সরু



চিত্র 13.3

নলের সাহায্যে জ্যাকেট দুইটির একটিতে (K) বাষ্প এবং অন্যটিতে (J) ঠাণ্ডা জল পাঠান হয়। ইহার ফলে AB বাহুর তরল গরম ও CD বাহুর তরল ঠাণ্ডা থাকে। এই উষ্ণতার পার্থক্যের জন্য তরলের উচ্চতা দুই বাহুতে ভিন্ন হইবে এবং উহাদের ঘনত্বও আলাদা হইবে।

মনে করি, AB ও CD নলে তরলের উচ্চতা যথাক্রমে h_t ও h_0 এবং উহাদের উষ্ণতা যথাক্রমে t_1°C ও 0°C। এই দুই উষ্ণতায় তরলের ঘনত্বও যথাক্রমে d_t ও d_0 হয়। B ও C বিন্দু একই অনুভূমিক তলে আছে। সুতরাং B বিন্দুতে চাপ =C বিন্দুতে চাপ

এখন B বিন্দুতে চাপ $=P+h_t d_t g$ P=বায়ুমণ্ডলের চাপ

এবং C বিন্দুতে চাপ $=P+h_o d_o g$ g=অভিকর্ষজাত ত্বরণ

$\therefore\ P+h_t d_t g=P+h_o d_o g$, বা, $h_t d_t=h_o d_o$

কিন্তু আমরা জানি, $d_o=d_t[1+\gamma_r t]$; γ_r=তরলের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক।

সুতরাং, $h_o d_o=h_o d_t[1+\gamma_r t]=h_t d_t$

$$\therefore\ \gamma_r=\frac{h_t-h_o}{h_o t}\ \cdots \qquad \cdots \qquad \cdots(13.13)$$

এই সমীকরণে পাত্রের আয়তন বৃদ্ধিতে কোন পরিবর্তন হইবে না এবং সেইজন্য বাহুদ্বয় বিভিন্ন ব্যাসের হইলেও উপরোক্ত সমীকরণ ব্যবহার করা যাইবে।

যদি দুই বাহুতে তরলের উষ্ণতা যথাক্রমে t_1°C ও t_2°C হয় এবং তরলের উচ্চতা যথাক্রমে h_1 ও h_2 হয়, তাহা হইলেও $h_1 d_1=h_2 d_2$ হয়।

কিন্তু এই ক্ষেত্রে, $d_o=d_1[1+\gamma_r t_1]$ এবং $d_0=d_2[1+\gamma_r t_2]$

সুতরাং, $h_1 d_1=h_2 d_2$ বা, $\dfrac{h_1 d_0}{[1+\gamma_r t_1]}=\dfrac{h_2 d_0}{[1+\gamma_r t_2]}$

$$\therefore\ \gamma_2=\frac{h_2-h_1}{h_1 t_2-h_2 t_1}\ \cdots \qquad \cdots \qquad \cdots(13.14)$$

এই সমীকরণের ডানদিকের সমস্ত কিছু জানা আছে। সুতরাং γ_r বাহির করা যায়।

1. একটি U নলের দুই বাহুতে তরলের উচ্চতা 100 cms. এবং 103·9 cms. এবং উহাদের উষ্ণতা যথাক্রমে 0°C ও 100°C. তরলের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক বাহির কর।

A U-tube contains a liquid, its limb are at 0°C and 100°C respectively. The corresponding level of the liquids are at 100 cms. and 103·9 cms. :Calculate the coefficients of absolute expansion of the liquids.

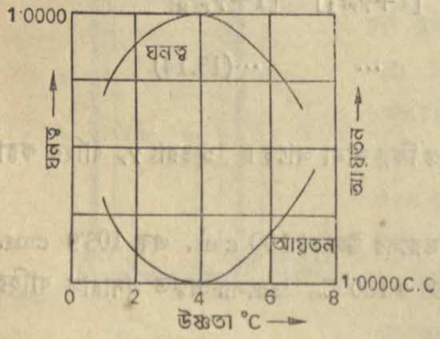
$$\text{আমরা জানি, তরলের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক}=\frac{\text{তরলের দুই বাহুর উচ্চতার পার্থক্য}}{0^\circ\text{C তরলের উচ্চতা}\times\text{উষ্ণতার পার্থক্য}}$$

$$=\frac{3{\cdot}9}{100\times100}=3{\cdot}9\times10^{-4}/^\circ\text{C.}$$

কয়েকটি তরল পদার্থের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক (প্রতি 1°C)

পদার্থ	প্রসারাঙ্ক	পদার্থ	প্রসারাঙ্ক
পারদ	18.0×10^{-5}	জল (20°C – 50°C)	30.5×10^{-5}
গ্লিসারিন	48.5×10^{-5}	অ্যালকোহল	105.0×10^{-5}
তার্পিন তেল	95.0×10^{-5}	পেট্রোলিয়াম	90.0×10^{-5}

13.9. জলের ব্যতিক্রান্ত প্রসারণ (Anomalous expansion of water): সাধারণত তরলের উষ্ণতা বৃদ্ধি করিলে আয়তনের প্রসারণ হয় এবং উষ্ণতা হ্রাসে আয়তন সংকুচিত হয়। কিন্তু জলের ক্ষেত্রে ইহার ব্যতিক্রম দেখা যায়। 0°C উষ্ণতায় কিছু পরিমাণ বিশুদ্ধ জলকে উত্তপ্ত করিলে দেখা যাইবে যে, 4°C পর্যন্ত জলের আয়তনের প্রসারণের পরিবর্ত্তে আয়তন কমে এবং 4°C এর পরে উষ্ণতা বৃদ্ধি করিলে অন্যান্য তরলের মত ইহারও আয়তনের প্রসারণ হয়। সেইজন্য 0°C হইতে 4°C উষ্ণতা পর্যন্ত জলের প্রসারণকে ব্যতিক্রান্ত প্রসারণ বলে। সুতরাং 4°C উষ্ণতায় নির্দিষ্ট ভরের বিশুদ্ধ জলের আয়তন সবচেয়ে কম। সেইজন্য 4°C উষ্ণতায় জলের ঘনত্ব সবচেয়ে বেশী এবং ঘনত্বের একক হিসাবে 4°C উষ্ণতায় এক গ্রাম জলের ভরকে ধরা হয়। (13.4) চিত্রে উষ্ণতার সহিত জলের ঘনত্ব ও আয়তনের পরিবর্ত্তন দেখানো হইল।

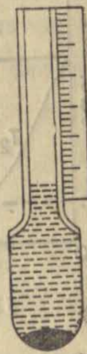


চিত্র 13.4

নিম্নলিখিত পরীক্ষা দ্বারা জলের ব্যতিক্রান্ত প্রসারণ দেখানো যায়।

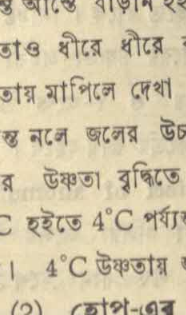
(1) **নির্দিষ্ট আয়তনের ডাইলেটোমিটার (Constant volume dilatometer):** (13.5) নং চিত্রে এই যন্ত্রের ছবি দেখানো হইয়াছে। একটি কাচের বাল্‌বে একটি সরু ও সমব্যাসের কাচের নল লাগান থাকে ও নলের গায়ে একটি স্কেল আটকানো আছে। বাল্‌বের আয়তনের সাত ভাগের একভাগ আয়তনের পারদ বাল্‌বে ভরা হয়। যেহেতু পারদের প্রসারাঙ্ক কাচের আয়তন প্রসারাঙ্কের

প্রায় সাতগুণ, সেইহেতু উষ্ণতার হ্রাস-বৃদ্ধিতে বাল্‌বের আয়তনের হ্রাস-বৃদ্ধি পারদের আয়তনের হ্রাস-বৃদ্ধির সহিত সমান হইবে। সুতরাং উষ্ণতার হ্রাস-বৃদ্ধিতে একমাত্র বাকী অংশের তরলের আয়তন সংকোচন বা প্রসারণ হইবে। প্রথমে নলের একটা নির্দিষ্ট দাগ পর্য্যন্ত বিশুদ্ধ জলে ভর্ত্তি করা হইল। যন্ত্রটিকে এইবার কিছুক্ষণ বরফ জলে ডুবাইয়া রাখা হইল। ইহাই জলের আয়তন। এইবার বাহিরের উষ্ণতা আস্তে আস্তে বাড়ান হইতে লাগিল। বাল্‌বের ভিতরের জলের উষ্ণতাও ধীরে ধীরে বাড়িবে। নলে জলের উচ্চতা বিভিন্ন উষ্ণতায় মাপিলে দেখা যাইবে যে, 0°C হইতে 4°C উষ্ণতা পর্য্যন্ত নলে জলের উচ্চতা কমিয়া যাইতেছে। পরে 4°C এর উপর উষ্ণতা বৃদ্ধিতে জলের উচ্চতা বাড়িয়া যায়। সুতরাং 0°C হইতে 4°C পর্য্যন্ত উষ্ণতা বৃদ্ধিতে জলের আয়তন কমিয়া যায়। 4°C উষ্ণতায় জলের আয়তন সবচেয়ে কম, সুতরাং ঘনত্ব সবচেয়ে বেশী।



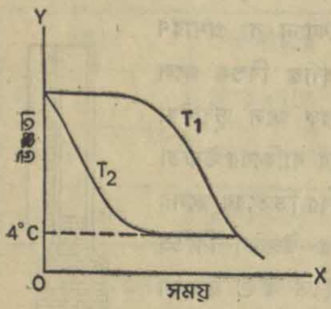
চিত্র 13.5

(2) **হোপ-এর পরীক্ষা (Hope's experiment):** এই যন্ত্রে (13.6 চিত্র) একটি বড় কাচের চোঙ A এর মাঝখানে বাহির দিক ঘেরিয়া একটি চওড়া পাত্র B থাকে। B পাত্রে হিমমিশ্র (বরফ ও লবনের মিশ্রণ) রাখা হয়। চোঙের তলা বন্ধ থাকে এবং উপরের ও নীচের অংশে দুইটি থার্মমিটার T_1 ও T_2 ঢুকান থাকে। প্রথমে চোঙে ঘরের উষ্ণতায় জল ভরা হয়। এইবার B পাত্রে হিমমিশ্রণ দেওয়া হয়। B পাত্রের সংস্পর্শে চোঙের মাঝখানের জল ঠাণ্ডা হইয়া ঘনত্ব বাড়িয়া যায় এবং চোঙের নীচে নামিয়া আসে, নীচের উষ্ণ হাল্‌কা জল উহার পরিবর্ত্তে উপরে উঠিয়া আসে। নীচের থার্মমিটার T_2 এর উষ্ণতা কমিতে থাকে। এইরূপ ঠাণ্ডা ও উষ্ণ জলের উপরে ও নীচে প্রবাহ চলিতে থাকে যতক্ষণ না নীচের অংশের উষ্ণতা 4°C হয়। এতক্ষণ উপরের থার্মমিটার T_1 এর উষ্ণতা প্রায় অপরিবর্ত্তিত অবস্থায় থাকে। ইহার পর চোঙের মাঝখানের জল ঠাণ্ডা হইতে আরম্ভ করে। এই জল নীচের জলের চেয়ে হাল্‌কা, কিন্তু উপরের অংশের জলের চেয়ে ভারী। সুতরাং নীচের থার্মমিটারের T_2 এর কোন পরিবর্ত্তন হয় না 4°C উষ্ণতায় স্থির থাকে। মাঝখানের জল আস্তে আস্তে 4°C উষ্ণতায় নামিয়া



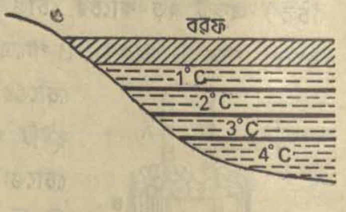
চিত্র 13.6

আসে এবং হিমমিশ্রের সংস্পর্শে উষ্ণতা আরো কমিতে থাকে। কিন্তু 4°C হইতে 0°C উষ্ণতায় নামিয়া আসিলেও 4°C উষ্ণতার জলের চেয়ে ভারী হয় না। তখনও নীচের থার্মমিটার T_2 এর উষ্ণতা 4°C থাকে। ইহা হইতে বোঝা যায় যে, 4°C উষ্ণতায় জলের ঘনত্ব সব থেকে বেশী। মাঝখানের জল ক্রমে 0°C উষ্ণতায় বরফ হয় এবং বরফ হাল্‌কা বলিয়া উপরে উঠিয়া আসে, উপরের জল ঠাণ্ডা হইতে থাকে। নির্দিষ্ট সময় অন্তর দুই থার্মমিটারের উষ্ণতা লইয়া ছক কাগজেX-অক্ষে সময় ও Y-অক্ষে উষ্ণতা আঁকিলে (13 7) চিত্রের ন্যায় হইবে।



চিত্র 13.7

13.10 জলের ব্যতিক্রান্ত প্রসারণের ফল (Effect of anomalous expansion of water) : জলের চেয়ে বরফ হাল্‌কা বলিয়া জলের উপর ভাসিয়া উঠে। 4°C উষ্ণতায় জলের ঘনত্ব সবচেয়ে বেশী। শীতপ্রধান দেশে ঠাণ্ডা বায়ুর সংস্পর্শে জলের উপরিভাগ ক্রমশ ঠাণ্ডা ও ঘন হইয়া নীচে নামিয়া আসে; তলার উষ্ণ ও হাল্‌কা জল উপরে উঠিয়া আসে। এইরূপে তলার জল ক্রমশ ঠাণ্ডা হইতে থাকে এবং যখন 4°C উষ্ণতায় পৌঁছায় তখন উহার ঘনত্ব সবচেয়ে বেশী বলিয়া উপরের দিকে উঠিয়া আসে না। কিন্তু উপরের ঠাণ্ডা বায়ুর সংস্পর্শে উপরিভাগের জলের উষ্ণতা ক্রমশ কমিতে কমিতে 0°C উষ্ণতায় বরফ হইয়া যায় এবং বরফ হাল্‌কা বলিয়া উপরে ভাসে। জল তাপের সুপরিবাহী নহে বলিয়া নীচের জলের উষ্ণতার কোন পরিবর্ত্তন হয় না। ফলে উপরে বরফ জমিয়া গেলেও মাছ ও অন্যান্য জলচর প্রাণী তলদেশ অনায়াসে বাঁচিয়া থাকে (13.8 চিত্র)

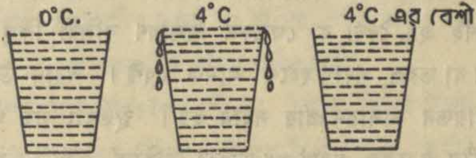


চিত্র 13.8

13.11. জলের ব্যতিক্রান্ত প্রসারণের একটি মজার ঘটনা : আমরা ঘরের উষ্ণতায় সাধারণত দেখি যে এক টুকরা বরফ কানায় কানায় জলপূর্ণ পাত্রে গলিয়া জল হইলে জল পাত্র উপচাইয়া পড়ে না। প্রশ্ন আসে, কেন হয়? জলের তল কোথায় থাকিবে? সব উষ্ণতাতেই কি একই রকম হইবে?

মনে করি, একটি জলপূর্ণ গ্লাসে কিছু বরফ 0°C উষ্ণতায় আছে। বরফ যখন

জলে ভাসে তখন ইহার আয়তনের 12 ভাগের 11 ভাগ জল অপসারণ করিয়া জলের তলায় থাকে এবং 1 ভাগ বাহিরে থাকে। আবার 0°C উষ্ণতায় 12 c.c. বরফ গলিয়া 0°C উষ্ণতায় 11 c.c. জল হয়। সুতরাং বরফ গলিয়া যখন জল হয় তখন সমস্ত বরফ গলিয়া 11 ভাগ আয়তনের সমান জল হয় অর্থাৎ বরফ গলা জলের আয়তন অপসারিত জলের আয়তনের সমান হয়। সুতরাং 0°C উষ্ণতায় বরফ গলিলে জল উপচাইয়া পড়িবে না (13.9i চিত্র)।



চিত্র 13.9 i, ii, iii

কিন্তু 4°C উষ্ণতার জলে বরফ দিলে বরফ জল হইতে কিছু তাপ গ্রহণ করিয়া গলিয়া জল হয়। ফলে পাত্রের জলের উষ্ণতা 4°C এর নীচে নামিয়া যায় এবং জলের ব্যতিক্রান্ত প্রসারণের ফলে জলের আয়তন বৃদ্ধি পায়। পাত্র উপচাইয়া জল পড়ে (13.9 (ii) চিত্র)।

আবার উত্তপ্ত জলে বরফ রাখিলে, বরফ গলিয়া সমস্ত জলের উষ্ণতা হ্রাস পায়। যদিও বরফ গলা জলের আয়তন অপসারিত জলের আয়তনের সমান তবুও উষ্ণতা হ্রাসের ফলে আয়তনের হ্রাস পায়। কারণ পাত্রের জলের উষ্ণতা 4°C এর বেশী। সুতরাং জলের তল নামিয়া যায় (13.9 (iii) চিত্র)।

চতুর্দশ পরিচ্ছেদ

গ্যাসের প্রসারণ (Expansion of gases) :

14.1. গ্যাসের প্রসারণ : উষ্ণতা বৃদ্ধিতে তরল ও কঠিন পদার্থের মত গ্যাসেরও প্রসারণ হয়। তবে ইহার নিজস্ব কোন আকার না থাকায়, কেবলমাত্র আয়তন প্রসারণই হয়, দৈর্ঘ্য বা ক্ষেত্রফল প্রসারণ বলিয়া কিছু নাই। গ্যাসের প্রসারাঙ্ক কঠিন বা তরল পদার্থ হইতে অনেক বেশী। সমান উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য সব গ্যাসের আয়তন প্রসারণ প্রায় সমান হয়। সুতরাং সব গ্যাসের প্রসারাঙ্ক প্রায় এক। কঠিন ও তরল পদার্থ শুধু উষ্ণতা বৃদ্ধিতে প্রসারিত হয়, চাপ প্রয়োগে প্রসারণ খুবই কম হয়। কিন্তু গ্যাসের বেলায় চাপের প্রভাব অনেক বেশী। সেইজন্য গ্যাসের প্রসারাঙ্কে চাপ ও উষ্ণতার উল্লেখ করিতে হয়।

গ্যাসের উপরোক্ত বিভিন্ন বৈশিষ্ট্যগুলি নিম্নের পরীক্ষাগুলি দ্বারা সহজে দেখানো যায়।

(1) একটি বোতলের মুখে ছিপি দিয়া আট্‌কাইয়া গরম করা হইল। কিছুক্ষণ পরে দেখা যাইবে যে শব্দ করিয়া ছিপি বোতলের মুখ হইতে ছিট্‌কাইয়া খুলিয়া গিয়াছে। এইরূপ হইবার কারণ হইল, গরমে বোতলের ভিতর বায়ু আয়তনে প্রসারিত হয়, কিন্তু বোতলের আয়তন একই থাকে। ফলে ভিতরের বায়ুর চাপ বাড়ে এবং ছিপি ছিট্‌কাইয়া খুলিয়া যায়।

(2) একটি বেলুনে মুখ দিয়া কিছু বায়ু ভর্তি করিয়া বাঁধা হইল। এইবার বেলুনটাকে একটু গরম করিলে দেখা যাইবে যে, বেলুনটি আস্তে আস্তে ফুলিয়া উঠে।

(3) একই আয়তনের কয়েকটি ফ্লাস্ক লইয়া প্রত্যেকটিতে সমপরিমাণ রঙীন জলে কিছুটা ভর্তি করা হইল। ফ্লাস্কগুলির মুখ বায়ু নিরুদ্ধ (air tight) ছিপি দিয়া আট্‌কানো। ছিপিগুলির মাঝখান দিয়া একটি করিয়া সরু কাচনল লাগান থাকে এবং এই নলগুলির শেষপ্রান্ত রঙীন জলে ডুবিয়া থাকে। ফ্লাস্কগুলিতে বিভিন্ন গ্যাস যেমন বায়ু, নাইট্রোজেন, অক্সিজেন ইত্যাদিতে পূর্ণ। কাচনলে জলের তল যেহেতু একই উচ্চতায় আছে, সেইহেতু প্রত্যেকটি ফ্লাস্কে সম আয়তন গ্যাস আছে। এইবার ফ্লাস্কগুলিকে একটি বড় গামলায় গরম জলে ডুবাইলে দেখা যাইবে যে রঙীন জল প্রত্যেকটি ফ্লাস্কে একই উচ্চতায় উঠিয়াছে। ইহা হইতে প্রমাণ হয়, একই উষ্ণতা বৃদ্ধিতে সব গ্যাসের আয়তন প্রসারণ সমান হয়।

14.2. গ্যাসের সূত্র (Gas Laws) : পূর্বেই বলা হইয়াছে, গ্যাসের প্রসারণে উষ্ণতা ও চাপ— এই দুই এরই প্রভাব খুব বেশী। কঠিন বা তরল পদার্থের ক্ষেত্রে কিন্তু চাপের প্রভাব খুবই কম। উষ্ণতার কোন পরিবর্ত্তন না করিয়া চাপের সামান্য পরিবর্ত্তন করিলে বা চাপের কোন পরিবর্তন না করিয়া উষ্ণতার সামান্য পরিবর্ত্তন করিলে, গ্যাসের আয়তনের যথেষ্ট পরিবর্ত্তন হয়। সুতরাং গ্যাসের প্রসারণে চাপ ও উষ্ণতার উল্লেখ করিতেই হইবে। চাপ ও উষ্ণতার পরিবর্ত্তনের সহিত গ্যাসের আয়তন ও চাপের পরিবর্ত্তনের সূত্রগুলিকে গ্যাসের সূত্র বলা হয়। নীচে এই সূত্রগুলির বর্ণনা দেওয়া হইল।

(1) **বয়েলের সূত্র (Boyle's law) :** কোন নির্দিষ্ট উষ্ণতায় কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন চাপের সহিত ব্যস্তানুপাতিক হয়। অর্থাৎ চাপ বাড়াইলে আয়তন কমে বা চাপ কমাইলে আয়তন বাড়ে।

যদি নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন V হয় এবং ইহার উপর চাপ P হয়, তবে সূত্র অনুযায়ী,

$V \propto \frac{1}{P}$ যখন উষ্ণতার কোন পরিবর্ত্তন হয় না।

অথবা **$PV =$ ধ্রুবক (Constant)**

তাহা হইলে, কোন নির্দিষ্ট উষ্ণতায় কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন যদি V_1, V_2, V_3 ইত্যাদি হয় এবং চাপও যথাক্রমে P_1, P_2, P_3 ইত্যাদি হয়, তবে সূত্র অনুযায়ী, $P_1V_1 = P_2V_2 = P_3V_3 =$ ধ্রুবক। ইহাকে গ্যাসের সমউষ্ণ অবস্থার সমীকরণ (Isothermal equation of state) বলে।

(2) **চার্লসের সূত্র (Charle's Law) :** কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন প্রতি 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধির বা হ্রাসের জন্য উহার আয়তন 0°C উষ্ণতায় আয়তনের নির্দিষ্ট ভগ্নাংশ $\frac{1}{273}$ বৃদ্ধি বা হ্রাস পায়। ইহাই চার্লসের সূত্র।

মনে করি, 0°C উষ্ণতায় নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন V_0। তাহা হইলে, চার্লসের সূত্র অনুযায়ী 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধিতে আয়তন হয় $V_1 = \left(V_0 + \frac{V_0}{273}\right)$.

এবং t°C উষ্ণতা বৃদ্ধিতে আয়তন হইবে $V_t = \left(V_0 + \frac{V_0 t}{273}\right)$. আবার t°C উষ্ণতা হ্রাসে উহার আয়তন হইবে, $V_{-t} = \left(V_0 - \frac{V_0 t}{273}\right)$।

(3) **চাপের সূত্র (Law of pressure) :** কোন নির্দিষ্ট ভরের কোন

নির্দিষ্ট আয়তনের গ্যাসের প্রতি 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধির বা হ্রাসের জন্য গ্যাসের চাপ 0°C উষ্ণতায় চাপের একটি নির্দিষ্ট ভগ্নাংশ $\frac{1}{273}$ বৃদ্ধি বা হ্রাস পায়।

মনে করি, 0°C উষ্ণতায় কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ P_0। তাহা হইলে চাপের সূত্র অনুযায়ী, 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধিতে নূতন চাপ হয়

$$P_1 = \left(P_0 + P_0 \frac{1}{273}\right) ।$$

আবার t°C উষ্ণতা বৃদ্ধি পাইলে, চাপ হইবে, $P_t = P_0 \left(1 + \frac{t}{273}\right)$. এবং

t°C উষ্ণতা হ্রাসে চাপ হইবে $P_{-t} = \left(P_0 - \frac{P_0 t}{273}\right)$.

14.3. গ্যাসের প্রসারাঙ্ক (Coefficient of expansion of gases): উষ্ণতা বৃদ্ধি বা হ্রাসে গ্যাসের দুইটি বিষয়ের পরিবর্তন হয় (1) উহার আয়তনের (2) উহার চাপের। এই কারণে গ্যাসের দুই রকমের প্রসারাঙ্ক আছে—

(1) আয়তন প্রসারাঙ্ক (Volume coefficient at constant pressure)।

(2) চাপ প্রসারাঙ্ক (Pressure coefficient at constant volume)।

(1) **আয়তন প্রসারাঙ্ক:** কোন নির্দিষ্ট চাপে কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের 0°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করিলে একক আয়তনে যে আয়তন বৃদ্ধি হয় তাহাকে আয়তন প্রসারাঙ্ক বলে। ইহার মান সকল গ্যাসের ক্ষেত্রেই সমান হয়।

মনে করি, কোন নির্দিষ্ট চাপে কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের 0°C ও t°C উষ্ণতায় আয়তন যথাক্রমে V_1 ও V_t। তাহা হইলে,

t°C উষ্ণতা বৃদ্ধিতে V_o আয়তনের গ্যাসের আয়তনে বৃদ্ধি $= V_t - V_0$

t°C ,, ,, একক ,, ,, ,, ,, $= \frac{V_t - V_0}{V_0}$

1°C ,, ,, ,, ,, ,, ,, ,, $= \frac{V_t - V_o}{V_o \times t}$

তাহা হইলে, আয়তন প্রসারাঙ্ক $\gamma_v = \frac{V_t - V_0}{V_0 \times t} / °C \cdots \qquad \cdots(14.1)$

পরীক্ষা করিয়া γ_v এর মান $\frac{1}{273}$ বা 0·00366 পাওয়া গিয়াছে। সুতরাং (14.1) সমীকরণে γ_v এর মান বসাইয়া $V_t = V_0 \left(1 + \frac{t}{273}\right)$। ইহাই চার্লস সূত্রের সমীকরণ।

গ্যাসের আয়তন প্রসারাঙ্কে সব সময় প্রাথমিক আয়তন 0°C উষ্ণতার আয়তনকে লইতে হইবে, তাহা না হইলে ভুল হইবে। কিন্তু কঠিন বা তরলের ক্ষেত্রে আয়তন প্রসারাঙ্ক খুব কম বলিয়া যে কোন উষ্ণতার আয়তনকে লওয়া যাইতে পারে। গ্যাসের আয়তন প্রসারাঙ্ক খুব বেশী বলিয়া তাহা করা যাইবে না। যদি t_1°C ও t_2°C উষ্ণতায় কঠিন বা তরলের আয়তন হয় যথাক্রমে V_1 ও V_2। তাহা হইলে আমরা লিখিতে পারি, $V_2 = V_1[1+\gamma(t_2-t_1)]$। কিন্তু গ্যাসের ক্ষেত্রে যদি 0°C উষ্ণতায় প্রাথমিক আয়তন V_o হয়, তবে, $V_1 = V_0[1+\gamma t_1]$ এবং $V_2 = V_0[1+\gamma t_2]$.

একটি উদাহরণে ইহা ভাল বুঝা যাইবে।

মনে করি, কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের 0°C উষ্ণতায় আয়তন = 273 c.c.। তাহা হইলে 100°C ও 200°C উষ্ণতায় ঐ গ্যাসের আয়তন হইবে,

$$V_{100} = 273\left[1+\frac{100}{273}\right] = 373 \text{ c.c.}$$

$$V_{200} = 273\left[1+\frac{200}{273}\right] = 473 \text{ c.c.}$$

কিন্তু কঠিন বা তরলের মত V_{100} কে প্রাথমিক আয়তন ধরিলে,

$$V_{200} = 373\left[1+\frac{200-100}{273}\right] = 510 \text{ c.c.}$$

সুতরাং গ্যাসের ক্ষেত্রে প্রাথমিক আয়তনকে সব সময় 0°C উষ্ণতায় লইতে হইবে।

(2) **চাপ প্রসারাঙ্ক**—কোন নির্দিষ্ট আয়তনের কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের 0°C হইতে 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করিলে একক চাপে যে চাপ বৃদ্ধি হয় তাহাকে চাপ প্রসারাঙ্ক বলে। ইহার মান সকল গ্যাসের ক্ষেত্রে সমান থাকে।

মনে করি, কোন নির্দিষ্ট আয়তনের কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের 0°C ও t°C উষ্ণতায় চাপ যথাক্রমে P_0 ও P_t.

তাহা হইলে, t°C উষ্ণতা বৃদ্ধিতে P_o চাপের গ্যাসের চাপ বৃদ্ধি পায় $= P_t - P_o$

t°C " " একক " " " " " $= \dfrac{P_t - P_o}{P_o}$

1°C " " " " " " " " $= \dfrac{P_t - P_o}{P_o \times t}$

ইহাই চাপ প্রসারাঙ্ক। সুতরাং $\gamma_v = \frac{P_t - P_o}{P_o \times t} / ^\circ C \cdots \qquad \cdots(14.2)$

14.4. আয়তন প্রসারাঙ্ক ও চাপ প্রসারাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক :

মনে করি, কোন নির্দিষ্ট চাপে P_o কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের $0^\circ C$ ও $t^\circ C$ উষ্ণতায় যথাক্রমে আয়তন V_o ও V_t হয়।

সুতরাং, $V_t = V_o[1+\gamma_p t] \ldots \qquad \ldots. \qquad \ldots.(14.3)$

এইবার $t^\circ C$ উষ্ণতার কোন পরিবর্তন না করিয়া, চাপ P_o হইতে P_t তে বাড়ান হইল। তাহা হইলে গ্যাসের আয়তন V_t হইতে V_o তে আবার কমিয়া আসিবে।

সুতরাং, বয়েলের সূত্র অনুসারে, $P_o V_t = P_t V_o \ldots. \qquad \ldots(14.4)$

উপরের সমীকরণ দুইটি হইতে আমরা পাই, $P_t = P_o[1+\gamma_p t] \cdots(14.5)$

কিন্তু চাপ প্রসারাঙ্কের সংজ্ঞানুসারে $P_t = P_o[1+\gamma_v t] \cdots \qquad \cdots(14.6)$

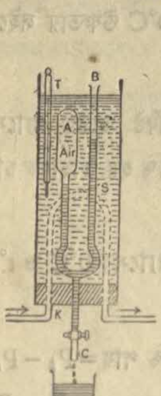
সুতরাং (14.5) ও (14 6) নং সমীকরণ দুইটি হইতে আমরা পাই,

$$\gamma_p = \gamma_v \cdots \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (14.7)$$

অর্থাৎ আয়তন প্রসারাঙ্ক = চাপ প্রসারাঙ্ক।

14.5. স্থিরচাপ থার্মমিটার (Constant Pressure thermometer)

রেনোর যন্ত্র (Regnault's apparatus) : এই যন্ত্রে একটি U-আকৃতির AB কাচনলের A প্রান্তে একটি বাল্‌ব আছে ও অপর প্রান্ত B খোলা থাকে (14.1 চিত্র)। বাল্‌বটি শুষ্ক বায়ুতে পূর্ণ থাকে। বাল্‌বের দিকের অংশে গ্যাসের আয়তন দেখিবার জন্য স্কেলের দাগ কাটা থাকে। U-নলের নীচের অংশে একটি ছিপিযুক্ত ছোট নল C লাগান আছে। U নলটি সালফিউরিক অ্যাসিডে ভর্তি করা থাকে। এই অ্যাসিড বাল্‌বের মধ্যেকার গ্যাসের জলীয় বাষ্প শোষণ করিয়া শুষ্ক রাখে। তাহা ছাড়া এই অ্যাসিডের বাষ্পের চাপ খুবই কম। এই দুইটি কারণে সালফিউরিক অ্যাসিড লওয়া হয়। সমগ্র U নলটিকে একটি কাচপাত্রে জলের মধ্যে ডুবান থাকে যাহাতে বাল্‌বটি জলে সম্পূর্ণ ডুবিয়া যায়, কিন্তু B প্রান্ত

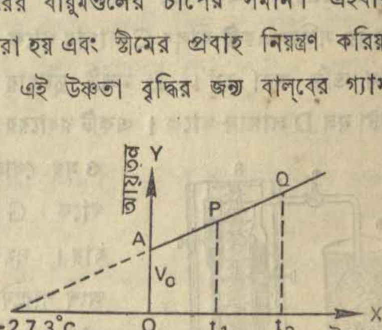


চিত্র 14.1

জলের উপরে থাকে। বড় কাচপাত্রের নীচের মুখ রবার কর্ক K দ্বারা আটকানো

থাকে এবং এই কর্কের মধ্য দিয়া C নল বাহির হইয়াছে। ইহা ছাড়া জলের মধ্যে একটি বাঁকানো তামার নল S কর্কের মধ্য দিয়া ঢুকান আছে। এই নলের মধ্য দিয়া স্টীম চালাইয়া জলকে গরম করা হয়। একটি আলোড়ক (stirrer) দ্বারা জলকে নাড়ান হয় যাহাতে সমস্ত জল সমান উষ্ণতায় আসে। বাল্‌বের কাছে একটি থার্মমিটার T দ্বারা উষ্ণতা মাপা হয়।

প্রথমে বালবের গ্যাসকে বড় কাচ পাত্রের জলের উষ্ণতায় আনা হয়। C নলের ছিপি খুলিয়া বা B প্রান্তের খোলা মুখ দিয়া অ্যাসিড ঢালিয়া U নলের দুই বাহুতে অ্যাসিডের তল সমান করা হয়। বাল্‌বের স্কেল হইতে গ্যাসের আয়তন ও থার্মমিটার হইতে উষ্ণতা মাপা হয়। যেহেতু U-নলের দুই বাহুতে অ্যাসিডের তল সমান, A বাল্‌বের গ্যাসের চাপ বাহিরের বায়ুমণ্ডলের চাপের সমান। এইবার তামার নল S এর মধ্য দিয়া স্টীম চালনা করা হয় এবং স্টীমের প্রবাহ নিয়ন্ত্রণ করিয়া জলের উষ্ণতা 10°C করিয়া বাড়ান হয়। এই উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য বাল্‌বের গ্যাস আয়তনে বাড়িবে এবং চাপে A বাহুর অ্যাসিডকে নীচে ঠেলিয়া দেয়। C নলের ছিপি খুলিয়া দুই বাহুর অ্যাসিডের তল সমান করা হয়। তাহা হইলে এইবারও বাল্‌বের ভিতরের গ্যাসের চাপ বাহিরের বায়ুমণ্ডলের চাপের সমান। বাল্‌বের স্কেল হইতে গ্যাসের নূতন আয়তন ও থার্মমিটার হইতে নূতন উষ্ণতা মাপা হয়। এইরূপ স্টীম প্রবাহ নিয়ন্ত্রণ করিয়া বিভিন্ন উষ্ণতায় বায়ুমণ্ডলের চাপে বাল্‌বের গ্যাসের আয়তন মাপা হয়। আয়তনকে Y-অক্ষে ও উষ্ণতাকে X-অক্ষে আঁকিয়া একটি লেখচিত্র তৈয়ারী করিলে একটি সরলরেখা হইবে (14.2 চিত্র)। সরলরেখাকে বর্ধিত করিলে উহা আয়তনের অক্ষকে A বিন্দুতে ছেদ করিবে এবং উষ্ণতার অক্ষকে −273°C দূরে স্পর্শ করিবে। সুতরাং 0°C উষ্ণতায় OA হইল গ্যাসের আয়তন। মনে করি, ইহার মান V_o। এইবার সরলরেখার উপর যে কোন একটি বিন্দু P লইয়া উষ্ণতা ও আয়তন নির্ণয় করা হইল। মনে করি, উহা যথাক্রমে t°C ও V_t।



চিত্র 14.2

তাহা হইলে, আয়তন প্রসারাঙ্ক $\gamma_v = \dfrac{V_t - V_o}{V_o \times t}$

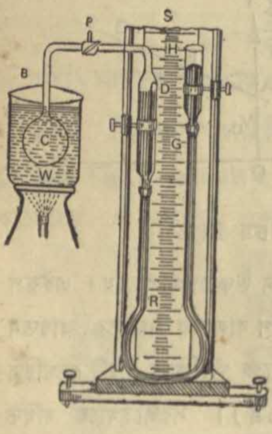
অথবা, ঐ লেখচিত্রের উপর দুইটি বিন্দু P ও Q এর আয়তন ও উষ্ণতা যদি যথাক্রমে V_1, V_2 এবং t_1°C ও t_2°C হয় তবে,

$$V_1 = V_o[1+\gamma_p t_1] \text{ ও } V_2 = V_o[1+\gamma_p t_2]$$

$$\therefore \frac{V_1}{V_2} = \frac{1+\gamma_p t_1}{1+\gamma_p t_2} \quad \text{বা} \quad \gamma_p = \frac{V_2 - V_1}{V_1 t_2 - V_2 t_1}$$

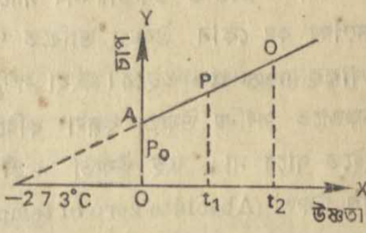
সুতরাং, γ_p বাহির করা যায় এবং পরীক্ষার ফল হইতে ইহার মান $\frac{1}{273}$ পাওয়া যায়। ইহা চার্লস সূত্রের সত্যতা প্রমাণ করে। ইহা ছাড়া বর্ধিত সরলরেখা উষ্ণতা অক্ষকে $-273°C$ ছেদ করায় বুঝা যায় যে, $-273°C$ উষ্ণতায় সব গ্যাসের আয়তন শূন্য।

14.6. নির্দিষ্ট আয়তনে চাপ প্রসারাঙ্ক নির্ণয় : জলির যন্ত্র (Jolly's apparatus) : এই যন্ত্রে একটি সরু কাচনল B (capillary tube) এর এক প্রান্তের সহিত একটি বাল্ব C লাগান থাকে (14.3 চিত্র)। এই বাল্বে পরীক্ষাধীন গ্যাস ভর্তি করা হয়। B নলটি দুইবার সমকোণে বাঁকানো হয় এবং অপরপ্রান্তে মোটা নল D লাগান থাকে। একটি রবারের নল R দ্বারা D নলটি আর একটি মোটা ও মুখ খোলা কাচনল G এর সহিত যোগ করা থাকে। G নলটিকে কাঠের ফ্রেমে উঠান বা নামান যায়। সমস্ত রবার নলে এবং D ও G নলের কিছু অংশ পারদে পূর্ণ থাকে। কাঠের ফ্রেমে একটি স্কেল আঁটা আছে। D ও G নলে পারদের তলের ব্যবধান এই স্কেলের সাহায্যে পড়া যায়। D নলে একটি দাগ দেওয়া থাকে। G নলটিকে উচু ও নীচু করিয়া প্রত্যেকবার পারদকে D নলের দাগ পর্যন্ত আনা হয়। ইহাতে বাল্বে গ্যাসের আয়তন প্রত্যেকবার একই থাকে। B নলের মাঝখানে একটি তিন পথযুক্ত প্যাঁচকল P আছে। ইহার মধ্য দিয়া যে কোন গ্যাস বাল্বে ভরা যায়। বাল্বটিকে একটি জলপূর্ণ পাত্রে ডুবাইয়া রাখা হয় এবং জল গরম করিলে বাল্বের গ্যাস প্রসারিত হইয়া D নলের পারদস্তম্ভকে নীচে নামাইয়া দেয়। G নলকে উঠাইয়া বা নামাইয়া D নলের পারদস্তম্ভকে নির্দিষ্ট দাগ পর্যন্ত আনা হয় এবং D ও G নলের পারদস্তম্ভের ব্যবধান নির্ণয় করা হয়। বায়ুমণ্ডলের চাপের সঙ্গে এই পারদ স্তম্ভের ব্যবধান জনিত চাপ যোগ করিলে বাল্বের গ্যাসের চাপ পাওয়া যাইবে। যদি বায়ুমণ্ডলের চাপ H হয় এবং পারদস্তম্ভের ব্যবধানজনিত চাপ h হয়, তবে গ্যাসের চাপ হয় $= H+h$। কিন্তু যদি G নলের



চিত্র 14.3

পারদস্তম্ভ D নলের নির্দিষ্ট দাগের নীচে থাকে তবে এই ব্যবধান জনিত চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপ হইতে বিয়োগ করিতে হইবে। 10°C অন্তর উষ্ণতা স্থির রাখিয়া কয়েকবার এইরূপ বাল্‌বের গ্যাসের চাপ মাপা হয়। ইহার পর চাপকে Y-অক্ষে ও উষ্ণতাকে X-অক্ষে আঁকিয়া একটি লেখচিত্র তৈয়ারী করিলে একটি সরলরেখা পাওয়া যাইবে (14·4 চিত্রে)। সরলরেখাকে বর্ধিত করিলে উহা চাপের অক্ষকে A বিন্দুতে ও উষ্ণতা অক্ষকে −273°C দূরে ছেদ করিবে। সুতরাং 0°C উষ্ণতায় OA হইল গ্যাসের চাপ। মনে করি, ইহার মান P_o; এইবার সরলরেখার উপর যে কোন একটি বিন্দু P লইয়া উষ্ণতা ও চাপ বাহির করা হইল। মনে করি, ইহা যথাক্রমে t°C ও P_t। তাহা হইলে, চাপ প্রসারাঙ্ক $\gamma_v = \dfrac{P_t - P_o}{P_o \times t}$।



চিত্র 14·4

অথবা, ঐ লেখচিত্রের উপর দুইটি বিন্দু P ও Q এর চাপ ও উষ্ণতা যদি যথাক্রমে P_1, P_2 এবং t_1°C ও t_2°C হয় তবে,

$$P_1 = P_o[1+\gamma_v t_1] \quad ও \quad P_2 = P_o[1+\gamma_v t_2]$$

$$\therefore \frac{P_1}{P_2} = \frac{1+\gamma_v t_1}{1+\gamma_v t_2} \quad বা,\ \gamma_v = \frac{P_2 - P_1}{P_1 t_2 - P_2 t_1}$$

সুতরাং γ_v বাহির করা যায় এবং ইহার মান বিভিন্ন গ্যাসের ক্ষেত্রে একই হইবে। ইহাছাড়া সরলরেখাটি উষ্ণতা অক্ষকে −273°C ছেদ করায় বুঝা যায় যে, ঐ উষ্ণতায় সব গ্যাসের চাপ শূন্য হয়।

উষ্ণতার চরম স্কেল (Absolute scale of Temperature):

চার্লসের সূত্র অনুসারে, 0°C উষ্ণতায় কোন গ্যাসের আয়তন V_o হইলে, t°C উষ্ণতায় উহার আয়তন $V_t = V_o\left(1+\frac{t}{273}\right)$ হইবে। তাহা হইলে, বিভিন্ন উষ্ণতায় গ্যাসের আয়তন হইবে,

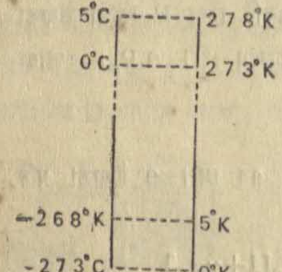
1°C উষ্ণতায় $\quad V_1 = V_o\left(1+\frac{1}{273}\right)$

100°C ,, $\quad V_{100} = V_o\left(1+\frac{100}{273}\right)$

−100°C ,, $\quad V_{-100} = V_o\left(1-\frac{100}{273}\right)$

$$-273°C \text{ উষ্ণতায় } V_{-273}=V_0\left(1-\frac{273}{273}\right)=0$$

অর্থাৎ −273°C উষ্ণতায় সব গ্যাসের আয়তন শূন্য হইবে। আমরা ইহা অপেক্ষা কম কোন উষ্ণতা ভাবিতে পারি না, তাহা হইলে গ্যাসের আয়তন ঋণাত্মক (negative) হইবে। ইহা সম্পূর্ণ অবাস্তব। সেইজন্য আমরা '−273°C' উষ্ণতাকে সর্বনিম্ন উষ্ণতা কল্পনা করিতে বাধ্য হই—ইহা অপেক্ষা কম উষ্ণতা হইতে পারে না। এই উষ্ণতা '−273°C' কে সেইজন্য চরমশীতলতা বা চরম শূন্য উষ্ণতা (Absolute zero of temperature) বলে। যে স্কেলে '−273°C' উষ্ণতাকে শূন্য ধরিয়া প্রত্যেক ডিগ্রিকে সেন্টিগ্রেড ডিগ্রির সমান করা হয় তাহাকে উষ্ণতার চরম স্কেল (Absolute scale of temperature) বলে (14·5 চিত্র)।



চিত্র 14·5

ইহাকে অনেকসময় চরম সেন্টিগ্রেড স্কেল (Absolute Centigrade scale) বলে। এই স্কেলের মাপা উষ্ণতাকে চরম উষ্ণতা (Absolute temperature) বলে। ইহাকে T°A ভাবে লেখা হয়। Lord Kelvin এই স্কেল আবিষ্কার করেন বলিয়া তাঁহার নামানুসারে এই স্কেলের উষ্ণতাকে T°K ও লেখা হয়। এই স্কেল অনুসারে বরফের গলনাঙ্ক 0°C= 273°K ও জলের স্ফুটনাঙ্ক 100°C=(100+273)°K=373°K। অর্থাৎ t°C উষ্ণতা চরম স্কেল হয় T°K=(273+t)°K.

14·8 চরম স্কেলে চার্লস ও চাপের সূত্র (Charles' law and law of pressure expressed in absolute Scale) :

চার্লস সূত্র অনুসারে যদি কোন নির্দিষ্ট চাপে P, কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের t_1°C ও t_2°C উষ্ণতায় আয়তন যথাক্রমে V_1 ও V_2 হয়, তবে

$$V_1=V_0\left(1+\frac{t_1}{273}\right)=V_0\frac{273+t_1}{273} \qquad \ldots\ldots(14·7)$$

$$\text{এবং} \quad V_2=V_0\left(1+\frac{t_2}{273}\right)=V_0\frac{273+t_2}{273} \qquad \ldots\ldots(14·8)$$

কিন্তু চরম স্কেলে, $T_1°K=[t_1+273]°K$ এবং $T_2°K=[t_2+273]°K$

সুতরাং (14.7) ও (14·8) সমীকরণ দুইটি লেখা যায়,

$$V_1=V_0\frac{T_1}{273} \text{ এবং } V_2=V_0\frac{T_2}{273}$$

বা, $\frac{V_1}{V_2}=\frac{T_1}{T_2}$ বা, $\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}$= ধ্রুবক যখন P স্থির থাকে। ......(14.9)

$\therefore$ $V \propto T$ যখন P স্থির থাকে।

অর্থাৎ **নির্দিষ্ট চাপে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন উহার চরম উষ্ণতার সমানুপাতিক হয়।** এইভাবেও চার্লস সূত্র লেখা যায়।

আবার, চাপের সূত্র হইতে ঠিক একইরকম ভাবে দেখান যায়,

$\frac{P_1}{P_2}=\frac{273+t_1}{273+t_2}=\frac{T_1°K}{T_2°K}$ যখন V স্থির থাকে। ......(14.10)

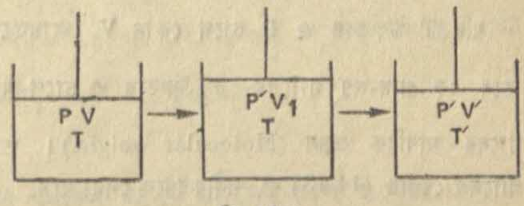
$\therefore$ $P \propto T$ যখন V স্থির থাকে।

অর্থাৎ **নির্দিষ্ট আয়তনে কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ ঐ গ্যাসের চরম উষ্ণতার সমানুপাতিক হয়।**

14 9 গ্যাস সমীকরণ (Gas equation) :

মনে করি, কোন নির্দিষ্ট ভরের কোন গ্যাসের P চাপে ও T চরম উষ্ণতায় আয়তন V। এইবার এই গ্যাসের চাপ ও উষ্ণতা উভয়েরই পরিবর্তন করা হইল। মনে করি, এই নূতন চাপ ও উষ্ণতা যথাক্রমে P′ ও T′। এই চাপ ও উষ্ণতার পরিবর্তনে গ্যাসের আয়তনের পরিবর্তন হইবে। এই নূতন আয়তন V′ নিম্নলিখিত উপায়ে বাহির করা যায় (14.6 চিত্র)।

(1) প্রথমে এই গ্যাসের উষ্ণতাকে নির্দিষ্ট রাখিয়া চাপ P হইতে P′এ পরিবর্তন করা হইল। তাহা হইলে, আয়তন V হইতে V_1–এ পরিবর্তিত হইবে। এইক্ষেত্রে বয়েলের সূত্র হইতে, আমরা পাই,



চিত্র 14·6

$PV=P'V_1$ যখন উষ্ণতা T স্থির থাকে।

বা, $V_1=\frac{PV}{P'}$ ......(14.11)

(2) এইবার চাপ P′ এর কোন পরিবর্তন না করিয়া উষ্ণতা T হইতে T′ এ পরিবর্তন করা হইল। তাহা হইলে গ্যাসের আয়তন V_1 হইতে V′ এ পরিবর্তিত হইবে। এইক্ষেত্রে চার্লসের সূত্র হইতে,

$\frac{V_1}{T}=\frac{V'}{T'}$ যখন চাপ P′ স্থির থাকে।

(14.11) নং সমীকরণ হইতে V_1 এর মান বসাইয়া,

$$\frac{PV}{P'T} = \frac{V'}{T'} \text{ বা, } \frac{PV}{T} = \frac{P'V'}{T'} \qquad \text{......(14.12)}$$

অতএব, $\frac{PV}{T}$ = ধ্রুবক (মনে করি K)

$$\therefore \quad PV = KT \qquad \text{......(14.13)}$$

অর্থাৎ নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন ও চাপের গুণফল চরম উষ্ণতার সমানুপাতিক হয়।

K একটি ধ্রুবক। ইহা গ্যাসের ভরের উপর নির্ভর করে। এই সমীকরণকে গ্যাস সমীকরণ বা অবস্থা সমীকরণ (Gas equation বা Equation of state) বলে। P, V, T, এর মধ্যে যে কোন দুইটি জানা থাকিলে তৃতীয়টি বাহির করিয়া গ্যাসের সম্পূর্ণ অবস্থা জানা যায়। যে গ্যাস এই সমীকরণ অর্থাৎ চার্লস ও বয়েলের সূত্র মানিয়া চলে তাহাকে আদর্শ গ্যাস (Ideal or Perfect gas) বলা হয়। কোন গ্যাসই আদর্শ গ্যাস নয়; চাপ যত বাড়ানো যায়, আচরণের অমিল তত বাড়ে।

এক গ্রাম-অণু (gramme-molecul e) গ্যাসের ক্ষেত্রে, K এর মান সব গ্যাসের বেলায় এক হইবে। তখন এই ধ্রুবককে গ্যাস ধ্রুবক (Gas constant) বলে এবং ইহাকে R দিয়া লেখা হয়।

যদি T উষ্ণতায় ও P চাপে কোন V আয়তনের গ্যাসের ভর হয় W, তবে এক গ্রাম-অণু গ্যাসের ঐ উষ্ণতায় ও চাপে আয়তন হয় $=\frac{MV}{W}$; M হইল গ্যাসের আণবিক ওজন (Molecular weight)। তাহা হইলে, এক গ্রাম অণু গ্যাসের বেলায় (14.13) নং সমীকরণকে লেখা যায়,

$$\frac{PMV}{W} = RT \text{ or, } PV = \frac{W}{M}RT = nRT \qquad \text{...(14.14)}$$

n হইল গ্যাসের ভর ও আণবিক ওজনের অনুপাত। 0°C উষ্ণতায় ও 760 m.m. পারদের চাপে কোন গ্যাস থাকিলে বলা হয় গ্যাসটি প্রমাণ উষ্ণতায় ও চাপে রয়েছে (Normal temperature and pressure, N. T. P)।

14.10 গ্যাস ধ্রুবকের মান (Value of Gas constant, R) :

এক গ্রাম-অণু গ্যাসের ক্ষেত্রে গ্যাস সমীকরণ হইতে গ্যাস ধ্রুবক এর মান লেখা যায়, $R = \frac{PV}{T}$

প্রমাণ উষ্ণতা ও চাপে এক গ্রাম অণু গ্যাসের আয়তন=22.4 litre=22400 c. c. এবং প্রমাণ উষ্ণতা T=0°C=273°k ও প্রমাণ চাপ=76 cm. পারদস্তম্ভের চাপ=$76 \times 13.59 \times 981$ dynes/sq. cm=1.01×10^6 dynes/sq. cm.

$$\text{সুতরাং } R=\frac{PV}{T}=\frac{1.01 \times 10^6 \times 22400}{273}$$

$$=8.31 \times 10^7 \text{ ergs/mole °k}=\frac{8.31 \times 10^7}{J} \text{ cal/mole °k}=1.98 \text{ cal/mole °k}$$

যেহেতু $J=4.2 \times 10^7$ ergs/cal.

14.11 গ্যাসের ঘনত্বের পরিবর্তন (Variation of density of a gas) :

আমরা জানি, আয়তন $(V)=\frac{\text{ভর (M)}}{\text{ঘনত্ব (D)}}$.

উষ্ণতা ও চাপের পরিবর্তন করিলে, গ্যাসের আয়তনের পরিবর্তন হয়। ফলে ঘনত্বেরও পরিবর্তন হয়। সুতরাং দুই উষ্ণতায় T_1 ও T_2তে এবং দুই চাপে P_1 ও P_2তে গ্যাসের আয়তন হয় যথাক্রমে, $V_1=\frac{M}{D_1}$ ও $V_2=\frac{M}{D_2}$

D_1 ও D_2 উক্ত উষ্ণতায় ও চাপে গ্যাসের ঘনত্ব। কিন্তু গ্যাস সমীকরণ

$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}$ হইতে পাই,

$$\frac{P_1M}{D_1T_1}=\frac{P_2M_2}{D_2T_2} \quad \text{বা,} \quad \frac{P_1}{D_1T_1}=\frac{P_2}{D_2T_2} \qquad \ldots\ldots(14.15)$$

সুতরাং যখন উষ্ণতা স্থির থাকে ও চাপের পরিবর্তন করা হয়, তখন নির্দিষ্ট ভরের

গ্যাসের $\frac{P_1}{D_1}=\frac{P_2}{D_2}$ যখন $T_1=T_2$ ......(14.16)

$\therefore \quad P \propto D.$

অর্থাৎ **নির্দিষ্ট উষ্ণতায় নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ ও ঘনত্ব সমানুপাতিক হয়।**

আবার যখন চাপ স্থির থাকে, $P_1=P_2$ হয়, তখন উষ্ণতার পরিবর্তনে,

$$D_1T_1=D_2T_2 \qquad \ldots\ldots(14.17)$$

অর্থাৎ **নির্দিষ্ট চাপে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের ঘনত্ব ও চরম উষ্ণতা ব্যস্তানুপাতিক হয়।**

উদাহরণ :

1. 27°C উষ্ণতায় ও 760 m m. পারদের চাপে কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন 1000 c.c.। 0°C উষ্ণতায় ও 740 m.m. পারদের চাপে ঐ গ্যাসের আয়তন কত হইবে?

[The volume of a given mass of a gas at 27°C and 760 m. m. pressure is 1000 c.c. What volume will it occupy at 0°C and 740 m.m. pressure ?]

আমরা জানি, $\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}$

এখানে, $P_1=760$ m.m. $\qquad P_2=740$ m.m.

$V_1=1000$ c c. $\qquad V_2=$?

$T_1=(27+273)°k=300°k \qquad T_2=273°k.$

সুতরাং $\frac{760\times1000}{300}=\frac{740\times V_2}{273} \quad \therefore V_2=934{\cdot}6$ c.c.

2. প্রমাণ চাপ ও উষ্ণতায় বায়ুর ঘনত্ব 0·00129 gm/c.c.। যদি বায়ুর চাপ 76 cm. হইতে 74 cm. হয় তবে 15 litres আয়তনের বায়ুর ভরের কত পার্থক্য হইবে ?

[The density of air at N. T. P. is 0·00129 gm/c.c. Find the alteration in the weight of 15 litres of air when barometer falls from 76 cm. to 74 cm.]

যখন কোন উষ্ণতার পরিবর্তন হয় না তখন নির্দিষ্ট ভরের (m) গ্যাসের জন্য প্রযোজ্য সমীকরণ হইল—

$$P_1V_1=P_2V_2$$

P_1 এবং P_2 চাপে গ্যাসের ঘনত্ব যথাক্রমে ρ_1 এবং ρ_2 হইলে

$$_1=\frac{m}{V_1} \text{ এবং } \rho_2=\frac{m}{V_2}$$

$\therefore$ ঘনত্বের সমীকরণ হইবে $\frac{P_1}{\rho_1}=\frac{P_2}{\rho_2}$

$$\therefore \rho_2=\frac{P_2}{P_1}\cdot \rho_1=\frac{74}{76}\times0{\cdot}00129 \text{ gm/c.c.}$$

$\therefore$ P_2 চাপে 15 লিটার বায়ুর ভর $=\rho_2\times15000$ গ্রাম

P_1 চাপে 15 লিটার বায়ুর ভর $=\rho_1\times15000$ গ্রাম

$\therefore$ নির্ণেয় বায়ুর ভরের পার্থক্য $=\rho_1\times15000-\rho_2\times15000$

$$=\left(0{\cdot}00129-\frac{74}{76}\times0{\cdot}00129\right)\times15000$$

$$=\frac{2}{76}\times0{\cdot}00129\times15000=0{\cdot}509 \text{ গ্রাম}$$

3. প্রমাণ চাপ ও উষ্ণতায় 1 c.c. CO_2 এর ভর 0·0019 gm. তাহা হইলে 127°C উষ্ণতায় ও প্রমাণ চাপের অর্ধেক চাপে 1 gm. CO_2 এর আয়তন কত ?

[Find the volume of 1 gm. of CO_2 at 127°C and half the standard pressure. If 1 c.c. of CO_2 weighs 0·0019 gm at N. T. P.]

উঃ প্রমাণ চাপ ও উষ্ণতায় 0·0019 gm. CO_2 এর আয়তন=1c.c.

$\therefore$ প্রমাণ চাপ ও উষ্ণতায় 1 gm. CO_2 এর আয়তন$=\frac{1}{0{\cdot}0019}$c.c.

আমরা জানি, $\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}$

এখানে, $P_1=76$ cm. $\quad P_2=38$ cm.

$V_1=\frac{1}{0{\cdot}0019}$ c.c. $\quad V_2=?$

$T_1=273°K \quad T_2=(273+127)=400°K.$

$\therefore \frac{76\times 1}{0{\cdot}0019\times 273}=\frac{38\times V_2}{400} \quad \therefore V_2=1543$ c c.

4. 27°C উষ্ণতায় কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন 300 c.c.। স্থির চাপে 50°C উষ্ণতায় উহার আয়তন হয় 323 c.c.। গ্যাসের প্রসারাঙ্ক বাহির কর।

[A given mass of a certain gas occupies 300 c.c. at 27°C. When it is heated at constant pressure to 50°C its volume becomes 323 c.c. Find the coefficient of expansion of the gas.]

উঃ 27°C উষ্ণতায় গ্যাসের আয়তন $V_1=300$ c.c.

50°C উষ্ণতায় গ্যাসের আয়তন $V_2=323$ c.c.

মনে করি, 0°C উষ্ণতায় গ্যাসের আয়তন$=V_0$.

সুতরাং $V_1=V_0(1+\gamma 27)$ এবং $V_2=V_0(1+\gamma 50)$.

$\therefore \frac{V_1}{V_2}=\frac{300}{323}=\frac{1+\gamma 27}{1+\gamma 50} \therefore \gamma=\frac{1}{273}$

সুতরাং গ্যাসের প্রসারাঙ্ক$=\frac{1}{273}/°C.$

5. 27°C উষ্ণতায় কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ 60 cm. পারদস্তম্ভের চাপের সমান। যদি আয়তনের কোন পরিবর্তন না হয় তবে 127°C উষ্ণতায় ঐ গ্যাসের কত চাপ হইবে ?

[A given mass of a gas at 27°C exerts a pressure of 60 cm of mercury. What pressure will it exert at 127°C if the volume remains constant ?]

উঃ আমরা জানি, $\frac{P_2V_2}{T_2}=\frac{P_1V_1}{T_1}$. এখানে $V_1=V_2$

এবং $P_1=60$ cm. $T_1=273+27=300°K$
$P_2=?$ $T_2=273+127°=400°K$

$\therefore \frac{P_2}{400}=\frac{60}{300} \therefore P_2=80$ cm.

সুতরাং গ্যাসের চাপ=80 cm. পারদস্তম্ভের চাপের সমান।

6· প্রমাণ উষ্ণতা ও চাপে 1 litre হাইড্রোজেন গ্যাসের ওজন 0·09 gms. 27°C উষ্ণতায় 274 cm. চাপে 1 litre ঐ গ্যাসের কত ওজন হইবে ?

[A litre of hydrogen at N.T.P. weighs 0·09 gms. what is the weight of a litre of this gas at 27°C and 74 cm. pressure ?]

উঃ আমরা জানি, $\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}$

এখানে, $P_1=74$ cm. $P_2=76$ cm.
$V_1=1$ litre $V_2=?$
$T_1=273+27=300°k$ $T_2=273°k$.

$$\therefore \frac{74\times1}{300}=\frac{76\times V_2}{273} \quad \therefore \quad V_2=\frac{74\times273}{300\times76} \text{ litre.}$$

সুতরাং 74 cm. চাপে ও 27°C উষ্ণতায় 1 litre গ্যাস 76 c.m. এবং 0°C উষ্ণতায় $\frac{74\times273}{300\times76}$ litre হয়।

কিন্তু প্রমাণ উষ্ণতায় ও চাপে 1 litre গ্যাসের ওজন=0·09 gms.

$\therefore \frac{74\times273}{300\times76}$ litre গ্যাসের ওজন$=\frac{74\times273}{300\times76}\times0{\cdot}09$gms. $=0{\cdot}08$ gm.

বিকল্প পদ্ধতি: এখানে ঘনত্ব লিটার প্রতি ধরা হইবে।

মনে করি, প্রমাণ উচ্চতা ও চাপে গ্যাসের ঘনত্ব=0.09 gm/litre$=D_1$

এবং 27°C উষ্ণতায় 74 c.m. চাপে ঘনত্ব$=D_2$ gms/litre

আমরা জানি, $\frac{P_1}{D_1T_1}=\frac{P_2}{D_2T_2}$

এখানে, $P_1=76$ cm. $P_2=74$ cm.
$D_1=0{\cdot}09$ gms/litre $D_2=?$
$T_1=273°k$ $T_2=273+30=300°k$

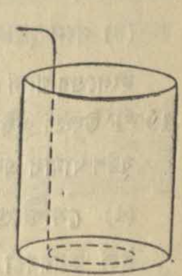
$$\therefore \frac{76}{0{\cdot}09\times273}=\frac{74}{D_2\times300} \qquad \therefore D_2=\frac{74\times0{\cdot}09\times273}{300\times76}$$
$$=0{\cdot}08 \text{ gm/litre}$$

পঞ্চদশ পরিচ্ছেদ

ক্যালরিমিতি (Calorimetry)

15.1 তাপের পরিমাণ ও একক (Quantity of heat and unit of heat) :

আগেই বলেছি, তাপ এক ধরণের শক্তি এবং ইহার পরিমাপ করা সম্ভব। পদার্থের মধ্যে তাপের পরিমাণ মাপার পদ্ধতির নাম ক্যালরিমিতি এবং যে পাত্রের দ্বারা তাপের পরিমাপ করা হয় তাহাকে ক্যালরিমিটার (Calorimeter) বলে। ইহা তামার একটি চোঙাকৃতি পাত্র ও ইহার সঙ্গে তামার তৈয়ারী একটি আলোড়ক (stirrer) থাকে (15·1 চিত্র)। সুপরিবাহী বলিয়া পাত্র, আলোড়ক ও তরলের উষ্ণতা একই থাকে। পরিবহন, পরিচলন ও বিকিরণের সাহায্যে তাপ যাহাতে বাহির হইয়া না যাইতে পারে তাহার জন্য ইহাতে ব্যবস্থা করা থাকে।



চিত্র 15.1

তাপ প্রয়োগে বা তাপ অপসারণে পদার্থের উষ্ণতা বাড়ে বা কমে। সুতরাং উষ্ণতার মাপ দ্বারা তাপ মাপা যায়। ইহা একটি scalar রাশি। সুতরাং ইহা গাণিতিক যোগ-বিয়োগ দ্বারা নিয়ন্ত্রিত হয়।

কোন রাশি মাপিতে হইলে তাহার একটি উপযুক্ত এককের প্রয়োজন। তাপের ক্ষেত্রে একক ভরের জলকে এক ডিগ্রি বৃদ্ধি করিতে যে তাপের দরকার হয় তাহাই তাপের একক। সাধারণত ইহা দুইভাবে প্রকাশ করা হয়।

(1) ক্যালরি (Calorie) : C.G.S. পদ্ধতিতে তাপের এককের নাম **ক্যালরি**। এক গ্রাম বিশুদ্ধ জলকে এক ডিগ্রি সেন্টিগ্রেড উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে যে তাপের প্রয়োজন হয় তাহাকে ক্যালরি বলে।

কিন্তু 0°C হইতে 100°C উষ্ণতা পর্যন্ত যে কোন উষ্ণতা হইতে আরম্ভ করিয়া 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করিলে এক গ্রাম জল সমান তাপ গ্রহণ করে না। কিন্তু এই পার্থক্য এত কম যে এক গ্রাম জলের যে কোন উষ্ণতা হইতে 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য যে তাপের দরকার হয় তাহাকে এক ক্যালরি ধরা হয়। এক গ্রাম জলকে 0°C হইতে 100°C পর্যান্ত উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে যে তাপের দরকার হয় তাহাকে 100 দিয়া ভাগ করিলে যে তাপ পাওয়া যায় তাহাকে গড় ক্যালরি বলে। পরীক্ষা করিয়া দেখা গিয়াছে যে, এক গ্রাম জলের 14·5°C হইতে 15·5C পর্যান্ত উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে যে তাপের দরকার হয় তাহাই গড় ক্যালরির সমান। ইহাকে আন্তর্জাতিক ক্যালরি

(International Calorie) বলে। সুতরাং m গ্রাম জলকে t°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে মোট তাপ লাগিবে mt ক্যালরি। কিংবা t°C উষ্ণতা কমাইলে mt ক্যালরি তাপ বাহির হইবে।

(2) বৃটিশ থার্মাল একক (British Thermal unit, B. Th. U) :

F.P.S. পদ্ধতিতে এই একক ব্যবহার করা হয়। এক পাউণ্ড জলের এক ডিগ্রি ফারেনহাইট উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে যে তাপের প্রয়োজন হয় তাহাকে বৃটিশ থার্মাল একক বলে। ইহাছাড়া আরো বিশেষ দুইটি একক আছে।

(3) থার্ম (Therm) :

ইংলণ্ডের গ্যাস কোম্পানিগুলি এই একক ব্যবহার করে। 100 পাউণ্ড জলকে 100°F উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে যে তাপের দরকার হয় তাহাকে এক থার্ম বলে।

বৃটিশ থার্মাল এককে, 1 থার্ম=10,000 বৃ. থা. একক

(4) সেন্টিগ্রেড তাপ একক (Centigrade heat unit) :

ইহা কারিগরী বিভাগে ব্যবহার করা হয়। C.G.S. ও F.P.S পদ্ধতির মিশ্রণে এই এককটি গঠিত। এক পাউণ্ড জলকে 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে যে তাপের প্রয়োজন হয় তাহাকে সেন্টিগ্রেড তাপ একক বলে।

15·2. বিভিন্ন এককের মধ্যে সম্পর্ক :

ক্যালরি ও বৃটিশ থার্মাল এককের মধ্যে সম্পর্ক :

1 বৃটিশ থার্মাল একক= 1 পাউণ্ড জলের 1°F উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য যে তাপ
= 453·6 গ্রাম ,, $\frac{5}{9}$°C ,, ,, ,, ,,
=453·6 × $\frac{5}{9}$ গ্রাম ,, 1°C ,, ,, ,, ,,
= 252 গ্রাম ,, 1°C ,, ,, ,, ,,
= 252 ক্যালরি।

ক্যালরি ও সেন্টিগ্রেড তাপ এককের মধ্যে সম্পর্ক :

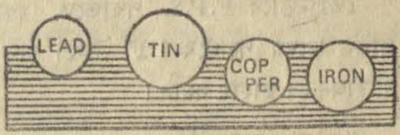
1 সেন্টিগ্রেড তাপ একক= 1 পাউণ্ড জলের 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য যে তাপ
=453·6 গ্রাম ,, ,, ,, ,, ,, ,,
=453·6 ক্যালরি।

15·3. আপেক্ষিক তাপ (Specific heat) :

সমান ভরযুক্ত বিভিন্ন পদার্থ লইয়া উহাদের উষ্ণতা বাড়াইলে দেখা যাইবে যে, একই উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে বিভিন্ন পরিমাণ তাপ প্রয়োগ করিতে হইতেছে।

আবার একই পরিমাণ তাপ প্রয়োগ করিলে বিভিন্ন পদার্থ বিভিন্ন উষ্ণতায় উঠিবে। কিন্তু পদার্থগুলি যদি একই পদার্থের হইত, তবে উহাদের সমান উষ্ণতা বাড়াইতে একই পরিমাণ তাপ লাগিত বা একই পরিমাণ তাপ দিলে সব পদার্থগুলি একই উষ্ণতায় উত্তপ্ত হইত। সুতরাং বিভিন্ন পদার্থের তাপ গ্রহণ বা বর্জন করিবার ক্ষমতা শুধুমাত্র পদার্থের ভর বা উষ্ণতার উপর নির্ভর করে না। ইহা পদার্থের কোন বিশেষ গুণের বা ধর্মের উপর নির্ভর করে। পদার্থের এই ধর্ম হইল **আপেক্ষিক তাপ**। নিম্নের পরীক্ষাদ্বারা ইহা দেখানো যাইতে পারে।

সীসা, টিন, তামা, লোহা ইত্যাদি বিভিন্ন পদার্থের সমান ভরের বল লইলাম (15·2 চিত্র)। গরম করিয়া উহাদের সমান উষ্ণতা বৃদ্ধি করিলাম। এইবার তাড়াতাড়ি একসঙ্গে সব বলগুলি একটি মোমের প্লেটের উপর রাখিলাম। বলগুলি বিভিন্ন পরিমাণ মোম গলাইয়া মোমের ভিতরে ঢুকিবে। কোনটি হয়ত সম্পূর্ণ মোম গলাইয়া নীচে পড়িয়া যাইবে। কোনটি হয়ত একটুখানি মাত্র মোম গলাইবে। ইহা হইতে বোঝা যায় যে যদিও বিভিন্ন পদার্থের বলগুলির ভর সমান ও একই উষ্ণতায় কমিল (প্রাথমিক উষ্ণতা হইতে মোমের গলনাঙ্ক পর্যন্ত) তবুও বিভিন্ন পদার্থের বলগুলি একই পরিমাণ তাপ ছাড়িল না। সুতরাং বিভিন্ন পদার্থ যে তাপ বর্জন করিল তাহা শুধুমাত্র পদার্থের ভর বা উষ্ণতার পরিবর্তনের উপর নির্ভর করে না।



চিত্র 15·2

কোন নির্দিষ্ট ভরের নির্দিষ্ট উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য যে তাপের প্রয়োজন হয় তাহা সমভর জলের সমান উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য প্রয়োজনীয় তাপের চেয়ে যতগুণ বেশী বা কম সেই অনুপাতের সংখ্যাকে আপেক্ষিক তাপ বলে।

তাহা হইলে এই সংজ্ঞানুসারে কোন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ (s) লেখা যায়,

$$\text{আঃ তাঃ } (s) = \frac{m \text{ ভরবিশিষ্ট পদার্থকে } t^\circ \text{ ডিগ্রি উষ্ণ করিতে যে তাপ লাগে}}{m \text{ ভরবিশিষ্ট জলকে } t^\circ \text{ ডিগ্রি উষ্ণ করিতে যে তাপ লাগে}}$$

$$= \frac{\text{একক ভরের পদার্থকে } 1^\circ \text{ ডিগ্রি উষ্ণ করিতে যে তাপ লাগে}}{\text{একক ভরের জলকে } 1^\circ \text{ ডিগ্রি উষ্ণ করিতে যে তাপ লাগে}}$$

সুতরাং আপেক্ষিক তাপ হইল দুইটি তাপের পরিমাণের অনুপাত। ইহা কেবলমাত্র একটি সংখ্যা, কোন একক নাই। সেইজন্য C.G.S. ও F.P.S. পদ্ধতিতে আপেক্ষিক তাপ একই হইবে।

C.G.S. পদ্ধতিতে,

$$\text{আঃ তাপ } (s) = \frac{m \text{ গ্রাম ভরের পদার্থকে } t^\circ C \text{ উষ্ণ করিতে যে তাপ লাগে}}{m \text{ গ্রাম জলকে } t^\circ C \text{ উষ্ণ করিতে যে তাপ লাগে}}$$

$$= \frac{1 \text{ গ্রাম ভরের পদার্থকে } 1^\circ C \text{ উষ্ণ করিতে যে তাপ লাগে}}{1 \text{ গ্রাম জলকে } 1^\circ C \text{ উষ্ণ করিতে যে তাপ লাগে}}$$

$$= \frac{1 \text{ গ্রাম ভরের পদার্থকে } 1^\circ C \text{ উষ্ণ করিতে যে তাপ লাগে}}{1 \text{ ক্যালরি (ক্যালরির সংজ্ঞানুসারে)}}$$

সুতরাং **কোন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ=ঐ পদার্থের 1 গ্রাম ভরকে 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে যত ক্যালরি তাপের প্রয়োজন হয় তাহার সমান।**

তেমনিভাবে F.P.S. পদ্ধতিতে, কোন পদার্থের আঃ তাপ=ঐ পদার্থের 1 পাউণ্ড ভরের পদার্থকে 1°F উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে যত বৃটিশ থার্মাল একক তাপের প্রয়োজন হয় তাহার সমান।

"তামার আপেক্ষিক তাপ=0·09"—ইহার অর্থ C.G.S. পদ্ধতিতে 1 গ্রাম তামাকে 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে 0·09 ক্যালরি তাপের প্রয়োজন হয়। কিংবা F.P.S. পদ্ধতিতে 1 পাউণ্ড তামাকে 1°F উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে 0·09 বৃটিশ থার্মাল একক তাপের প্রয়োজন হয়।

এই কারণে কেহ কেহ আপেক্ষিক তাপের একক ব্যবহার করেন। C. G. S. পদ্ধতিতে, প্রতি গ্রামে প্রতি ডিগ্রি সেন্টিগ্রেড ক্যালরি (cal. per gm. per °C) এবং F. P. S. পদ্ধতিতে প্রতি পাউণ্ডে প্রতি ডিগ্রি ফারেনহাইট বৃটিশ থার্মাল একক তাপ (B·Th. U. per lb. per °F).

সুতরাং আপেক্ষিক তাপের সংজ্ঞানুসারে, কোন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ s হইলে m গ্রাম ভরের পদার্থকে t°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে প্রয়োজনীয় তাপ

$Q = s \times m$ গ্রাম ভরের জলকে t°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে প্রয়োজনীয় তাপ

$= s \times mt$ ক্যালরি $= m.s.t.$ ক্যালরি

তেমনিভাবে, m পাউণ্ড ভরের পদার্থকে t°F উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য প্রয়োজনীয় তাপ $= m.s.t$ বৃটিশ থার্মাল একক।

আবার, m গ্রাম বা m পাউণ্ড ভরের পদার্থকে t°C বা t°F উষ্ণতা হ্রাস করিলে, m.s.t. কালরি বা বৃটিশ থার্মাল একক তাপ ত্যাগ করিবে।

যদি কোন পদার্থের তাপ গ্রহণের পূর্বে প্রাথমিক উষ্ণতা t_1°C হয় এবং তাপ গ্রহণের পরে উষ্ণতা হয় t_2°C তবে, গৃহীত তাপ $Q = m.s.(t_2 - t_1)$ কালরি

আর যদি উষ্ণতা t_1°C হইতে t_2°C এ হ্রাস পায় তবে, বর্জিত তাপ $Q = m.\ s.\ (t_1 - t_2)$ ক্যালরি।

সুতরাং, কোন পদার্থের গৃহীত তাপ বা বর্জিত তাপ $= m.s.t.$
= পদার্থের ভর × পদার্থের আঃ তাপ × উষ্ণতার পার্থক্য

উদাহরণ :

1. একটি সীসার ভর 150 gm.। উহাকে 27°C হইতে 100°C উষ্ণ করিতে কত তাপ লাগিবে? সীসার আঃ তাপ = 0·03

[What is the amount of heat will be required to raise the temperature of a lead block of mass 150 gm from 27°c to 100°c. Sp. heat of lead = 0·03]

উঃ আমরা জানি, প্রয়োজনীয় তাপ = পদার্থের ভর × আঃ তাপ × উষ্ণতা বৃদ্ধি

$$H = m.s.\ (t_2 - t_1)$$
$$= 150 \times 0{\cdot}03 \times (100 - 27) \text{ calorie}$$
$$= 150 \times 0{\cdot}03 \times 73 \text{ calorie} = 328{\cdot}5 \text{ calories}$$

2. 10 lbs ভরের তামার উষ্ণতা 50°F হইতে 150°F বৃদ্ধি করিতে কত তাপ লাগিবে? তামার আঃ তাপ = 0·09।

[How much heat is required to raise temperature of 10 lbs. of copper from 50°F to 150°F? Sp. heat of copper = 0·09.]

উঃ আমরা জানি, প্রয়োজনীয় তাপ $H = m.s.\ (t_2 - t_1)$

$$= 10 \times 0{\cdot}09 \times (150 - 50) \text{ B. Th. U.}$$
$$= 10 \times 0{\cdot}09 \times 100 \text{ B. Th. U.}$$
$$= 90 \text{ B. Th. U.}$$

3. 1000 gm. ভরের তামার বস্তুর-উষ্ণতা 25°C হইতে 100°C বৃদ্ধি করিতে 675 calorie তাপ লাগে। তামার আঃ তাপ কত?

[A copper block of mass 100 gms. requires 675 colories of heat to raise the temperature from 25°C to 100°C. What is the specific heat of copper?]

উঃ আমরা জানি প্রয়োজনীয় তাপ $H = m.s.\ (t_2 - t_1)$

$$\therefore\ 675 = 100 \times s \times (100 - 25) = 100 \times s \times 75$$

$$\therefore\ s = \frac{675}{100 \times 75} = 0{\cdot}09$$

4. 75 gm. ভরের কোন বস্তুর উষ্ণতা 100°C হইতে 50°C কমিয়া গেল। বস্তুটি কতখানি তাপক্ষয় করিল ? বস্তুর আঃ তাপ=0·2

[The temperature of a body of mass 75 gms. is lowered from 100°C to 50°C. What amount of heat is lost ? Specific heat of the body=0·2.]

উঃ আমরা জানি, বর্জিত তাপ=ভর × আঃ তাপ × উষ্ণতা-হ্রাস

$=75\times0{\cdot}2\times(100-50)$ calorie

$=75\times0{\cdot}2\times50$ calorie=750 calorie

5. 5kg বরফ 0°C হইতে−5°C পর্যন্ত শীতল হইতে কত তাপ ছাড়িবে ? বরফের আঃ তাপ=0·5 cal/°C.

[What amount of heat is lost when 5kg. ice is cooled from 0°C to −5°C ? sp. heat of ice=0·5 cal/°C.]

উঃ আমরা জানি, বর্জিত তাপ=ভর × আঃ তাপ × উষ্ণতা-হ্রাস

$=5000\times0{\cdot}5\times5$ Calorie=12500 Calorie.

15.4. তাপ গ্রাহিতা (Thermal Capacity) :

কোন প্রদত্ত পদার্থের 1° উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য যে তাপের প্রয়োজন হয় সেই পরিমাণকে ঐ পদার্থের তাপ-গ্রাহিতা বলে।

C. G. S. পদ্ধতিতে কোন পদার্থের 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য যত ক্যালরি তাপের প্রয়োজন হয় তাহাই ঐ পদার্থের তাপ-গ্রাহিতা। যদি পদার্থের আঃ তাপ=s ও ভর $=m$ gm হয়, তবে, তাপ গ্রাহিতা C=m. s. 1. ক্যালরি=m. s. ক্যালরি

তেমনিভাবে F. P. S. পদ্ধতিতে, তাপ গ্রাহিতা C=m (পাউণ্ড) × s(আঃ তাপ) × 1°F

=m. s. B. Th. U.

∴ পদার্থের তাপ গ্রাহিতা=পদার্থের ভর × আঃ তাপ

তাহা হইলে, পদার্থের তাপ-গ্রাহিতাকে পদার্থের ভর দিয়া ভাগ করিলে পদার্থের আঃ তাপ পাওয়া যাইবে। সুতরাং আঃ তাপকে একক ভরের পদার্থের তাপ-গ্রাহিতা বলা যাইতে পারে।

15·5. পদার্থের জল-সম (Water-equivalent of a body) :

কোন পদার্থকে 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে যে পরিমাণ তাপ লাগে তাহা যে পরিমাণ জলের 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করিবে সেই পরিমাণ জলকে ঐ পদার্থের জল-সম বলে।

মনে করি, পদার্থের ভর=m gm., আঃ তাপ=s, সুতরাং 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে তাপ লাগিবে=m. s. ক্যালরি। কিন্তু m. s. ক্যালরি তাপ m. s. gm জলের 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করিবে। সুতরাং পদার্থের জল-সম W=m·s. gm.

F. P. S. পদ্ধতিতে পদার্থের জল-সম W=m. s. পাউণ্ড।

জল-সম ও তাপ-গ্রাহিতা সংখ্যায় সমান, পদার্থের ভর ও আঃ তাপের গুণফল। কিন্তু এককের দিক হইতে ইহারা পৃথক। তাপ-গ্রাহিতার একক ক্যালরি বা বৃটিশ থার্মাল একক অর্থাৎ তাপের পরিমাণকে বোঝায়। আর জল-সমের একক গ্রাম বা পাউণ্ড জলের পরিমাণকে বোঝায়।

একটি ক্যালরিমিটারের জল-সম 10 gm. বলিলে বোঝায় যে 10 gm. জলকে 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে যে তাপের প্রয়োজন হয় তাহা ক্যালরিমিটারকে 1°C উষ্ণ করিবে।

সুতরাং C. G. S. পদ্ধতিতে ক্যালরিমিটারকে t°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে তাপ লাগে $=W \times t$ Calorie.।

কোন ক্যালরিমিটারের জল-সম যদি 10 gm. হয় এবং এই ক্যালরিমিটারে যদি 50 gm. জল লওয়া হয় তবে তাপ গ্রহণ বা বর্জনের ব্যাপারে আমরা ধরিতে পারি যে ক্যালরিমিটার নাই—তাহার পরিবর্তে 60 gm. জল আছে।

উদাহরণ :

1. একটি তামার ক্যালরিমিটারের ভর 50 gm. ; তামার আঃ তাপ=0·09. ক্যালরিমিটারের তাপ-গ্রাহিতা ও জল-সম নির্ণয় কর।

[A copper calorimeter weighs 50 gms· If the sp. heat. of copper is 0·09, calculate the thermal capacity and water-equivalent of the calorimeter.]

উ : আমরা জানি, তাপ-গ্রাহিতা C=ভর × আঃ তাপ

$=50 \times 0{\cdot}09 = 4{\cdot}5$ ক্যালরি

এবং জল-সম W=ভর × আঃ তাপ$=50 \times 0{\cdot}09 = 4{\cdot}5$ gms

2. দুইটি পদার্থের ঘনত্বের অনুপাত 2 : 3 এবং আপেক্ষিক তাপ যথাক্রমে 0·12 ও 0·09। পদার্থ দুইটির প্রতি একক আয়তনের তাপ-গ্রাহিতার অনুপাত বাহির কর।

The densities of two substances are in ratio 2 : 3 and their sp. heats are 0·12 and 0·09 respectively. Compare their thermal capacities per unit volume.] [C. U. 1934].

উ : মনে করি, পদার্থ দুইটির ঘনত্ব যথাক্রমে 2d ও 3d. সুতরাং উহাদের প্রতি একক আয়তনের ভর যথাক্রমে $1 \times 2d$ gm, ও $1 \times 3d$ gm.

সুতরাং প্রথম পদার্থের তাপ-গ্রাহিতা = ভর × আঃ তাপ

$=1\times 2d\times 0{\cdot}12$ calorie

এবং দ্বিতীয় পদার্থের তাপ-গ্রাহিতা = ভর × আঃ তাপ

$=1\times 3d\times 0{\cdot}09$ calorie

$$\therefore \frac{\text{প্রথম পদার্থের তাপ-গ্রাহিতা}}{\text{দ্বিতীয় পদার্থের তাপ-গ্রাহিতা}}=\frac{1\times 2d\times 0{\cdot}12}{1\times 3d\times 0{\cdot}09}=\frac{8}{9}$$

15·6. তাপ-মাপার নীতি ও ক্যালরিমিতির মূলনীতি (Principle of heat measurement and principle of Calorimetry) :

যখন বিভিন্ন উষ্ণতায় অবস্থিত বিভিন্ন পদার্থকে পরস্পরের সংস্পর্শে আনা হয়, তখন বেশী উষ্ণতায় অবস্থিত পদার্থ হইতে কম উষ্ণতায় অবস্থিত পদার্থে তাপ প্রবাহিত হয়। এইরূপে বেশী উষ্ণ পদার্থগুলি তাপ ছাড়িয়া দেয় আর কম উষ্ণ পদার্থগুলি তাপ গ্রহণ করে। এই তাপ গ্রহণ ও বর্জন ততক্ষণ পর্যান্ত চলিবে যতক্ষণ পর্য্যন্ত না সমস্ত পদার্থগুলি একই উষ্ণতায় আসে। যদি এই সময় অন্য কোন-ভাবে তাপ নষ্ট না হয় বা বাহির হইতে কোন তাপ না দেওয়া হয় এবং কোনরূপ রাসায়নিক প্রক্রিয়াও হয় না, তাহা হইলে conservation of energy এর সূত্র হইতে বলা যায়,

বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ

মনে করি, A ও B দুইটি পদার্থের ভর ও উষ্ণতা যথাক্রমে m_1 gm. ও m_2 gm. এবং t_1°C ও t_2°C। এখানে $t_1°C > t_2°C$. তাহা হইলে A ও B পদার্থ দুইটিকে পরস্পরের সংস্পর্শে আনিলে, A পদার্থ তাপ ছাড়িবে ও B পদার্থ তাপ গ্রহণ করিবে। এইরূপে কিছুক্ষণ পরে পদার্থ দুইটি t°C একই উষ্ণতায় আসিবে। যদি A ও B পদার্থের আঃ তাপ যথাক্রমে s_1 ও s_2 হয়, তবে

A পদার্থ তাপ ছাড়িবে $=m_1s_1(t_1-t)$ Calorie.

আর B পদার্থ তাপ গ্রহণ করিবে $=m_2s_2(t-t_2)$ Calorie.

যেহেতু তাপ অন্য কোন ভাবে নষ্ট হয় নাই, A যে পরিমাণ তাপ ছাড়িবে B ঠিক সেই পরিমাণ তাপ গ্রহণ করিবে।

সুতরাং A দ্বারা বর্জিত তাপ = B দ্বারা গৃহীত তাপ

বা, $m_1s_1(t_1-t)=m_2s_2(t-t_2)$.

ক্যালরিমিতিতে তাপ মাপার এই নীতি অনুসরণ করা হয়। ক্যালরিমিটারে তাপ গ্রহণ বা বর্জনের সময় তাপ যাহাতে পরিবহন, পরিচলন ও বিকিরণের মাধ্যমে নষ্ট

না হয়, সেইজন্য কতকগুলি সতর্কতার ব্যবস্থা লওয়া হয়। তবে তাপপ্রবাহ একেবারে কমান যায় না। পরিবহণে তাপ কমাইবার জন্য ক্যালরিমিটারকে কোন তাপ-অপরিবাহী পদার্থ যেমন কর্কের উপর রাখা হয়। আর পরিচলন কমাইবার জন্য ক্যালরিমিটারকে জ্যাকেট দ্বারা আবৃত রাখা হয়। বিকিরণে তাপ কমাইবার জন্য ক্যালরিমিটারের গাত্র খুব চক্‌চকে করা হয়। তাহাছাড়া ক্যালরিমিটারে এমন তরল লইতে হইবে যাহাতে উহা অন্য সব পদার্থের সহিত কোন রাসায়নিক ক্রিয়া না করে।

জলের আপেক্ষিক তাপ অন্যান্য তরলের তুলনায় বেশী। সুতরাং কোন উষ্ণ পদার্থ ক্যালরিমিটারে ফেলিলে উষ্ণতাবৃদ্ধি অন্য কোন তরল অপেক্ষা জলে অনেক কম হইবে এবং এই উষ্ণতাবৃদ্ধির পাঠ লইতে বেশী ভুল হইবে। সেইজন্য ক্যালরিমিটারে জলের ব্যবহার সুবিধাজনক নহে।

15.7. ক্যালরিমিটারের জল-সম নির্ণয় (Determination of water-equivalent of a Calorimeter) :

একটি পরিষ্কার ও শুষ্ক ক্যালরিমিটার আলোড়কসহ ওজন করিয়া লইলাম। সাধারণ উষ্ণতায় অর্ধেক জলে ভর্তি করিয়া আবার ওজন করিলাম এবং জলের উষ্ণতা থার্মমিটারের দ্বারা মাপিয়া লইলাম। ক্যালরিমিটার হইতে যাহাতে তাপ নষ্ট হইতে না পারে সেইজন্য ক্যালরিমিটারকে আর একটি তাপ-অপরিবাহী বড় পাত্রে রাখিলাম। অন্য একটি পাত্রে খানিকটা জল গরম করিলাম ও ইহার উষ্ণতা দেখিয়া লইলাম। এই গরম জল ক্যালরিমিটারের ঠাণ্ডা জলের সহিত মিশাইয়া আলোড়ক দিয়া নাড়াইতে থাকিলাম। কিছুক্ষণ পরে ক্যালরিমিটারের উষ্ণতা স্থির হইয়া গেলে উহার উষ্ণতা লইলাম। ক্যালরিমিটারকে আবার ঠাণ্ডা অবস্থায় আনিয়া ওজন করিলাম।

মনে করি, ক্যালরিমিটারের জল-সম $= W$ gm.

ক্যালরিমিটারের ওজন $= m_1$ gm.

ঠাণ্ডা জল + ক্যালরিমিটারের ওজন $= m_2$ gm.

ক্যালরিমিটার + ঠাণ্ডা জল + গরম জলের ওজন $= m_3$ gm.

ঠাণ্ডা জলের উষ্ণতা $= t_1$°C

গরম জলের উষ্ণতা $= t_2$°C

এবং মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা $= t_3$°C

তাহা হইলে, ঠাণ্ডা জলের ওজন $= (m_2 - m_1)$ gm.

যে গরম জল মিশান হইল তাহার ওজন $= (m_3 - m_2)$ gm.

এই পরীক্ষায় ঠাণ্ডা জল ও ক্যালরিমিটার তাপ গ্রহণ করিয়া t_1°C হইতে t_3°C পর্যন্ত উষ্ণ হইয়াছে, আর গরম জল t_2°C হইতে ঠাণ্ডা হইয়া t_3°C উষ্ণতায় আসিয়াছে।

সুতরাং ঠাণ্ডা জলের দ্বারা গৃহীত তাপ$=(m_2-m_1)(t_3-t_1)$ calorie

ক্যালরিমিটার দ্বারা গৃহীত তাপ$=W(t_3-t_1)$ calorie

গরম জল দ্বারা বর্জিত তাপ$=(m_3-m_2)(t_2-t_3)$ calorie

যেহেতু গৃহীত তাপ=বর্জিত তাপ

$$\therefore\ (m_2-m_1)(t_3-t_1)+W(t_3-t_1)=(m_3-m_2)(t_2-t_3)$$

$$\text{বা, } W=\frac{(m_3-m_2)(t_2-t_3)-(m_2-m_1)(t_3-t_1)}{(t_3-t_1)}$$

সমীকরণের ডানদিকের সমস্ত জানা আছে, কাজেই W বাহির করা যায়।

15.8. পদার্থের তাপ-গ্রাহিতা নির্ণয় (Determination of thermal capacity) :

যে পদার্থটির তাপ-গ্রাহিতা নির্ণয় করিতে হইবে তাহাকে কোন উষ্ণতায় গরম করিয়া ক্যালরিমিটারের জলে ফেলিয়া দিলাম। ইহার ফলে ক্যালরিমিটারের উষ্ণতা বৃদ্ধি পাইবে। মিশ্রণের শেষ উষ্ণতা লইলাম।

মনে করি, পদার্থের তাপ-গ্রাহিতা=C calorie

ক্যালরিমিটারের ওজন=M gm.

ক্যালরিমিটারের আঃ তাপ=S

ক্যালরিমিটারের জলের ওজন=m gm.

পদার্থের প্রাথমিক উষ্ণতা$=t_1$°C

জলের প্রাথমিক উষ্ণতা$=t_2$°C

মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা$=t_3$°C.

সুতরাং, পদার্থ দ্বারা বর্জিত তাপ$=C\ (t_1-t_3)$ calorie

ক্যালরিমিটার দ্বারা গৃহীত তাপ$=MS\ (t_3-t_2)$ calorie

জল দ্বারা গৃহীত তাপ$=m\ (t_3-t_2)$ calorie

যেহেতু বর্জিত তাপ=গৃহীত তাপ

$$\therefore\ C(t_1-t_3)=MS(t_3-t_2)+m(t_3-t_2)$$

$$\therefore\ C=\frac{MS(t_3-t_2)+m(t_3-t_2)}{(t_1-t_3)}$$

সমীকরণের ডানদিকের সমস্ত কিছু জানা আছে, কাজেই C বাহির করা যায়।

উদাহরণ :

Example 1. 25°C উষ্ণতায় একটি ক্যালরিমিটারে 50 gms. জল আছে। 100 gms. জল 50°C উষ্ণতায় মিশাইলে মিশ্রণের উষ্ণতা 35°C হয়। ক্যালরিমিটারের জল-সম কত ?

A calorimeter contains 50 gms. of water at 25°C. When 100 gms. of water at 50°C are mixed with it the final temperature becomes 35°C. What is the water-equivalent of the calorimeter ?

উঃ মনে করি, ক্যালরিমিটারের জল-সম = W gms.

25°C হইতে 35°C উষ্ণ হইতে ক্যালরিমিটার দ্বারা গৃহীত তাপ

$= W \times (35-25)$ calorie $= 10$ W calorie

25°C হইতে 35°C উষ্ণ হইতে 50 gms. জল দ্বারা গৃহীত তাপ

$= 50 \times (35-25)$ calorie $= 500$ calorie

50°C হইতে 35°C ঠাণ্ডা হইতে 100 gms. জল দ্বারা বর্জিত তাপ

$= 100 \times (50-35)$ calorie $= 1500$ calorie

যেহেতু গৃহীত তাপ = বর্জিত তাপ

$\therefore\ 10W + 500 = 1500$ বা, $10W = 1000\ \therefore\ W = 100$ gms.

Example 2. 75 gms. তামা 100°C পর্যন্ত গরম করিয়া ক্যালরিমিটারের জলে ফেলা হইল। জলের পরিমাণ 50 gms. ও ক্যালরিমিটারের জল-সম 100 gms.। ক্যালরিমিটারে প্রাথমিক উষ্ণতা 25°C হইলে, মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা কত? তামার আঃ.তাপ = 0.09.

A calorimeter contains 50 gms. of water at 25°C. A copper of mass 75 gms. at 100°C is dropped into the calorimeter. If the water-equivalent of the calorimeter is 100 gms, what is the final temperature of the mixture ? Sp. heat of copper = 0.09.

উঃ মনে করি, মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা = t°C.

25°C হইতে t°C উষ্ণ হইতে ক্যালরিমিটার দ্বারা গৃহীত তাপ =

$100\ (t-25)$ calorie

25°C হইতে t°C উষ্ণ হইতে 50 gms. জল দ্বারা গৃহীত তাপ =

$50\ (t-25)$ calorie

$100°C$ হইতে $t°C$ ঠাণ্ডা হইতে 75 gms. তামা দ্বারা বর্জিত তাপ

$$=75 \times 0{\cdot}09 \times (100-t) \text{ calorie}$$

যেহেতু গৃহীত তাপ=বর্জিত তাপ,

$\therefore\ 100\,(t-25)+50\,(t-25)=75\times 0{\cdot}09\times(100-t)$

বা, $150t-150\times 25=6{\cdot}75\times(100-t)=675-6{\cdot}75t$

বা, $156.75t=4425 \quad \therefore\ t=\frac{4425}{156{\cdot}75}=28.2°C$

Example 3. 25°C উষ্ণতায় একটি লোহার পাত্রে 100 gms. জল আছে। 60°C উষ্ণতায় 50 gms. জল ঐ পাত্রে ঢালা হইলে মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা 35°C হইল। বিকিরণ বা অন্য কোন ভাবে তাপক্ষয় না হইলে পাত্রের জল-সম কত হইবে বাহির কর। পাত্রের ওজন 238 gms. হইলে লোহার আপেক্ষিক তাপ কত হইবে?

An iron saucepan contains 100 gms. of water at 25°C. 50 gms. of water at 60°C are poured into the pan and the resultant temperature is found to be 35°C. Calculate the water equivalent of the pan assuming no loss of heat by radiation or otherwise. If the mass of the pan be 238 gms. what is the specific heat of iron. ? [H. S. Exam, (Comp.) 1960]

উঃ মনে করি, পাত্রের জল-সম=W gm.

25°C হইতে 35°C উষ্ণ হইলে পাত্র দ্বারা গৃহীত তাপ

$$=W\times(35-25) \text{ calorie}=10W \text{ calorie}$$

25°C হইতে 35°C উষ্ণ হইলে পাত্রের ঠাণ্ডা জল দ্বারা গৃহীত তাপ

$$=100\,(35-25) \text{ calorie}=1000 \text{ calorie}$$

এবং 60°C হইতে 35°C ঠাণ্ডা হইলে 50 gms. জল দ্বারা বর্জিত তাপ

$$=50\,(60-35) \text{ calorie}$$

$$=50\times 25 \text{ cal.}=1250 \text{ calorie}$$

যেহেতু গৃহীত তাপ=বর্জিত তাপ

$\therefore\ 10W+1000=1250$ বা, $W=\frac{250}{10}=25$ gms.

আবার, পাত্রের জল-সম=পাত্রের ভর × আঃ তাপ

$$\therefore\ 25=238\times S \quad \therefore\ S=\frac{25}{238}=0{\cdot}105$$

Example 4. 100°C উষ্ণতায় 100 gms. ভরের একটি কঠিন পদার্থকে ক্যালরিমিটারের তরলে ফেলা হইল। তরলের প্রাথমিক ও চূড়ান্ত উষ্ণতা যথাক্রমে 25°C ও 35°C। কঠিন পদার্থ ও তরলের আঃ তাপ যথাক্রমে 0·09 ও 0·5, ক্যালরিমিটারের জল-সম 5 gms. হইলে তরলের ভর কত?

A solid of mass 100 gms. at 100°C is dropped into a liquid of a calorimeter. The initial and final temperature of the liquid are respectively 25°C and 35°C. The sp. heat of the solid and the liquid are also respectively 0·09 and 0·5. If the water-equivalent of the calorimeter is 5 gms. what is the mass of the liquid?

উঃ মনে করি, তরলের ভর $= m$ gms.

100°C হইতে 35°C ঠাণ্ডা হইতে কঠিন পদার্থ দ্বারা বর্জিত তাপ

$$= 100 \times 0{\cdot}09 \times (100 - 35) \text{ calorie} = 9 \times 65 = 585 \text{ cal.}$$

25°C হইতে 35°C উষ্ণ হইতে ক্যালরিমিটার দ্বারা গৃহীত তাপ

$$= 5 \times (35 - 25) \text{ cal.} = 50 \text{ calorie}$$

25°C হইতে 35°C উষ্ণ হইতে তরল দ্বারা গৃহীত তাপ

$$= m \times 0{\cdot}5 \times (35 - 25) = 5m \text{ calorie}$$

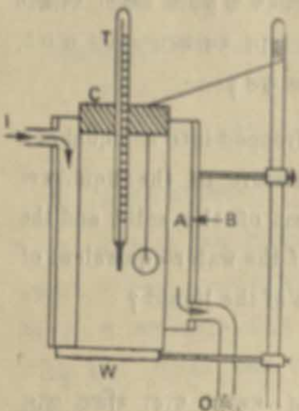
যেহেতু গৃহীত তাপ = বর্জিত তাপ

$\therefore$ $50 + 5m = 585$ বা, $5m = 535$ $\therefore$ $m = 107$ gms.

15·9. মিশ্রণ পদ্ধতিতে কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় (Determination of specific heat of a solid by the method of mixture) :

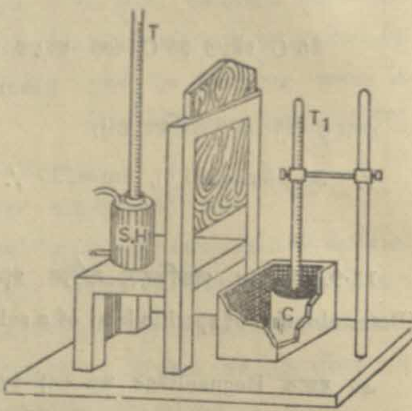
এই যন্ত্রকে Regnault-এর যন্ত্র বলা হয়। প্রথমে একটি পরিষ্কার ও শুষ্ক ক্যালরিমিটার আলোড়কসহ ওজন করিয়া লইলাম। অর্ধেকের বেশী জলে পূর্ণ করিয়া আবার ওজন করিলাম এবং জলের প্রাথমিক উষ্ণতা থার্মমিটার দিয়া মাপিয়া লইলাম। যে পদার্থের আপেক্ষিক তাপ বাহির করিতে হইবে তাহার একখণ্ড লইয়া ওজন করিয়া লইলাম। ইহাকে সুতা দিয়া Steam Heater-এ ঝুলাইয়া গরম করা হয় (15·3 চিত্র)। Steam Heater-টি দুইটি A ও B ধাতব চোঙ, সাধারণত তামার তৈয়ারী হয় এবং উহাদের দুই প্রান্ত জোড়া থাকে। ভিতরের A চোঙের মুখ C কর্ক দ্বারা আটকান থাকে। কর্কে দুইটি ছিদ্র আছে একটি

দিয়া থার্মমিটার আর একটি দিয়া পরীক্ষাধীন পদার্থটি ঝুলান হয়। কঠিন পদার্থ আর থার্মমিটারের কুণ্ড পাশাপাশি থাকে। দুই চোঙের মাঝখানে উপরের দিকের একটি মুখ I দিয়া স্টীম প্রবেশ করে এবং নীচের মুখ O দিয়া বাহির হইয়া যায়। এই ব্যবস্থার ফলে পরীক্ষাধীন পদার্থটি স্টীমের উষ্ণতায় আসে, কিন্তু স্টীমের সংস্পর্শে আসে না। তাপক্ষয় কমাইবার জন্ত বাহিরের চোঙের গায়ে ফেল্টের আবরণ দেওয়া থাকে। ভিতরের চোঙ A-এর নীচের মুখ আলাদা-ভাবে কাঠের ঢাকনা W দিয়া বন্ধ করা থাকে। ঢাকনাটি ইচ্ছামত সরানো বা লাগানো যায়। ক্যালরিমিটার আর Steam Heater-এর মাঝখানে একটি কাঠের পর্দা থাকে যাহাতে ক্যালরিমিটার-এ Steam Heater হইতে কোন তাপ না আসিতে পারে। পর্দাটিকে উপরে বা নীচে তোলা যায় (চিত্র 15.4)।



চিত্র 15·3

প্রথমে Steam Heater এ পদার্থটিকে গরম করিয়া লইলাম। ইহার উষ্ণতা থার্মমিটার দিয়া মাপিয়া লইলাম। ইহার পর পর্দাটি তুলিয়া ক্যালরিমিটারটি Steam Heater-এর তলায় আনিলাম এবং চোঙের তলায় ঢাকনি সরাইয়া পদার্থটিকে ক্যালরিমিটারের জলের ভিতর ফেলিয়া দিলাম। ক্যালরিমিটারটিকে সরাইয়া আলোড়কের সাহায্যে জল নাড়িতে লাগিলাম এবং থার্মমিটার দিয়া জলের চূড়ান্ত উষ্ণতা মাপিয়া লইলাম।



চিত্র 15·4

তাহা হইলে, মনে করি,

পদার্থের ওজন $= m_1$ gm.

ক্যালরিমিটারের ওজন $= m_2$ gm.

ক্যালরিমিটার + ঠাণ্ডা জলের ওজন $= m_3$ gm.

পদার্থের আপেক্ষিক তাপ $= s_1$

ক্যালরিমিটারের আপেক্ষিক তাপ $= s_2$

জলের প্রাথমিক উষ্ণতা $= t_1$°C

কঠিন পদার্থের প্রাথমিক উষ্ণতা $= t_2$°C

ক্যালরিমিটার, পদার্থ ও জলের চূড়ান্ত উষ্ণতা $= t_3$°C

সুতরাং কঠিন পদার্থ দ্বারা বর্জিত তাপ $= m_1 s_1 (t_2 - t_3)$ calorie

ক্যালরিমিটার দ্বারা গৃহীত তাপ $= m_2 s_2 (t_3 - t_1)$ calorie

ক্যালরিমিটারের জলের দ্বারা গৃহীত তাপ $= (m_3 - m_2)(t_3 - t_1)$ calorie

যেহেতু, গৃহীত তাপ = বর্জিত তাপ

$$\therefore \quad m_2 s_2 (t_3 - t_1) + (m_3 - m_2)(t_3 - t_1) = m_1 s_1 (t_2 - t_3)$$

$$\therefore \quad s_1 = \frac{m_2 s_2 (t_3 - t_1) + (m_3 - m_2)(t_3 - t_1)}{m_1 (t_2 - t_3)}$$

যদি ক্যালরিমিটারের জল-সম W হয়, তবে

$$s_1 = \frac{W(t_3 - t_1) + (m_3 - m_2)(t_3 - t_1)}{m_1 (t_2 - t_3)}$$

সমীকরণের ডানদিকের সমস্ত কিছু জানা আছে, কাজেই s_1 বাহির করা যায়।

যদি কঠিন পদার্থটি জলে দ্রবণীয় হয়, তবে জলের পরিবর্তে অন্য কোন তরল লইতে হইবে। কিন্তু কঠিন পদার্থটির সহিত তরলের কোন রাসায়নিক ক্রিয়া হইবে না।

পরীক্ষায় ভুলের কারণ ও উহার প্রতিকার :

(1) উত্তপ্ত পদার্থটিকে ক্যালরিমিটারে ফেলিবার সময় কিছু তাপ নষ্ট হয়। তাহার ফলে যে আপেক্ষিক তাপ বাহির হয় তাহা সঠিক মান হইতে কম হয়। এই তাপ যাহাতে কম নষ্ট হয় তাহার জন্য ক্যালরিমিটারটি ঠিক Steam Heater-এর নীচে আনিয়া তাড়াতাড়ি পদার্থটিকে ফেলিতে হইবে।

(2) ক্যালরিমিটার হইতে পরিবহণ ও বিকিরণে তাপ নষ্ট হয়। তাপ-অপরিবাহী কাঠের আসনে বসাইয়া ও চারিদিকে তুলা ও পশম দিয়া পরিবহণে তাপক্ষয় কম করা হয়। বিকিরণে তাপক্ষয় কমানোর জন্য ক্যালরিমিটারের বাহিরের দিক ও ভিতরের দিক খুব পালিশ করা হয়। ইহাছাড়া ঘরের উষ্ণতা হইতে জলের চূড়ান্ত উষ্ণতা যত ডিগ্রি বেশী হইবে জলের প্রাথমিক উষ্ণতা বরফ জলের সাহায্যে তত কম করিয়া লইতে হইবে। ইহাতে প্রথমে যে পরিমাণ বিকিরণে তাপবৃদ্ধি পায় শেষার্ধে ততটা তাপ হ্রাস পায়। তাপক্ষয় রোধ করার এই পদ্ধতিকে Rumford-এর ক্ষতিপূরণ নিয়ম (Rumford's Compensation method) বলে।

(3) উষ্ণতা মাপিবার জন্য খুব সুবেদী :(sensitive) থার্মমিটার ব্যবহার করা উচিত।

(4) পদার্থটিকে জলে ফেলিবার সময় লক্ষ্য রাখিতে হইবে যাহাতে ক্যালরিমিটার হইতে জল ছিট্‌কাইয়া না পড়ে।

(5) কঠিন পদার্থ ও জলের সহিত বা ক্যালরিমিটারে যে তরল লওয়া হয় তাহার সহিত কোন রাসায়নিক ক্রিয়া হইবে না। তাহাছাড়া কঠিন পদার্থটিও জলে বা তরলে গলিয়া যাইবে না। তাহা হইলে পদার্থটি কিছু লীন তাপ (Latent heat) গ্রহণ করিবে।

15·10. তরলের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় (Determination of specific heat of a liquid) :

(1) মিশ্রণ পদ্ধতিতে তরলের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় (Determination of specific heat of a liquid by the method of mixture) : এই পদ্ধতিতে যে তরল পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় করিতে হইবে তাহা ক্যালরিমিটারে লওয়া হয়। আর এমন একটি কঠিন পদার্থ লওয়া হয় যাহার আপেক্ষিক তাপ জানা আছে এবং যাহা তরলের সহিত কোন রাসায়নিক ক্রিয়া করে না বা তরলে গলিয়া যায় না।

প্রথমে একটি পরিষ্কার ও শুষ্ক ক্যালরিমিটার আলোড়কসহ ওজন করিয়া লইলাম এবং যে তরলের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় করিতে হইবে তাহা ক্যালরিমিটারে লইয়া আবার ওজন করিলাম। থার্মমিটার দিয়া তরলের উষ্ণতা মাপিয়া লইলাম। এইবার কঠিন পদার্থটিকে ওজন করিয়া Steam Heater এ গরম করা হইল। ইহার পর কঠিন পদার্থটিকে তরলে ফেলিয়া তরলের চূড়ান্ত উষ্ণতা মাপিলাম।

মনে করি, ক্যালরিমিটারের ওজন $= m_1$ gm.

ক্যালরিমিটার + তরলের ওজন $= m_2$ gm.

কঠিন পদার্থের ওজন $= m_3$ gm.

ক্যালরিমিটার পদার্থের আঃ তাপ $= S_1$

তরল পদার্থের আঃ তাপ $= S_2$

কঠিন পদার্থের আঃ তাপ $= S_3$

তরলের প্রাথমিক উষ্ণতা $= t_1$°C

কঠিন পদার্থের প্রাথমিক উষ্ণতা $= t_2$°C

ক্যালরিমিটার, তরল ও কঠিন পদার্থের চূড়ান্ত উষ্ণতা$=t_3$°C

কঠিন পদার্থ দ্বারা বর্জিত তাপ$=m_3 S_3 (t_2-t_3)$ calorie

ক্যালরিমিটার দ্বারা গৃহীত তাপ$=m_1 S_1 (t_3-t_1)$ calorie

তরল দ্বারা গৃহীত তাপ$=(m_2-m_1) S_2 (t_3-t_1)$ calorie

যেহেতু, বর্জিত তাপ=গৃহীত তাপ

$$\therefore \quad m_3 S_3 (t_2-t_3)=m_1 S_1 (t_3-t_1)+(m_2-m_1) S_2 (t_3-t_1)$$

$$\therefore \quad S_2=\frac{m_3 S_3 (t_2-t_3)-m_1 S_1 (t_3-t_1)}{(m_2-m_1)(t_3-t_1)}$$

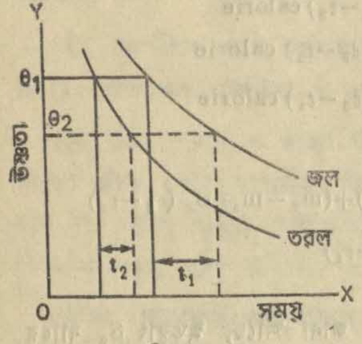
এই সমীকরণের ডানদিকের সমস্ত কিছু জানা আছে, সুতরাং S_2 বাহির করা যায়।

যদি অন্য কোন তরল যাহার আঃ তাপ জানা আছে এবং পরীক্ষাধীন তরলের সহিত কোন রাসায়নিক ক্রিয়া ঘটায় না, তবে এইরূপ দুইটি তরলের মিশ্রণ হইতেও তরলের আঃ তাপ বাহির করা যায়।

(2) শীতলতার পদ্ধতি দ্বারা (By the method of cooling)ঃ কোন একটি পাত্রে কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ তরলকে একটি নির্দিষ্ট উষ্ণতায় উত্তপ্ত করিয়া যদি শীতল হইতে দেওয়া যায়, তবে তাপ-ক্ষয়ের হার তিনটি বিষয়ের উপর নির্ভর করেঃ (i) তরলের উষ্ণতা, (ii) চারিপার্শ্বের উষ্ণতা, (iii) যে পাত্রে তরল রাখা হয় তাহার প্রকৃতি ও ক্ষেত্রফলের পরিমাণ। এই তাপ ক্ষয়ের হার তরলের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না। সুতরাং একই অবস্থায় বিভিন্ন তরলকে রাখিয়া শীতল করিলে, সব তরল একই হারে তাপ-ক্ষয় করিবে। এই নীতিই এই পদ্ধতিতে প্রয়োগ করা হয়।

একটি শুষ্ক ও পরিষ্কার তামার ক্যালরিমিটার ও একই পদার্থে তৈয়ারী আলোড়কসহ ওজন করিয়া লইলাম। ক্যালরিমিটারের বাহিরের দিক কালো রঙ করা থাকে। ক্যালরিমিটারের প্রায় দুই-তৃতীয়াংশ ঘরের সাধারণ উষ্ণতা হইতে প্রায় 25°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত করিয়া উষ্ণ জলে পূর্ণ করা হয়। এইবার একটি বড় তামার পাত্রের মধ্যে তাপ কুপরিবাহী পদার্থের উপর এই ক্যালরিমিটারটি বসান হয়। তামার পাত্রটির ভিতরের গাত্রও কালো রঙ্ করিয়া লওয়া হয়। আলোড়কটিকে আস্তে আস্তে নাড়িয়া এক মিনিট অন্তর জলের উষ্ণতা মাপা হয়। ক্যালরিমিটারটি ঠাণ্ডা হইলে আবার ওজন লওয়া হয় এবং পূর্বের ওজন

বাদ দিয়া জলের ওজন বাহির করা হয়। এইবার জল ফেলিয়া দিয়া ক্যালরিমিটারটি শুষ্ক করিয়া লওয়া হয়। অন্য একটি পাত্রে যে তরলের আপেক্ষিক তাপ বাহির করিতে হইবে তাহা জল যে উষ্ণতায় উত্তপ্ত করা হইয়াছিল সেই উষ্ণতায় উত্তপ্ত করা হয় এবং ক্যালরিমিটার জলের সমপরিমাণ তরলে পূর্ণ করা হয়। ক্যালরিমিটারটিকে একই অবস্থায় রাখিয়া এবং আস্তে আস্তে আলোড়ক দিয়া নাড়িয়া আবার একমিনিট অন্তর একই সময় ধরিয়া তরলের উষ্ণতা মাপা হয়। তরল ঠাণ্ডা হইলে, ক্যালরিমিটারটি আলোড়কসহ ওজন করিয়া তরলের ওজন বাহির করিয়া লইলাম। জল ও তরলের সময় ও উষ্ণতার একটি লেখচিত্র আঁকিলে উহা উপরের (15.5 নং) চিত্রের ন্যায় হইবে।



চিত্র 15.5

মনে করি, জলের ভর$=$m gm.

তরলের ভর$=$M gm.

ক্যালরিমিটারের জল-সম$=$W gm.

জলের উষ্ণতা θ_1°C হইতে θ_2°C নামিতে সময় লাগে$=t_1$

তরলের উষ্ণতা θ_1°C হইতে θ_2°C নামিতে সময় লাগে$=t_2$

তরলের আপেক্ষিক তাপ$=$S.

সুতরাং t_1 সময়ে জল দ্বারা বর্জিত তাপ$=\mathrm{m}(\theta_1-\theta_2)$ calorie

এবং t_1 সময়ে ক্যালরিমিটার দ্বারা বর্জিত তাপ$=\mathrm{W}(\theta_1-\theta_2)$ calorie

সুতরাং ক্যালরিমিটার ও জলের তাপক্ষয়ের হার$=\dfrac{(\mathrm{m}+\mathrm{W})(\theta_1-\theta_2)}{t_1}$

t_2 সময়ে তরল দ্বারা বর্জিত তাপ$=\mathrm{MS}(\theta_1-\theta_2)$

এবং t_2 সময়ে তরল ও ক্যালরিমিটার দ্বারা বর্জিত তাপ$=(\mathrm{MS}+\mathrm{W})(\theta_1-\theta_2)$

সুতরাং ক্যালরিমিটার ও তরলের তাপ-ক্ষয়ের হার$=\dfrac{(\mathrm{MS}+\mathrm{W})(\theta_1-\theta_2)}{t_2}$

কিন্তু এই পদ্ধতিতে, দুই তাপ-ক্ষয়ের হার সমান।

$$\therefore \frac{(\mathrm{m}+\mathrm{W})(\theta_1-\theta_2)}{t_1}=\frac{(\mathrm{MS}+\mathrm{W})(\theta_1-\theta_2)}{t_2}$$

$$\therefore \mathrm{S}=\frac{(\mathrm{m}+\mathrm{W})}{\mathrm{M}t_1}t_2-\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{M}}$$

সুতরাং ডানদিকের সমস্ত কিছু মাপিয়া তরলের আপেক্ষিক তাপ বাহির করা যায়।

কয়েকটি পদার্থের আপেক্ষিক তাপ

পদার্থ	আপেক্ষিক তাপ	পদার্থ	আপেক্ষিক তাপ
সীসা	0·031	অ্যালুমিনিয়াম	0·209
সোনা	0·030	তার্পিন	0·420
প্লাটিনাম	0·032	অলিভ তেল	0·470
রূপা	0 056	সরিষা তেল	0·500
তামা	0·094	ব্রোমিন	0·510
লোহা	0·119	বরফ	0·520

15·11. ক্যালরিমিতির সাহায্যে উচ্চ উষ্ণতা মাপা (Measurement of high temperature by means of Calorimetry) :

সাধারণ থার্মমিটারের সাহায্যে সরাসরি উচ্চ উষ্ণতা মাপা যায় না। Platinum resistance থার্মমিটার, Thermo couple বা ক্যালরিমিতির সাহায্যে উচ্চ উষ্ণতা সহজেই মাপা যায়। ক্যালরিমিতিতে যে পদ্ধতিতে কঠিনের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় করা হয়, সেই পদ্ধতিই এখানে প্রয়োগ করা হয়। কঠিন পদার্থকে (যাহার আঃ তাপ ও ভর জানা আছে) উচ্চ উষ্ণতায় রাখা হয় যতক্ষণ না সেই উষ্ণতায় পদার্থটি আসে। ইহার পর খুব তাড়াতাড়ি ক্যালরিমিটারে তরলে ফেলিয়া চূড়ান্ত উষ্ণতা মাপা হয়।

মনে করি, ক্যালরিমিটারের জল-সম $= W$ gms.

তরলের ভর $= m_1$ gms.

কঠিন পদার্থের ভর $= m_2$ gms.

তরলের আঃ তাপ $= S_1$

কঠিন পদার্থের আঃ তাপ $= S_2$

তরলের প্রাথমিক উষ্ণতা $= t_1$°C

কঠিন পদার্থের প্রাথমিক উষ্ণতা $= t_2$°C

ক্যালরিমিটার, কঠিন পদার্থ ও তরলের চূড়ান্ত উষ্ণতা $= t_3$°C

এখানে কঠিন পদার্থটি তাপ বর্জন করিবে আর তরল ও ক্যালরিমিটার তাপ গ্রহণ করিবে।

কঠিন পদার্থ দ্বারা বর্জিত তাপ $= m_2 S_2 (t_2 - t_3)$ calorie

ক্যালরিমিটার দ্বারা গৃহীত তাপ $=W(t_3-t_1)$ calorie.

তরল দ্বারা গৃহীত তাপ $=m_1S_1(t_3-t_1)$ calorie

যেহেতু, বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ

$\therefore\ m_2S_2(t_2-t_3)=W(t_3-t_1)+m_1S_1(t_3-t_1)$

এই সমীকরণে t_2°C উষ্ণতা ব্যতীত সমস্ত জানা আছে, সুতরাং t_2°C উষ্ণতা বাহির করা যায়।

15·12. জলের আপেক্ষিক তাপ উচ্চ হওয়ার ফল (Effects of high specific heat of water) ঃ

জলের আপেক্ষিক তাপ অন্যান্য সকল কঠিন ও তরল পদার্থের আপেক্ষিক তাপ অপেক্ষা বেশী। নির্দিষ্ট ভরের জল 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধিতে বা হ্রাসে যে তাপ গ্রহণ বা বর্জন করিবে, সমভর অন্য যে-কোন পদার্থ ঐ উষ্ণতা বৃদ্ধিতে বা হ্রাসে অনেক কম তাপ গ্রহণ বা বর্জন করিবে। জলের এই উচ্চ আপেক্ষিক তাপের জন্য নিম্নলিখিত ফল পাওয়া যায়ঃ (1) ব্যাগে জল অনেকক্ষণ গরম থাকে। (2) শীতপ্রধান দেশে নলে গরম জল চালনা করিয়া ঘর গরম রাখা হয়। (3) সমুদ্র উপকূলে জল অপেক্ষা স্থল তাড়াতাড়ি উত্তপ্ত হয়, আবার তাড়াতাড়ি ঠাণ্ডা হয়। এই কারণে এই স্থানের বায়ু নাতিশীতোষ্ণ হয়। যখন দিনে স্থলভাগ গরম হয় তখন জলভাগ তত গরম হয় না। আবার রাত্রে স্থলভাগ যত তাড়াতাড়ি ঠাণ্ডা হয়, জলভাগ তত তাড়াতাড়ি হয় না। ফলে কোন সময়েই খুব ঠাণ্ডা বা গরম অনুভব হয় না। এই উষ্ণতার পার্থক্যের জন্য স্থলবায়ু ও জলবায়ুর উদ্ভব হয়। (4) জলের উচ্চ আপেক্ষিক তাপের জন্য ক্যালরিমিটারে জল ব্যবহারে অসুবিধা দেখা দেয়। কম পরিমাণ তাপে উষ্ণতাবৃদ্ধি বেশী হয় না, ফলে উষ্ণতা মাপিতে ভুল হয়।

উদাহরণ ঃ

Example 1. একটি পাত্রে 30°C উষ্ণতায় 500 gms. তরল আছে। একটি 250 gms. ওজনের তামার বল 100°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত করিয়া তরলে ফেলা হইল। যদি পাত্রের জল-সম 30 gms. এবং মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা 36°C হয় তবে তরলের আঃ তাপ কত বাহির কর। তামার আঃ তাপ = 0·09.

A copper-ball weighing 250 gms. is heated to 100°C and dropped into 500 gms. of liquid at 30°C inside a vessel. If the water-equivalent of the vessel and final temperature of the mixture are 30

gms. and 36°C respectively, find the sp. heat of the liquid. Sp. heat of copper=0·09.

উঃ মনে করি, তরলের আঃ তাপ=S

30°C হইতে 36°C উষ্ণ হইতে তরল দ্বারা গৃহীত তাপ$=500\times S\times(36-30)$ cal.
$=500\times S\times 6$ cal.

30°C হইতে 36°C উষ্ণ হইতে পাত্র দ্বারা গৃহীত তাপ$=30\times(36-30)$ cal.
$=30\times 6$ cal.

100°C হইতে 36°C ঠাণ্ডা হইতে তামার বল দ্বারা বর্জিত তাপ
$=250\times 0{\cdot}09\times(100-36)$ cal.
$=250\times 0{\cdot}09\times 64$ cal.

যেহেতু গৃহীত তাপ=বর্জিত তাপ

$\therefore\ 500\times S\times 6+30\times 6=250\times 0{\cdot}09\times 64$

বা, $3000S=1440-180=1260 \quad \therefore\ S=\frac{1260}{3000}=0{\cdot}42$

Example 2. 100 gms. ভরের পদার্থকে 122°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত করিয়া 28°C উষ্ণতায় তামার ক্যালরিমিটারে 300 gms. জলে ফেলা হইল। ক্যালরিমিটারের ভর 50 gms. এবং মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা হইল 30°C। তামার আঃ তাপ 0·09 হইলে, পদার্থটির আঃ তাপ কত বাহির কর।

A body of mass 100 gms. is heated to 122°C and is quickly immersed into 300 gms. of water, at 28°C, contained in a copper calorimeter of mass 50 gms. The final common temperature attained is 30°C. If the specific heat of copper be 0·09, calculate that of the material of the body. [H. S. (Comp.) 1962]

উঃ মনে করি, পদার্থটির আঃ তাপ=S

122°C হইতে 30°C উষ্ণতায় ঠাণ্ডা হইতে পদার্থ দ্বারা বর্জিত তাপ
$=100\times S\times(122-30)$ cal.
$=100\times S\times 92$ cal.

28°C হইতে 30°C উষ্ণ হইতে ক্যালরিমিটার দ্বারা গৃহীত তাপ
$=50\times 0{\cdot}09\times(30-28)$ cal.
$=4{\cdot}5\times 2$ cal.

28°C হইতে 30°C উষ্ণ হইতে জল দ্বারা গৃহীত তাপ$=300\times(30-28)$ cal.
$=300\times 2$ cal.

যেহেতু, গৃহীত তাপ=বর্জিত তাপ

$\therefore \quad 4{\cdot}5\times2+300\times2=100\times S\times92$

$\therefore \quad S=\dfrac{609}{100\times92}=0{\cdot}066$

সুতরাং পদার্থটির আঃ তাপ=0·066.

Example 3. 200 gms. সীসাকে 100°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত করিয়া একটি পাত্রের 200 gms. তরল পদার্থে ফেলা হইল। তরলের আপেক্ষিক তাপ 0·5 এবং প্রাথমিক উষ্ণতা 0°C হইলে, মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা বাহির কর। পাত্র কোন তাপ গ্রহণ করে না ধরিয়া লও। সীসার আঃ তাপ=0·03.

200 gms. of lead are heated upto 100°C and dropped into a vessel containing 200 gms. of a liquid of sp. heat 0·5. If the initial temperature of the liquid were 0°C, find its final temperature, assuming that the vessel does not absorb any heat. Sp heat of lead =0·03. [H. S. Exam. 1960]

উঃ মনে করি, চূড়ান্ত উষ্ণতা=t°C.

100°C হইতে t°C উষ্ণতায় ঠাণ্ডা হইতে সীসা দ্বারা বর্জিত তাপ

$=200\times0{\cdot}03\times(100-t)$ cal.

0°C হইতে t°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত হইতে তরল দ্বারা গৃহীত তাপ

$=200\times0{\cdot}5\times(t-0)$ cal.

যেহেতু, বর্জিত তাপ=গৃহীত তাপ

$\therefore \quad 200\times0{\cdot}03\times(100-t)=200\times0{\cdot}5\times t$

বা, $600-6t=100t$ বা, $t=\dfrac{600}{106}=5{\cdot}66$°C

সুতরাং চূড়ান্ত উষ্ণতা=5·66°C.

Example 4. 50 gms ওজনের একটি ধাতব পদার্থকে 1000°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত করিয়া একটি ক্যালরিমিটারের 25°C উষ্ণতায় 200 gms. জলে ফেলিয়া দেওয়া হইল। ক্যালরিমিটারের জল-সম 10 gms. এবং ধাতব পদার্থের আঃ তাপ=0·1 হইলে, জলের উষ্ণতা-বৃদ্ধি বাহির কর।

A piece of metal weighing 50 gms. is heated to a temperature of 1000°C and quickly dropped into a calorimeter containing 200 gms. of water at 25°C. The water-equivalent of the calorimeter is 10 gms. The specific heat of the metal is 0·1. Calculate the rise in temperature of water. [C. U. 1949]

উঃ মনে করি, মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা$=t$°C

1000°C হইতে t°C উষ্ণতায় ঠাণ্ডা হইতে ধাতব পদার্থ দ্বারা বর্জিত তাপ

$=50\times0{\cdot}1\times(1000-t)$ calorie

25°C হইতে t°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত হইতে ক্যালরিমিটার দ্বারা গৃহীত তাপ

$=10\times(t-25)$ calorie

25°C হইতে t°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত হইতে জল দ্বারা গৃহীত তাপ$=200\times(t-25)$ cal.

যেহেতু, বর্জিত তাপ=গৃহীত তাপ

$\therefore\ 50\times0{\cdot}1\times(1000-t)=10(t-25)+200(t-25)$

বা, $5000-5t=210t-5250$

$\therefore\ t=\frac{10250}{215}=47{\cdot}7$°C

সুতরাং জলের উষ্ণতা-বৃদ্ধি$=(47{\cdot}7-25)=22{\cdot}7$°C

Example 5. 50 gms. ভরের তামার উষ্ণতা 0°C হইতে 100C° বৃদ্ধি করিতে যে পরিমাণ তাপের প্রয়োজন হয় তাহা সমপরিমাণ ভরের লোহার 75°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করে। যদি তামার আপেক্ষিক তাপ 0·09 হয়, তবে লোহার আপেক্ষিক তাপ কত বাহির কর।

The heat required to raise 50 gms. of copper from 0°C to 100°C raises the temperature of iron of same mass by 75°C. If the specific heat of copper is 0·09, find that of iron.

উঃ মনে করি, লোহার আপেক্ষিক তাপ$=S$

0°C হইতে 100°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে তামার প্রয়োজনীয় তাপ

$=50\times0{\cdot}09\times100$ calorie$=450$ calorie

50 gms. লোহার 75°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে প্রয়োজনীয় তাপ

$=50\times S\times75$ calorie

এখন এই দুই তাপের পরিমাণ সমান।

$\therefore\ 450=50\times S\times75$

$\therefore\ S=\frac{450}{50\times75}=0{\cdot}12$

সুতরাং লোহার আঃ তাপ$=0{\cdot}12$.

Example 6. A, B ও C তিনটি বিভিন্ন তরলের উষ্ণতা যথাক্রমে 15°C, 25°C ও 35°C; A ও B তরল দুইটি সমপরিমাণে মিশ্রিত করিলে মিশ্রণের উষ্ণতা

হয় 21°C ; আবার B ও C এর ক্ষেত্রে সমপরিমাণ মিশ্রণের উষ্ণতা হয় 32°C। প্রমাণ কর যে A ও C তরলদ্বয়ের আপেক্ষিক তাপের অনুপাত 2 : 7।

The temperatures of three different liquids A, B and C are 15°C, 25°C and 35°C respectively. On mixing equal masses of A and B, the temperature of the mixture is 21°C. On mixing equal masses of B and C, the temperature of the mixture is 32°C. Show that the ratio of specific heats of A and C is 2 : 7.

[H. S. Exam. 1966]

উঃ মনে করি, m gms করিয়া A ও B তরল দুইটি লওয়া হইল। তরল দুইটির মিশ্রণে A তরলটি 15°C উষ্ণতা হইতে 21°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত হয় এবং B তরলটি 25°C উষ্ণতা হইতে 21°C উষ্ণতায় আসে। সুতরাং A তরল তাপ গ্রহণ করে এবং B তরল তাপ ত্যাগ করে।

মনে করি, A তরলের আপেক্ষিক তাপ $= S_A$

B তরলের আপেক্ষিক তাপ $= S_B$.

সুতরাং A তরল দ্বারা গৃহীত তাপ $= m\ S_A\ (21-15)$ cal. $= 6m\ S_A$ calorie

B তরল দ্বারা বর্জিত তাপ $= m\ S_B\ (25-21)$ cal. $= 4m\ S_B$ calorie

যেহেতু গৃহীত তাপ = বর্জিত তাপ,

$$\therefore\ 6m\ S_A = 4m\ S_B,\ \therefore\ \frac{S_A}{S_B} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \qquad \ldots\ldots(1)$$

আবার মনে করি, M gms. করিয়া B ও C তরল দুইটি লওয়া হইল এবং C তরলের আপেক্ষিক তাপ $= S_C$.

এখানে তরল দুইটির মিশ্রণে B তরলটি 25°C হইতে 32°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত হয় এবং C তরলটি 35°C হইতে 32°C উষ্ণতায় আসে। সুতরাং B তরলটি তাপ গ্রহণ করে এবং C তরলটি তাপ ত্যাগ করে।

সুতরাং B তরল দ্বারা গৃহীত তাপ $= M.\ S_B\ (32-25)$ cal. $= 7\ M\ S_B$ cal.

C তরল দ্বারা বর্জিত তাপ $= M\ S_C\ (35-32)$ cal. $= 3\ M\ S_C$ cal.

যেহেতু, গৃহীত তাপ = বর্জিত তাপ,

$$\therefore\ 7\ MS_B = 3\ M\ S_C.\ \therefore\ \frac{S_B}{S_C} = \frac{3}{7} \qquad \ldots\ldots(2)$$

(1) ও (2) নং সমীকরণ দুইটি হইতে আমরা পাই,

$$\therefore\ \frac{S_A}{S_C} = \frac{S_A}{S_B} \times \frac{S_B}{S_C} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{2}{7}.$$

সুতরাং A ও C তরল দুইটির আপেক্ষিক তাপের অনুপাত = 2 : 7.

7· একটি পিতলের পাত্রে 30°C উষ্ণতায় 200 c· c· দুধের সহিত 98°C উষ্ণতায় 200 gms. জল মিশ্রিত করিলে মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা 64°C হয়। দুধের ঘনত্ব 1·03 gms/c.c· এবং পাত্রের তাপ-গ্রাহিতা 8 gms· জলের তাপ-গ্রাহিতার সমান হয়। যদি বিকিরণে কোন তাপক্ষয় না হয় তবে দুধের আপেক্ষিক তাপ বাহির কর।

200 gms. of water at 98°C are mixed with 200 c.c. of milk of density 1.03 gms. c. c. at 30°C contained in a brass vessel of thermal capacity equal to that of 8 gms. of water ; the temperature of the mixtures is 64°C. Assuming that there is no loss of heat by radiation, find the specific heat of milk. [C. U. 1925].

উঃ মনে করি, দুধের আপেক্ষিক তাপ $=S$·

দুধের ভর $=$ আয়তন $\times$ ঘনত্ব $=200 \times 1{\cdot}03$ gms. $=206$ gms.

30°C হইতে 64°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত হইতে দুধ দ্বারা গৃহীত তাপ

$=206 \times S \times (64-30)$ cal.

$=206 \times S \times 34$ calorie.

পাত্রের তাপ গ্রাহিতা $=8$ calorie.

সুতরাং 30°C হইতে 64°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত হইতে পাত্র দ্বারা গৃহীত তাপ

$=8 \times (64-30)$ cal. $=8 \times 34$ calorie.

98°C হইতে 64°C উষ্ণতায় ঠাণ্ডা হইতে জল দ্বারা বর্জিত তাপ

$=200 \times (98-64)$ cal. $=200 \times 34$ calorie.

যেহেতু, বর্জিত তাপ $=$ গৃহীত তাপ

$\therefore \quad 200 \times 34 = 206 \times S \times 34 + 8 \times 34$

বা, $206S = 192 \quad \therefore \quad S = \frac{192}{206} = 0{\cdot}93$

সুতরাং দুধের আঃ তাপ $=0{\cdot}93$·

8. একটি পাত্রে 30°C উষ্ণতায় 100 gms. জল আছে। 20 gms. বরফ উহার সহিত মিশ্রিত করিলে, মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা কত হইবে বাহির কর। পাত্রের জলসম 10 gms. এবং বরফের গলনের লীন তাপ $=80$ cal.

A vessel contains 100 gms. of water at 30°C. 20 gms. of ice are added to it. Calculate the final temperature of the mixture. Water-equivalent of the vessel $=10$ gms. Latent heat of fusion of ice $=80$ cal·

উঃ এখানে প্রথমে 20 gms. বরফ জল হইতে তাপ লইয়া গলিয়া যায়। এই লীন তাপের পরিমাণ$=20\times 80$ cal. এই 20 gms. জল এখন 0°C উষ্ণতা হইতে বৃদ্ধি পাইয়া চূড়ান্ত উষ্ণতা t°C পর্যান্ত হয়।

সুতরাং 20 gms. জল দ্বারা গৃহীত তাপ$=20(t-0)$ cal.$=20t$ cal.

আবার 100 gms. জল 30°C উষ্ণতা হইতে t°C উষ্ণতায় ঠাণ্ডা হয়। সুতরাং 100 gm. জল দ্বারা বর্জিত তাপ$=100(30-t)$ cal. এবং পাত্রটিও 30°C উষ্ণতা হইতে t°C উষ্ণতায় ঠাণ্ডা হয়। সুতরাং পাত্র দ্বারা বর্জিত তাপ$=10(30-t)$ cal.

যেহেতু, গৃহীত তাপ$=$বর্জিত তাপ

$$\therefore\quad 20\times 80+20t=100(30-t)+10(30-t)$$
$$=3000-100t+300-10t$$
$$=3300-110t$$

বা, $130t=1700$ $\therefore$ $t=13$°C (প্রায়)

9. 100°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত 8 lbs. তামার সহিত 0°C উষ্ণতায় 2 lbs. বরফ মিশাইলে কি হইবে? তামার আঃ তাপ$=0{\cdot}1$ ও বরফের গলনের লীন তাপ$=80$ cal./gm.

What is the result of mixing 8 lbs. of copper at 100°C with 2 lbs. of ice at 0°C? sp. heat. of copper$=0{\cdot}1$. Latent heat of fusion of ice$=80$ cal./gm. [H. S. Exam. 1961]

উঃ 2 lbs. বরফ$=2\times 454$ gms. বরফ এবং 8 lbs. তামা$=8\times 454$ gms. তামা। সুতরাং 2 lbs. বরফ গলাইতে তাপ লাগে$=2\times 454\times 80$ cal.$=72640$ cal. এবং 8 lbs. তামা 100°C হইতে 0°C উষ্ণতায় আসিতে তাপ পরিত্যাগ করে

$$=8\times 454\times 0.1\times 100 \text{ cal.}=36320 \text{ cal.}$$

সুতরাং দেখা যাইতেছে যে, তামা যেহেতু কম তাপ পরিত্যাগ করে, ইহা সমস্ত বরফ গলাইতে পারিবে না।

1 gm. বরফ গলাইতে তাপ লাগে$=80$ cal.

$\therefore$ 36320 cal. তাপে$=\frac{36320}{80}=1\times 454$ gms. বা 1 lb বরফ গলাইবে।

সুতরাং 2 lbs. বরফের মধ্যে 1 lb বরফ গলিবে এবং তামার উষ্ণতা 0°C হইবে।

10. একটি 16 gms. ভরের লোহার টুকরা 112.5°C উষ্ণতায় একটি বরফের মধ্যে ফেলিলে 2·5 gms. বরফ গলিয়া যায়। যদি বরফের গলনের লীন তাপ $=80$ cal./gms. হয়, লোহার আঃ তাপ বাহির কর।

A piece of iron weighing 16 gms is dropped at a temperature of 112.5°C into a cavity in a block of ice of which 2.5 gms. melt. If the latent heat of ice is 80 calories per gram. find the sp. heat of iron.

[C. U. 1939]

উঃ মনে করি, লোহার আঃ তাপ=S.

লোহার টুকরাটি বরফ গলাইয়া 0°C উষ্ণতায় পৌঁছে।

2.5 gm. বরফ গলিতে প্রয়োজনীয় লীন তাপ$=2.5\times80$ cal.$=200$ cal.

আর লোহা দ্বারা বর্জিত তাপ$=16\times S.\ (112.5-0)$ cal.

যেহেতু, বরফ দ্বারা গৃহীত তাপ=লোহার দ্বারা বর্জিত তাপ,

$\therefore\ 200=16\ S\times112.5.$

$$\therefore\ S=\frac{200}{16\times112.5}=0.11$$

সুতরাং লোহার আঃ তাপ=0·11.

———

ষোড়শ পরিচ্ছেদ

অবস্থার পরিবর্তন (Change of state)

16.1. অবস্থার পরিবর্তন :

পদার্থ কঠিন, তরল ও বায়বীয় এই তিন অবস্থায় থাকিতে পারে। তাপ প্রয়োগে বা তাপ হ্রাসে পদার্থ এক অবস্থা হইতে আর এক অবস্থায় পরিবর্তিত হয়। ইহাকেই **অবস্থার পরিবর্তন** বলে। যেমন, একখণ্ড বরফকে গরম করিলে জলে পরিণত হয় এবং আরো গরম করিলে বাষ্পে পরিণত হয়।

16.2. লীন তাপ (Latent heat) :

কোন কঠিন পদার্থে তাপ প্রয়োগ করিলে উহার উষ্ণতা বাড়িতে থাকে এবং এই উষ্ণতাবৃদ্ধি আমরা সহজেই থার্মমিটারের সাহায্যে মাপিতে পারি। এই তাপকে **বোধগম্য তাপ** (Sensible heat) বলে। কিন্তু একটি নির্দিষ্ট উষ্ণতায় কোন কঠিন পদার্থের অবস্থার পরিবর্তন হইয়া তরলে কিংবা বায়বীয় পদার্থে পরিণত হইতে আরম্ভ করে। যতক্ষণ না সমস্ত কঠিন পদার্থের এই অবস্থার পরিবর্তন হয় ততক্ষণ তাপ প্রয়োগে উষ্ণতার কোন পরিবর্তন হইবে না—একটি নির্দিষ্ট উষ্ণতায় স্থির থাকে। আবার এইরূপ কোন তরলে বা বায়বীয় পদার্থে তাপ হ্রাস করিতে থাকিলে, উহার উষ্ণতারও হ্রাস পায়। কিন্তু একটি নির্দিষ্ট উষ্ণতায় আসিলে তরল বা বায়বীয় পদার্থের অবস্থার পরিবর্তন হইতে আরম্ভ করে। যতক্ষণ না সমস্ত তরল বা বায়বীয় পদার্থ কঠিন বা তরলে পরিণত হয় ততক্ষণ আরো তাপ হ্রাসে উষ্ণতার কোন পরিবর্তন হয় না। অর্থাৎ তাপ প্রয়োগে পদার্থের গলন (melting), ঘনীভবন (solidification), বাষ্পীভবন (vaporisation) ইত্যাদি অবস্থার পরিবর্তনে উষ্ণতার কোন বাহ্যিক পরিবর্তন হয় না। সেইজন্য এই তাপকে **লীন তাপ** বলে।

0°C উষ্ণতায় একখণ্ড বরফ লইয়া যদি তাপ প্রয়োগ করা হয়, তবে দেখা যাইবে যে, বরফ গলিয়া জল হইয়া যাইতেছে, কিন্তু উষ্ণতার কোন পরিবর্তন হইতেছে না। আবার খানিকটা জল লইয়া ঠাণ্ডা করিতে থাকিলে জল তাপ ত্যাগ করে এবং উষ্ণতাও কমিতে থাকে। কিন্তু যখন জল 0°C উষ্ণতায় বরফ হইতে আরম্ভ করে, তখন সমস্ত জল বরফ না হওয়া পর্যন্ত উষ্ণতা 0°C-এ স্থির থাকে ; যদিও জল তাপ ত্যাগ করে। তেমনি তাপ প্রয়োগে জল যখন বাষ্পীভূত হয় তখনও উষ্ণতার কোন পরিবর্তন হয় না। এইগুলি লীন তাপের উদাহরণ।

একক ভরের কঠিনকে গলনাঙ্কের (melting) উষ্ণতার কোন পরিবর্তন না করিয়া তরলে পরিণত করিতে যে তাপের প্রয়োজন হয় তাহাকে গলনের লীন তাপ (Latent heat of fusion). বলে। আবার একক ভরের তরল একই উষ্ণতায় যখন কঠিন পদার্থে পরিণত হয় তখন একই পরিমাণ তাপ বর্জন করে। ইহাকে ঘনীভবনের লীন তাপ (Latent heat of solidification) বলে।

C. G. S. পদ্ধতিতে বরফের গলনের লীন তাপ 80 calories ; ইহার অর্থ, 0°C উষ্ণতায় 1 gm. বরফকে 0°C উষ্ণতায় তরলে পরিণত করিতে 80 calories তাপের প্রয়োজন হয়। জলের ঘনীভবনের লীন তাপও 80 calories।

আবার, একক ভরের কোন তরলকে স্ফুটনাঙ্কের উষ্ণতায় বাষ্পে পরিণত করিতে যে তাপের প্রয়োজন হয় তাহাকে তরলের বাষ্পীভবনের লীন তাপ (Latent heat of vaporisation) বলে। আবার এই একক ভরের বাষ্পকে ঐ উষ্ণতায় তরলে পরিণত করিতে একই পরিমাণ তাপ ত্যাগ করিবে। "স্টীমের লীন তাপ 536 ক্যালরি"—এই কথার অর্থ, 100°C উষ্ণতায় 1 gm. জলকে 100°C উষ্ণতায় বাষ্পে পরিণত করিতে 536 ক্যালরি তাপ লাগিবে বা 100°C উষ্ণতায় 1 gm. স্টীম 100°C উষ্ণতায় জলে পরিণত হইলে 536 ক্যালরি তাপ ত্যাগ করিবে।

ভরের একক ও তাপের এককের উপর লীন তাপ নির্ভর করে। সুতরাং C. G. S. পদ্ধতিতে কোন লীন তাপ Q calorie হইলে, F. P. S. পদ্ধতিতে তাহা ভিন্ন হইবে। F. P. S. পদ্ধতিতে ভরকে pound-এ এবং তাপকে B. Th. U.-এ প্রকাশ করিতে হইবে। যেহেতু 1 pound=453·6 gm. এবং 1 B. Th. U =252 calories.

সুতরাং F. P. S. পদ্ধতিতে লীন তাপ$=\dfrac{Q\times 453{\cdot}6}{252}$B. Th. U.

সুতরাং F. P. S. পদ্ধতিতে বরফের গলনের লীন তাপ$=\dfrac{80\times 453{\cdot}6}{252}$

$=144$ B. Th. U.

এবং স্টীমের লীন তাপ$=\dfrac{536\times 453{\cdot}6}{252}=964{\cdot}8$ B. Th. U.

16.3. মিশ্রণ পদ্ধতিতে বরফ গলনের লীন তাপ নির্ণয় (Determination of Latent heat of ice by the method of mixture) :

একটি শুষ্ক ও পরিষ্কার ক্যালরিমিটার আলোড়কসহ ওজন করিয়া লইলাম। আলোড়কটিতে একটি জাল লাগান থাকে। ক্যালরিমিটারের প্রায় $\frac{2}{3}$ অংশ জলে পূর্ণ

করিয়া আবার ওজন করিলাম। এই দুই ওজনের পার্থক্য হইতে জলের ওজন বাহির করিলাম। একটি থার্মমিটার দিয়া জলের প্রাথমিক উষ্ণতা মাপিয়া লইলাম। ক্যালরিমিটারটি একটি তাপ-অপরিবাহী পাত্রে বসান থাকে। কয়েক টুকরা বরফ ব্লটিং কাগজে শুষ্ক করিয়া হাত দিয়া না ধরিয়া ক্যালরিমিটারের জলে ফেলিয়া দেওয়া হইল এবং আলোড়কের জাল দিয়া বরফগুলিকে জলের নীচে নাড়িতে থাকিলাম। লক্ষ্য রাখা হইল, বরফগুলি যেন জলের উপরে ভাসিয়া না উঠে। সমস্ত বরফ গলিয়া গেলে জলের উষ্ণতা আবার মাপা হইল। কিছুক্ষণ পরে ক্যালরিমিটার সাধারণ উষ্ণতায় আসিলে আবার ওজন করিলাম এবং এই ওজন হইতে দ্বিতীয় ওজন বাদ দিয়া বরফের ওজন বাহির করিলাম।

মনে করি, ক্যালরিমিটারের ওজন $=m_1$ gm.

ক্যালরিমিটার + জলের ওজন $=m_2$ gm.

ক্যালরিমিটার + জলের ওজন + বরফ গলা জলের ওজন $=m_3$ gm.

জলের প্রাথমিক উষ্ণতা $=t_1$°C, জলের চূড়ান্ত উষ্ণতা $=t_2$°C.

বরফ গলনের লীন তাপ $=L$ calorie.

ক্যালরিমিটারের পদার্থের আপেক্ষিক তাপ $=S$.

সুতরাং জলের ওজন $=(m_2-m_1)$ gm. বরফের ওজন $=(m_3-m_2)$ gm.

এখানে বরফ ক্যালরিমিটার ও জল হইতে তাপ গ্রহণ করিয়া 0°C উষ্ণতায় গলিয়া যাইবে এবং তারপর এই বরফগলা জল 0°C উষ্ণতা হইতে বৃদ্ধি পাইয়া t_2°C উষ্ণতায় পৌঁছিবে এবং ক্যালরিমিটার ও জল t_1°C উষ্ণতা হইতে t_2°C উষ্ণতায় আসিবে।

সুতরাং ক্যালরিমিটার দ্বারা বর্জিত তাপ $=m_1S(t_1-t_2)$ calorie

জল দ্বারা বর্জিত তাপ $=(m_2-m_1)(t_1-t_2)$ calorie

বরফ গলিতে তাপ লাগে $=(m_3-m_2)\cdot L$ calorie

এবং বরফগলা জল 0°C উষ্ণতা হইতে t_2°C উষ্ণতায় আসিতে তাপ লাগে $=(m_3-m_2)(t_2-0)$ calorie

যেহেতু বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ

$$\therefore\ m_1S(t_1-t_2)+(m_2-m_1)(t_1-t_2)=(m_3-m_2)L+(m_3-m_2)t_2$$

$$\therefore\ L=\frac{m_1S(t_1-t_2)+(m_2-m_1)(t_1-t_2)-(m_3-m_2)t_2}{(m_3-m_2)}\text{ calorie}$$

যদি ক্যালরিমিটারের জলসম $W=m_1S$ হয়, তবে

$$L=\frac{W(t_1-t_2)+(m_2-m_1)(t_1-t_2)-(m_3-m_2)t_2}{(m_3-m_2)}\text{ calorie}$$

পূর্বপৃষ্ঠায় সমীকরণের ডানদিকের সমস্ত কিছু জানা আছে, সুতরাং L বাহির করা যায়।

পরীক্ষায় ভুলের কারণ ও উহার প্রতিকার :

(1) বরফের সঙ্গে কোন জল থাকিতে পারিবে না। তাহা হইলে বরফের ভরের মাপে ভুল হইবে। সেইজন্য বরফ ফেলিবার সময় বিশেষ সতর্কতা অবলম্বন করিতে হইবে এবং ব্লটিং কাগজ দিয়া ফেলিতে হইবে।

(2) বরফকে সবসময় আলোড়কের জাল দিয়া জলের নীচে রাখিতে হইবে। বরফ উপরে ভাসিয়া উঠিলে বায়ু হইতে তাপ গ্রহণ করিবে যাহা মাপার মধ্যে আসে না।

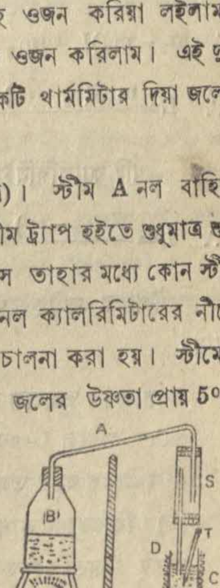
(3) ক্যালরিমিটার বেশী ঠাণ্ডা হইলে বায়ু হইতে জলীয় বাষ্প ক্যালরিমিটারের গায়ে জমিবে। ইহাতে ভরের ও উষ্ণতার আসল মান পাওয়া যাইবে না।

(4) জলের প্রাথমিক উষ্ণতা ঘরের উষ্ণতা হইতে 5°C বেশী হইলে এই পরীক্ষায় তাপ বিকিরণের ফল সবচেয়ে কম হইবে। কারণ শেষ উষ্ণতাও ঘরের উষ্ণতা হইতে প্রায় 5°C কম হইবে। সুতরাং প্রথমোক্ত ক্ষেত্রে ক্যালরিমিটার বিকিরণে যে তাপ বর্জন করিবে প্রায় সেই পরিমাণ তাপ পরে গ্রহণ করিবে।

16.4. স্টীমের লীন তাপ নির্ণয় (Determination of Latent heat of steam) :

একটি শুষ্ক ও পরিষ্কার ক্যালরিমিটার আলোড়কসহ ওজন করিয়া লইলাম। ক্যালরিমিটারের প্রায় ⅔ অংশ জলে পূর্ণ করিয়া আবার ওজন করিলাম। এই দুই ওজনের পার্থক্য হইতে জলের ওজন বাহির করিলাম। একটি থার্মমিটার দিয়া জলের প্রাথমিক উষ্ণতা মাপা হইল।

এইবার B পাত্রে কিছু জল ফুটান হইল (16.1 চিত্র)। স্টীম A নল বাহিয়া স্টীম ট্র্যাপ (steam trap) S-তে প্রবেশ করে। এই স্টীম ট্র্যাপ হইতে শুধুমাত্র শুষ্ক স্টীম বাহির হইয়া আসে। A নল বাহিয়া যে স্টীম আসে তাহার মধ্যে কোন স্টীম জমিয়া জল হইলে এই স্টীম ট্র্যাপে আটকাইয়া যায়। D নল ক্যালরিমিটারের নীচে ডুবাইয়া রাখা হয় এবং শুষ্ক স্টীম ক্যালরিমিটারের জলে চালনা করা হয়। স্টীমের তাপে ক্যালরিমিটারের জলের উষ্ণতা বৃদ্ধি পায়। যখন জলের উষ্ণতা প্রায় 5°C বৃদ্ধি পাইবে তখন D নল সরাইয়া লওয়া হয়। আলোড়ক দিয়া জল নাড়াইয়া জলের সর্ব্বোচ্চ উষ্ণতা মাপা হইল। কিছুক্ষণ পরে ক্যালরিমিটার ঠাণ্ডা হইলে আবার ওজন করিলাম। দ্বিতীয় ও তৃতীয় ওজন হইতে কতখানি স্টীম ঘনীভূত হইল তাহা নির্ণয় করা হইল। মনে করি, ক্যালরিমিটারের ওজন $=m_1$ gm.



চিত্র 16. 1

ক্যালরিমিটার + জলের ওজন $=m_2$ gm.

ক্যালরিমিটার + জল + ঘনীভূত বাষ্পের ওজন $=m_3$ gm.

ক্যালরিমিটার পদার্থের আপেক্ষিক তাপ $=S$

জলের প্রাথমিক উষ্ণতা $=t_1{}^\circ C$, জলের সর্বোচ্চ উষ্ণতা $=t_2{}^\circ C$

স্টীমের লীন তাপ $=L$ calorie

সুতরাং জলের ওজন $=(m_2-m_1)$ gm.

এবং ঘনীভূত বাষ্পের ওজন $=(m_3-m_2)$ gm.

স্টীম ঘনীভূত হইবার জন্য বর্জিত লীন তাপ $=(m_3-m_2)L$ calories

এই পরিমাণ তাপ স্টীম ত্যাগ করিয়া জল হয়। কিন্তু তখনও উহার উষ্ণতা $100^\circ C$। এই জল আরো তাপ ত্যাগ করিয়া $t_2{}^\circ C$ উষ্ণতায় আসে এবং ক্যালরিমিটার ও জল এই তাপ গ্রহণ করিয়া $t_1{}^\circ C$ উষ্ণতা হইতে $t_2{}^\circ C$ উষ্ণতায় উত্তপ্ত হয়।

সুতরাং ঘনীভূত জলের বর্জিত তাপ $=(m_3-m_2)(100-t_2)$ calorie

ক্যালরিমিটার দ্বারা গৃহীত তাপ $=m_1S(t_2-t_1)$ calorie

ক্যালরিমিটারের জল দ্বারা গৃহীত তাপ $=(m_2-m_1)(t_2-t_1)$ calorie

যেহেতু বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ

$$\therefore (m_3-m_2)L+(m_3-m_2)(100-t_2)=m_1S(t_2-t_1)+(m_2-m_1)(t_2-t_1)$$

$$\therefore L=\frac{m_1S(t_2-t_1)+(m_2-m_1)(t_2-t_1)-(m_3-m_2)(100-t_2)}{(m_3-m_2)} \text{ calorie}$$

যদি ক্যালরিমিটারের জল-সম $W=m_1S$ হয়, তবে

$$\therefore L=\frac{W(t_2-t_1)+(m_2-m_1)(t_2-t_1)-(m_3-m_2)(100-t_2)}{(m_3-m_2)} \text{ calorie}$$

উপরের সমীকরণের ডানদিকের সমস্ত জানা আছে, সুতরাং L বাহির করা যায়।

পরীক্ষায় ভুলের কারণ ও প্রতিকার : (1) স্টীমের সঙ্গে জল ক্যালরিমিটারে প্রবেশ করিলে L-এর মান কম হইবে। এইজন্য যে নল দিয়া ক্যালরিমিটারে স্টীম প্রবেশ করে তাহা অপরিবাহী তুলা দিয়া ঢাকিয়া রাখিতে হইবে।

(2) বিকিরণে তাপক্ষয় যাহাতে কম হয় সেইজন্য জলের প্রাথমিক উষ্ণতা ঘরের উষ্ণতা হইতে $4^\circ C$ কি $5^\circ C$ কম রাখিতে হইবে।

(3) স্টীমের উষ্ণতা সবসময় $100^\circ C$ হয় না। সেইজন্য উহা মাপিয়া নির্ণয় করা ঠিক।

কয়েকটি পদার্থের গলনের ও বাষ্পীভবনের লীন তাপ

পদার্থ	গলনের লীন তাপ cal/gm.	বাষ্পীভবনের লীন তাপ cal/gm.
জল	80·0	537·0
গন্ধক	9·0	78·0
সীসা	5·9	208·0
রূপা	21·0	558·0
সোনা	15·0	377·0

উদাহরণ :

1. 0°C উষ্ণতায় 5gms. বরফ 30°C উষ্ণতায় 100 gms. জলের সহিত মিশ্রিত করিলে মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা 24·8°C হয়। বরফের গলনের লীন তাপ বাহির কর।

[5 gms. of ice at 0°C is mixed with 100 gms. of water at 30°C and the final temperature becomes 24·8°C. Calculate the latent heat of fusion of ice.]

উঃ মনে করি বরফের গলনের লীন তাপ $=L$ cal.

সুতরাং 5 gms. বরফ 0°C উষ্ণতায় গলিতে প্রয়োজনীয় তাপ $=5\times L$ cal. এই 5 gms. বরফ 0°C উষ্ণতায় জল হয় এবং 30°C উষ্ণতায় 100 gms. জল হইতে তাপ গ্রহণ করিয়া 24·8°C উষ্ণতায় আসে। সুতরাং 5 gms. জলের 0°C হইতে 24.8°C উষ্ণতায় আসিতে প্রয়োজনীয় তাপ $=5\times 24{\cdot}8$ cal. $=124{\cdot}0$ cal.

আবার 100 gms. জল 30°C হইতে 24·8°C উষ্ণতায় আসিতে তাপ পরিত্যাগ করে $=100(30-24{\cdot}8)$ cal. $=520$ cal.

যেহেতু গৃহীত তাপ = বর্জিত তাপ

$\therefore\ 5L+124{\cdot}0=520 \qquad \therefore\ L=79{\cdot}2$ Cal.

2. একটি 200 gms. ভরের ধাতব বল 150°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত করিয়া একটি বড় বরফের টুকরায় রাখিয়া দিলে কতখানি বরফ গলাইবে? ধাতব বলের আপেক্ষিক তাপ $=0{\cdot}2$ এবং বরফের গলনের লীন তাপ $=80$ cal.

[A metal ball weighing 200 gms. is heated to a temperature of 150°C and dropped in a large block of ice. How much ice will be

melted if the specific heat of the metal is 0·2 and the latent heat of ice is 80 cal ?]

উঃ ধাতব বল দ্বারা বর্জিত তাপ $=200\times0{\cdot}2\times150$ cal.

এই তাপ বরফ গলাইতে ব্যয়িত হয়।

মনে কর, বরফের পরিমাণ = M gms.

সুতরাং M gms. বরফ গলাইতে তাপ লাগে $=M\times L=M\times80$ cal.

$\therefore\ M\times80=200\times0{\cdot}2\times150$

$\therefore\ M=75$ gms.

3. 0°C উষ্ণতায় একটি পাত্রে 2000 gms. জল ও 200 gms. বরফ আছে। প্রমাণ চাপে কিছুক্ষণ ষ্টীম চালনা করা হইল, ইহাতে চূড়ান্ত উষ্ণতা হইল 20°C। কত gm. স্টীম চালনা করা হইয়াছে ? (পাত্রের তাপগ্রাহিতা উপেক্ষা কর)

স্টীমের লীন তাপ = 540 cal/gms.

বরফের গলনের লীন তাপ = 80 cal/gms.

[A vessel contains 2000 gms. of water and 200 gms. of ice at a temperature of 0°C. How many grams of steam at normal pressure must condense to raise the temperature to 20°C ? (Neglect the heat capacity of the calorimeter.)

Latent heat of condensation of steam = 540 cal/gms.

Latent heat of fusion of ice = 80 cal/gms.]

উঃ মনে করি, m gm. ষ্টীম লাগিবে।

তাহা হইলে, 100°C উষ্ণতায় m gm. ষ্টীম 100°C উষ্ণতায় জলে পরিণত হইতে $=m\times540$ cal. তাপ পরিত্যাগ করিবে। এবং এই m gm. জল 100°C উষ্ণতা হইতে 20°C উষ্ণতায় আসিতে তাপ পরিত্যাগ করিবে $=m\times(100-20)$ cal. $=80\times m$ cal. 200 gms. বরফ 0°C উষ্ণতায় জলে পরিণত হইতে তাপ লাগিবে $=200\times80$ cal.

2000 gms. জল ও 200 gms. বরফ গলা জল 0°C হইতে 20°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত হইতে তাপ লাগিবে $=2200\times20$ cal.

এখন গৃহীত তাপ = বর্জিত তাপ

$\therefore\ 2200\times20+200\times80=80\times m+m\times540$

বা, $44000+16000=m\times620$

বা, $60000=m\times620\ \therefore\ m=\dfrac{60000}{620}=967{\cdot}7$ gms.

4. $-10°C$ উষ্ণতায় 15 gms. বরফকে বাষ্পে পরিণত করিতে কি পরিমাণ তাপ লাগিবে? বরফের আপেক্ষিক তাপ=0·5, বরফের গলনের লীন তাপ=80 cal. স্টীমের লীন তাপ=540 cal.

[What amount of heat is required to evaporate away 15 gms. of ice at $-10°C$? Sp. heat of ice=0·5, Latent heat of fusion of ice =80 cal. Latent heat of steam=540 cal.]

উঃ (i) বরফের $-10°C$ উষ্ণতা হইতে 0°C উষ্ণতায় আসিতে তাপ লাগে
$=15 \times 0·5 \times 10$ cal. =75 cal.

(ii) 15 gms. বরফ 0°C উষ্ণতায় গলিয়া 0°C উষ্ণতায় জল হইতে তাপ লাগে
$=15 \times 80$ cal. =1200 cal.

(iii) 15 gms. জল 0°C উষ্ণতা হইতে 100°C উষ্ণতায় আসিতে তাপ লাগে
$=15 \times 100$ cal. =1500 cal.

(iv) 15 gms. জল 100°C উষ্ণতায় বাষ্পে পরিণত হইতে তাপ লাগে
$=15 \times 540$ cal. =8100 cal.

সুতরাং মোট তাপের পরিমাণ=75+1200+1500+8100 cal.
=10875 cal.

16.5. বাষ্পীভবন (Vaporisation):

যে পদ্ধতিতে তরল বায়বীয় অবস্থায় পরিণত হয় তাহাকে বাষ্পীভবন বলে এবং এই বায়বীয় অবস্থাকে তরলের বাষ্প বলে। বাষ্প ও গ্যাস এক নহে।

পদার্থের বাষ্পীভবন তিনটি উপায়ে হয়; যথা (1) বাষ্পায়ন (Evaporation), (2) স্ফুটন (Boiling or Ebullition) ও (3) ঊর্ধ্বপাতন (Sublimation)।

(1) বাষ্পায়ন: সকল উষ্ণতায় ধীরে ধীরে তরলের কেবল উপরতল হইতে তরলের বাষ্পে পরিণত হওয়ার পদ্ধতিকে বাষ্পায়ন বলে। একটা পাত্রে কিছু জল রাখিয়া দিলে কয়েকদিন পরে দেখা যায় যে পাত্রে কোন জল নাই। ইহা বাষ্পায়নের দরুন হয়। ইহাছাড়া গরমকালে পুকুর ও নদী, ভিজাকাপড় এমনি শুকাইয়া যাওয়া প্রভৃতিও বাষ্পায়নের ফলে হইয়া থাকে।

(2) স্ফুটন: একটি নির্দিষ্ট উষ্ণতায় দ্রুতগতিতে তরলের সকল অংশ হইতে তরলের বাষ্পে পরিণত হওয়ার পদ্ধতিকে স্ফুটন বলে। এই নির্দিষ্ট উষ্ণতা চাপের উপর নির্ভর করে। যদি চাপের কোন পরিবর্তন না হয় তবে যতক্ষণ পর্যন্ত না সমস্ত তরল বাষ্পে পরিণত হয়, ততক্ষণ পর্যন্ত উষ্ণতাও নির্দিষ্ট থাকে। এই নির্দিষ্ট উষ্ণতাকে তরলের স্ফুটনাঙ্ক (Boiling point) বলে। সাধারণত স্ফুটনাঙ্ক

বায়ুমণ্ডলের সাধারণ চাপে (760 m.m. পারদস্তম্ভের চাপ) মাপা হয়। যেমন সাধারন চাপে জলের স্ফুটনাঙ্ক 100°C।

(3) **ঊর্ধ্বপাতন :** কয়েকটি কঠিন পদার্থ আছে যাহারা কঠিন অবস্থা হইতে সোজাসুজি বাষ্পীয় অবস্থায় পরিণত হয়। ইহারা কোনসময়েই তরলে পরিণত হয় না। এই পদ্ধতির নাম ঊর্ধ্বপাতন। আয়োডিন, কর্পূর, গন্ধক প্রভৃতি এই পদ্ধতিতে বাষ্পে পরিণত হয়।

16.6. বাষ্পায়নের হার পরিবর্তনের কারণ (Factors influencing the rate of evaporation) :

(1) **তরলের উষ্ণতা :** উষ্ণতাবৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে বাষ্পায়নের হারও বৃদ্ধি পায়। আবার উষ্ণতা কমাইলে হারও কমিয়া যায়।

(2) **তরলের স্ফুটনাঙ্ক :** তরলের স্ফুটনাঙ্ক যত কম হইবে তত বাষ্পায়নের হার দ্রুত হয়। সেইজন্য ইথার, অ্যালকোহল প্রভৃতি দ্রুত বাষ্পীভূত হয়।

(3) **তরলের উপরতলের ক্ষেত্রফল :** তরলের উপরতলের ক্ষেত্রফল যত বেশী হইবে তত বেশী বাষ্পায়ন হইবে। সেইজন্য চওড়া পাত্রে গরম দুধ বা চা ঢালিয়া ঠাণ্ডা করা হয়। বাষ্পায়নের জন্য যে তাপের প্রয়োজন হয় তাহা গরম তরল হইতে আসে।

(4) **বায়ুর চাপ :** তরলের উপরে বায়ুর চাপ বাড়িলে বাষ্পায়নের হারও কমিয়া যায়। আবার চাপ কমাইলে বাষ্পায়নের হারও বাড়িয়া যায়। সেইজন্য বায়ুশূন্য স্থানে তরল খুব দ্রুত বাষ্পীভূত হয়।

(5) **বায়ুর শুষ্কতা :** বায়ুতে যত কম পরিমাণ তরলের বাষ্প থাকিবে বাষ্পায়নের হারও তত বৃদ্ধি পাইবে। সেইজন্য বর্ষাকালে বায়ুতে প্রচুর জলীয় বাষ্প থাকে বলিয়া বাষ্পায়ন কম হয় এবং ভিজাকাপড় সহজে শুকাইতে চায় না।

(6) **বায়ু চলাচল :** তরলের উপরে বায়ু যদি সবসময় চলাচল করে তবে বাষ্পায়নের হারও বাড়ে। সেইজন্য বাতাসে ভিজাকাপড় ধরিলে কাপড় তাড়াতাড়ি শুকায়।

16.7. বাষ্পায়নে শৈত্য উৎপন্ন হয় (Cold caused by Evaporation) :

বাষ্পায়নে সবসময় লীন তাপের দরকার হয়। বাহির হইতে কোন তাপ না দিলে তরল নিজের মধ্য হইতে বা তরল সংলগ্ন জিনিসপত্র হইতে তাপ গ্রহণ করে এবং আস্তে আস্তে বাষ্পে পরিণত হয়। ইহার ফলে তরল বা তরল সংলগ্ন জিনিসপত্র ঠাণ্ডা হয়। এই বাষ্পায়ন যত দ্রুত হয় তত বেশী ঠাণ্ডা হয়। নিম্নে কতকগুলি উদাহরন দেওয়া হইল।

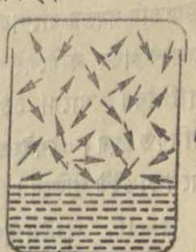
(1) দেহ যখন ঘামে ভিজা থাকে অথবা স্নান করিয়া আসিয়া হাওয়া দিলে দেহ খুব ঠাণ্ডা হয়। কারণ হাওয়া দিলে ঘাম বা স্নানের জল বাষ্পে পরিণত হয় এবং দেহ হইতে ইহার জন্য লীন তাপ গ্রহণ করে। হাওয়া না দিলে বাষ্পায়ন খুব আস্তে হয়।

(2) হাতে ইথার, অ্যালকোহল ইত্যাদি দ্রুত উদ্বায়ী (volatile) পদার্থ ঢালিলে খুব ঠাণ্ডা মনে হয়। কারণ এই সকল পদার্থ হাত হইতে তাপ সংগ্রহ করিয়া দ্রুত বাষ্পে পরিণত হয় এবং হাত খুব ঠাণ্ডা হয়।

(3) গরমের দিনে মাটির কলসী বা কুজায় জল রাখিলে জল ঠাণ্ডা হয়। ইহার কারণ, কলসী বা কুজার গায়ে অসংখ্য ছোট ছোট ছিদ্র আছে। এই ছিদ্রপথে সবসময় জল বাহির হয় এবং বাহিরে আসিয়া ইহা বাষ্পে পরিণত হয়। বাষ্পায়নের জন্য যে তাপের প্রয়োজন হয় তাহা কলসীর গাত্র এবং ভিতরের জল হইতে সরবরাহ হয়। সেইজন্য ভিতরের জল আস্তে আস্তে ঠাণ্ডা হইয়া আসে। কিন্তু কাচ বা পিতলের পাত্রে জল রাখিলে একমাত্র পাত্রের মুখের জল বাষ্পীভূত হয় এবং ইহার পরিমাণ খুবই কম। সেইজন্য এই সব পাত্রের জল ঠাণ্ডা হয় না।

(4) গরমের দিনে দরজা, জানলায় ভিজা 'খস্‌খস্‌' ঝুলাইয়া ঘরকে ঠাণ্ডা করা হয়। খস্‌খসের জল ঘরের বাতাস হইতে এবং ঘরে যে গরম বাতাস প্রবেশ করে তাহা হইতে তাপ সংগ্রহ করিয়া বাষ্পে পরিণত হয়। ফলে ঘরের বাতাস ঠাণ্ডা হয়।

16.8. বাষ্পের চাপ (Vapour pressure) : একটি বন্ধ পাত্রে থানিকটা তরল রাখিয়া দিলে তরলের তল হইতে বাষ্পাকারে তরলের অণু বাহির হইয়া চারিদিকে ছড়াইয়া পড়ে এবং পাত্রের দেওয়ালে গ্যাসের অণুর মত ধাক্কা দেয়। ইহার ফলে পাত্রের মধ্যে চাপের সৃষ্টি হয়। এই চাপকে বাষ্পের চাপ বলে। অণুগুলির ছুটাছুটির সময় কিছু অণু আবার তরলে ফিরিয়া আসে (16.2 চিত্র)। একটি নির্দিষ্ট উষ্ণতায় তরল হইতে নির্গত অণুর সংখ্যা ও তরলে ফিরিয়া আসা অণুর সংখ্যা সমান হয়। সুতরাং নির্দিষ্ট উষ্ণতায় নির্দিষ্ট আয়তনে নির্দিষ্ট পরিমাণ বাষ্প থাকিতে পারে। এই অবস্থাকে সংপৃক্ত (Saturated) বলে এবং ইহার ফলে যে চাপ হয় তাহাকে সংপৃক্ত বাষ্পের চাপ (Saturated vapour pressure) বলে। আর যদি নির্দিষ্ট উষ্ণতায় নির্দিষ্ট আয়তনে যতখানি বাষ্প থাকিতে পারে তাহার চেয়ে কম বাষ্প থাকে, তবে সেই অবস্থাকে অসংপৃক্ত (unsaturated) বলে এবং ইহার ফলে যে চাপ হয় তাহাকে অসংপৃক্ত বাষ্পের চাপ (unsaturated vapour pressure)

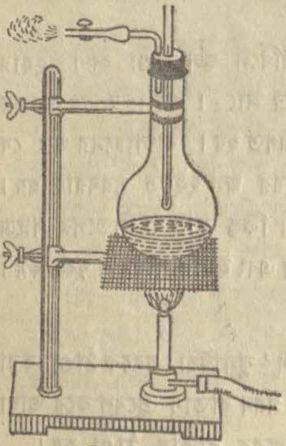


চিত্র 16.2

বলে। বিভিন্ন তরলের বাষ্পের চাপ বিভিন্ন হয় এবং অসংপৃক্ত বাষ্প গ্যাসের সূত্র মানে।

16.9. **স্ফুটন :** পূর্বেই বলা হইয়াছে, **একটি নির্দিষ্ট উষ্ণতায় নির্দিষ্ট চাপে দ্রুত গতিতে তরলের সকল অংশ হইতে তরলের বাষ্পে পরিণত হওয়ার পদ্ধতিকে স্ফুটন বলে।**

একটি কাচের ফ্লাস্কে কিছু জল লইয়া ছিপি দিয়া মুখ বন্ধ করিয়া দিলাম (16·3 চিত্র)।



চিত্র 16.3

ছিপির মধ্যে দুইটি ছিদ্র করিয়া একটিতে একটি থার্মমিটার এবং অন্যটিতে একটি বাষ্প-নির্গম নল লাগান আছে। এইবার ফ্লাস্কটিকে একটি বার্ণার দিয়া গরম করিলে দেখা যাইবে যে, জলের উপর হইতে বাষ্প উঠিতেছে এবং জলে দ্রবীভূত বায়ু বুদ্‌বুদের আকারে পাত্রের গায়ে জমিতেছে। জলের উষ্ণতা প্রায় 100°C এর কাছাকাছি আসিলে, ফ্লাস্কের তলায় জলীয় বাষ্পের বুদ্‌বুদ্ তৈয়ারী হয়। এই বুদ্‌বুদ্‌গুলি উপরের দিকে উঠিয়া আসিয়া অপেক্ষাকৃত শীতল জলের সংস্পর্শে ঘনীভূত হইয়া যায়। যখন সমস্ত জলের উষ্ণতা 100°C-এ পৌঁছায় তখন সমগ্র তরল পদার্থে আলোড়নের সৃষ্টি হয়। তরলের এই অবস্থাকে স্ফুটন বলে। এই সময় তরলের সর্বত্র উষ্ণতা একই থাকে।

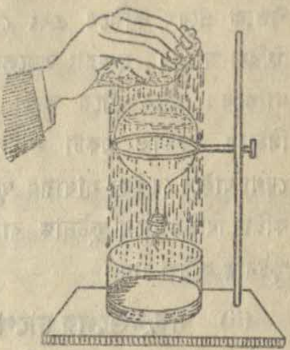
100°C উষ্ণতায় নির্দিষ্ট ভরের জলের যে পরিমাণ তাপ থাকে তাহা 100°C উষ্ণতায় সমভর বাষ্পের তাপের পরিমাণ অপেক্ষা কম। কারণ 100°C উষ্ণতাতে জলকে গরম করিলেই বাষ্পে পরিণত হয় না। এখানে বাষ্পীভবনের লীন তাপ লাগিবে। আরো 536 calorie তাপ দিলে 100°C উষ্ণতায় এক গ্রাম জল বাষ্পে পরিণত হয়। সেইজন্য 100°C উষ্ণতার বাষ্পে হাত দিলে 100°C উষ্ণতার জল অপেক্ষা বেশী পুড়িবে।

16.10. **স্ফুটনাঙ্কের উপর চাপের প্রভাব :** কোন তরলের স্ফুটনাঙ্ক তরলের উপরের তলে যে চাপ পড়ে তাহার উপর নির্ভর করে। চাপ কমাইলে স্ফুটনাঙ্ক কমে এবং চাপ বাড়াইলে স্ফুটনাঙ্ক বাড়িয়া যায়।

(1) চাপ হ্রাসে স্ফুটনাঙ্কের হ্রাস : Franklin-এর-পরীক্ষা :

একটি কাচের ফ্লাস্কে অর্ধেক জলে ভর্তি করিলাম এবং আগুনে বসাইয়া ফুটাইতে লাগিলাম। জলের বাষ্প ফ্লাস্কের সমস্ত বায়ুকে বাহির করিয়া দিবে। এইবার

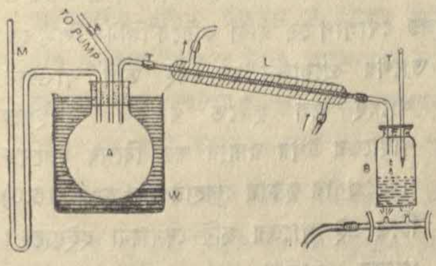
একটি কর্ক দিয়া ফ্লাস্কের মুখটি বন্ধ করিয়া দিলাম এবং একটি থার্মমিটার কর্কের মধ্যদিয়া প্রবেশ করাইয়া জলের উষ্ণতা মাপিয়া লইলাম। আগুন সরাইয়া লইয়া ফ্লাস্কটিকে উল্টা করিয়া বসাইলাম (16.4 চিত্র)। জলের উপরের জায়গা জলীয় বাষ্প দ্বারা পূর্ণ থাকিবে এবং আগুনে না থাকার দরুন জল ফুটিতে থাকিবে না। এইবার ফ্লাস্কের উপর ঠাণ্ডা জল ঢালিতে থাকিলে জল পুনরায় ফুটিতে থাকিবে। কিন্তু থার্মমিটারে জলের উষ্ণতা পূর্বাপেক্ষা কম দেখায়। ঠাণ্ডা জল ফ্লাস্কের উপর ঢালার জন্য ফ্লাস্কের ভিতরের জলীয় বাষ্পের খানিকটা তরলে পরিণত হয় এবং ইহার ফলে জলের উপরের চাপ কমিয়া যায় এবং সঙ্গে সঙ্গে স্ফুটনাঙ্কও কমিয়া যায়। এই কারণে কম উষ্ণতায় জল আবার ফুটিতে থাকে। সুতরাং চাপ হ্রাসে স্ফুটনাঙ্কেরও হ্রাস পায়।



চিত্র 16.4

(2) চাপ বৃদ্ধিতে স্ফুটনাঙ্কের বৃদ্ধি :

Regnault-এর পরীক্ষা : একটি গোল তামার পাত্র A-এর সহিত একটি L শীতক (condenser) দ্বারা আর একটি তামার পাত্র B সংযুক্ত থাকে (16·5 চিত্র)। B পাত্রে পরীক্ষাধীন তরলকে ফুটান হয় এবং ইহার মুখ কর্ক দ্বারা বন্ধ থাকে। কর্কের মধ্যদিয়া একটি থার্মমিটার এমনভাবে ঢুকান থাকে যে উহা ঠিক তরলের উপরে থাকে। A তামার পাত্রটিকে সবসময় একই উষ্ণতায় রাখিবার জন্য উহাকে W জলগাহের (waterbath) মধ্যে ডুবান থাকে। A পাত্রের সহিত একটি পাম্প P ও চাপ-মাপার ম্যানোমিটার M (Manometer) লাগান থাকে। পাম্পের সাহায্যে A পাত্রের ভিতর বায়ুর চাপ বাড়ানো বা কমানো যায়।



চিত্র 16.5

(i) বায়ুমণ্ডলের চাপের চেয়ে কম চাপ : প্রথমেই পাম্প চালাইয়া A পাত্রের কিছু বায়ু বাহির করা হইল যাহাতে A পাত্রের বায়ুর চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপের চেয়ে কম হয়। চাপ মাপার ম্যানোমিটার M দিয়া চাপ মাপিয়া লইলাম।

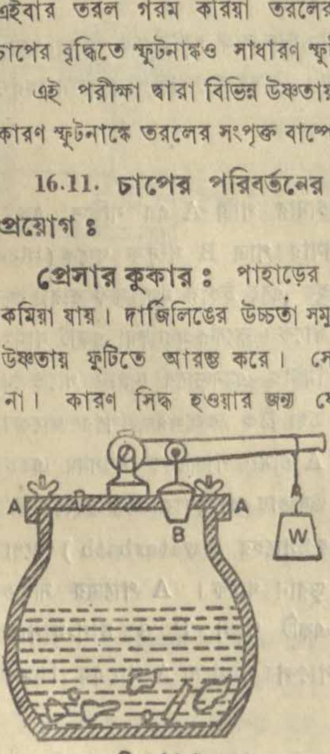
এইবার B পাত্রের তরলকে গরম করিতে লাগিলাম। পাত্রের তরল বাষ্প হইয়া L শীতকে প্রবেশ করিবে এবং সেখানে ঠাণ্ডা হইয়া আবার তরল অবস্থায় B পাত্রে ফিরিয়া আসে। সুতরাং তরলের উপর A পাত্রের যে চাপ থাকে সেই চাপই সব সময় থাকিবে। ধীরে ধীরে তরল গরম হইয়া একসময় ফুটিতে থাকিবে। এই সময় থার্মমিটারে উষ্ণতাও একটা জায়গায় স্থির থাকে। এই উষ্ণতাই তরলের স্ফুটনাঙ্ক এবং দেখা যাইবে যে ইহা সাধারণ স্ফুটনাঙ্ক অপেক্ষা কম। এইরূপে পাম্পে বায়ু বাহির করিয়া বিভিন্ন চাপে স্ফুটনাঙ্ক বাহির করিলে দেখা যাইবে যে চাপ হ্রাসের সঙ্গে সঙ্গে স্ফুটনাঙ্ক কমিয়া যায়।

(ii) **বায়ুমণ্ডলের চাপের চেয়ে বেশী চাপ :** পাম্প দিয়া A পাত্রে বায়ু ঢুকাইয়া পাত্রে বায়ুর চাপ বেশী করা হইল। এই চাপ ম্যানোমিটারে মাপিয়া লইলাম। এইবার তরল গরম করিয়া তরলের স্ফুটনাঙ্ক বাহির করা হইল। দেখা যাইবে যে, চাপের বৃদ্ধিতে স্ফুটনাঙ্কও সাধারণ স্ফুটনাঙ্ক অপেক্ষা বেশী।

এই পরীক্ষা দ্বারা বিভিন্ন উষ্ণতায় তরলের সংপৃক্ত বাষ্পের চাপ নির্ণয় করা যায়। কারণ স্ফুটনাঙ্কে তরলের সংপৃক্ত বাষ্পের চাপ তরলের উপর বায়ুর চাপের সমান হয়।

16.11. চাপের পরিবর্তনের সহিত স্ফুটনাঙ্কের পরিবর্তনের ব্যবহারিক প্রয়োগ ঃ

প্রেসার কুকার ঃ পাহাড়ের উপর বায়ুর চাপ কম বলিয়া জলের স্ফুটনাঙ্ক কমিয়া যায়। দার্জিলিঙের উচ্চতা সমুদ্রতল হইতে প্রায় 6800 ফুট এবং জল প্রায় 94°C উষ্ণতায় ফুটিতে আরম্ভ করে। সেইজন্য খোলাপাত্রে রান্না করিলে জিনিস সিদ্ধ হয় না। কারণ সিদ্ধ হওয়ার জন্য যে তাপের প্রয়োজন হয় সেই তাপ পাওয়ার আগেই জল ফুটিতে থাকে। সেইজন্য পাহাড়ের উপর রান্নার জন্য বিশেষ ধরনের পাত্রপ্রেসার কুকার ব্যবহার করা হয়। (16.6) চিত্রে এই পাত্রের ছবি দেখানো হইয়াছে। পাত্রের ঢাকনা AA খুব ভালোভাবে আটকাইয়া দেওয়া হয়। ঢাকনির ছিদ্র B বিভিন্ন ওজনের সাহায্যে একটি পিন ভাল্‌ভ দ্বারা বন্ধ করিয়া রাখা হয়। বিভিন্ন ওজনের সাহায্যে বন্ধ করা থাকে বলিয়া কুকারের ভিতরে বাষ্পের চাপ বিভিন্ন হইবে। কোন সময় বাষ্পের চাপ বাড়িয়া গেলে, নিরাপদ ভাল্‌ভ খুলিয়া যায় এবং অতিরিক্ত বাষ্প বাহির হইয়া চাপ কমাইয়া দেয়।



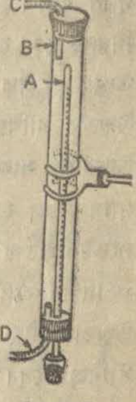
চিত্র 16.6

এইভাবে বেশী চাপে কম সময়ে সব জিনিস ভাল সিদ্ধ করা যায়। এই কারণেই বাড়ীতে রান্না করিবার সময় হাড়িতে ঢাকনা দেওয়া হয়।

শিল্প প্রতিষ্ঠানে স্ফুটনাঙ্কের পরিবর্তনের ব্যবহারিক প্রয়োগ দেখা যায়। কৃত্রিম সিল্ক, কাগজের মণ্ড প্রভৃতি অধিক চাপে ফুটানো হয়। এইরূপ যন্ত্রকে Papin's digester বলে।

16.12. স্ফুটনের সময় তরলের বাষ্পের চাপ তরলের উপর বায়ুর চাপের সমান হয়। নিম্নের পরীক্ষা দ্বারা ইহা প্রমাণ করা যায়।

একটি পরিষ্কার নল A-কে বিশুদ্ধ পারদে পূর্ণ করিয়া খোলামুখ একটি পারদ ভর্তি পাত্রে উল্টাইয়া ডুবাইয়া রাখা হয় (16.7 চিত্র)। A নলকে একটি মোটা B নলের মধ্যে বসান থাকে। B নলের ভিতর উপর দিয়া C নলের সাহায্যে বাষ্প পাঠান হয় এবং তাহা নীচের D নল দিয়া বাহির হইয়া যায়। একটি বাঁকা পিপেট দিয়া A নলের ভিতর কিছু পরিমাণ জল প্রবেশ করান হইল। এই জল A নলের পারদস্তম্ভের উপরে থাকে। B নলের গরম বাষ্পের জন্য A নলের জল ক্রমশ বাষ্পে পরিণত হইতে থাকিবে। যদি A নলে পরিমাণ মত জল থাকে তবে দেখা যাইবে যে, A নলের পারদস্তম্ভের তল পাত্রের পারদের তলের সমান হয়। কিন্তু বাহিরে পাত্রের পারদে যে চাপ পড়ে তাহা বায়ুমণ্ডলের চাপ। সুতরাং A নলের ভিতরে সংপৃক্ত বাষ্পের চাপ বাহিরে পারদের উপর বায়ুমণ্ডলের চাপের সমান। যতক্ষণ বাষ্পের চাপ তরলের উপর বায়ুর চাপের চেয়ে কম থাকে ততক্ষণ বাষ্পীভবন হয়; যখন বায়ুর চাপের সমান হয় তখন স্ফুটন আরম্ভ হয়।



চিত্র 16.7

16.13 স্ফুটনের নিয়ম (Laws of ebullition):

তরলের স্ফুটনের নিম্নলিখিত কতকগুলি নিয়ম আছে:

(1) যখন কোন তরলের সর্বোচ্চ বাষ্পের চাপ তরলের উপর বায়ুর চাপের সমান হয় তখন তরল ফুটিতে থাকিবে।

(2) কোন নির্দিষ্ট চাপে তরলের নির্দিষ্ট স্ফুটনাঙ্ক আছে। চাপের হ্রাস-বৃদ্ধিতে স্ফুটনাঙ্কের হ্রাস-বৃদ্ধি হয়।

(3) যতক্ষণ পর্যন্ত না চাপের কোন পরিবর্তন হয় এবং সমস্ত তরল বাষ্পে পরিণত হয় ততক্ষণ পর্যন্ত স্ফুটনাঙ্কের কোন পরিবর্তন হয় না।

(4) তরলে কোন অপদ্রব্য (Impurities) দ্রবীভূত থাকিলে ঐ তরলের স্ফুটনাঙ্কের পরিবর্তন হয় এবং উহার স্ফুটনাঙ্ক বিশুদ্ধ তরলের স্ফুটনাঙ্ক অপেক্ষা বেশী হয়।

(5) স্ফুটনাঙ্কের কোন পরিবর্তন না করিয়া একক ভরের তরলকে বাষ্পে পরিণত করিতে নির্দিষ্ট পরিমাণ তাপ লাগে। ইহাকে বাষ্পীভবনের লীন তাপ বলে।

16·14. বাষ্প ও গ্যাসের মধ্যে পার্থক্য : সাধারণ চাপে ও সাধারণ উষ্ণতায় যে পদার্থ কঠিন বা তরল থাকে তাহার বায়বীয় অবস্থাকে বাষ্প বলে। আর সাধারণ চাপে ও সাধারণ উষ্ণতায় যে পদার্থ বায়বীয় অবস্থায় থাকে তাহাকে গ্যাস বলে। যেমন হাইড্রোজেন, নাইট্রোজেন ইত্যাদি। পরীক্ষা করিয়া দেখা গিয়াছে যে, বাষ্পকে যে-কোন উষ্ণতায় রাখিয়া চাপ প্রয়োগ করিলে উহা তরলে পরিণত হয় না। কোন একটি নির্দিষ্ট উষ্ণতায় বা উহা অপেক্ষা কম উষ্ণতায় রাখিয়া চাপ প্রয়োগ করিলে উহা তরলে পরিণত হয়। এই নির্দিষ্ট উষ্ণতাকে সংকট উষ্ণতা (critical temperature) বলে এবং এই উষ্ণতায় যে চাপে গ্যাস তরল হয় তাহাকে সংকট চাপ (critical pressure) বলে। সংকট চাপে ও সংকট উষ্ণতায় 1 gm. গ্যাসের যে আয়তন হয় তাহাকে সংকট আয়তন (critical volume) বলে। সাধারণ উষ্ণতায় গ্যাস বয়েল সূত্র মানিয়া চলে। কিন্তু সংকট উষ্ণতার নীচে বাষ্প বয়েল সূত্র মানে না, সংকট উষ্ণতার উপরে বয়েল সূত্র মানিয়া চলে। সুতরাং বাষ্প সংকট উষ্ণতার উপরে গ্যাসের মত আচরণ করে।

16.15 বাষ্পায়ন ও স্ফুটনের মধ্যে পার্থক্য :

1. বাষ্পায়ন সকল উষ্ণতাতেই হয়। কিন্তু স্ফুটন একটি নির্দিষ্ট চাপে নির্দিষ্ট উষ্ণতায় হইয়া থাকে।

2. বাষ্পায়ন কেবলমাত্র তরলের উপরতল হইতে হয়। কিন্তু স্ফুটন তরলের সকল অংশ হইতে হয়।

3. বাষ্পায়ন খুব ধীরে ধীরে হয়; উষ্ণতাবৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে বাষ্পায়নের হারের বৃদ্ধি পায়। কিন্তু স্ফুটন খুব দ্রুত হয়।

16.16 গলনাঙ্ক ও হিমাঙ্ক (Melting point and Freezing point) :

যখন কোন কঠিন পদার্থে তাপ প্রয়োগ করা হয় তখন ঐ পদার্থের উষ্ণতা বৃদ্ধি পায়। কিন্তু ক্রমাগত তাপ প্রয়োগ করিলে কঠিন পদার্থটি এমন একটি নির্দিষ্ট উষ্ণতায় আসে যখন পদার্থটি গলিতে আরম্ভ করে। যতক্ষণ পর্যন্ত না সমস্ত পদার্থ গলিয়া তরলে পরিণত হয় এবং চাপের কোন পরিবর্তন না করা হয়,

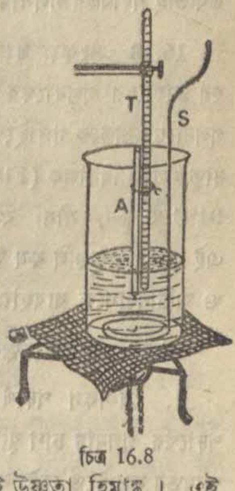
ততক্ষণ উষ্ণতার কোন পরিবর্তন হয় না। পদার্থের এই অবস্থার পরিবর্তনকে **গলন** (Fusion) বলে এবং এই নির্দিষ্ট উক্ত উষ্ণতাকে নির্দিষ্ট চাপে ঐ পদার্থের গলনাঙ্ক বলে।

তেমনি কোন নির্দিষ্ট চাপে কোন তরলের তাপ হ্রাস করিতে থাকিলে, তরলের উষ্ণতা কমিতে থাকে। এইরূপ তাপ হ্রাস করিতে করিতে তরল এমন একটি উষ্ণতায় আসে যখন উহা কঠিন হইতে আরম্ভ করে। যতক্ষণ না সমস্ত তরল কঠিন পদার্থে পরিবর্তত হয়, ততক্ষণ উষ্ণতার কোন পরিবর্তন হয় না। এই নির্দিষ্ট চাপে ঐ উষ্ণতাকে তরলের **হিমাঙ্ক** বলে। প্রত্যেক পদার্থের হিমাঙ্ক ও গলনাঙ্ক সমান এবং সাধারণত ইহাদের প্রমাণ চাপে মাপা হয়।

এক টুকরা বরফকে একটি পাত্রে লইয়া তাপ প্রয়োগ করা হইল। 0°C উষ্ণতায় বরফ গলিতে আরম্ভ করে এবং যতক্ষণ না সমস্ত বরফ গলিয়া যায় ততক্ষণ পর্যন্ত 0°C উষ্ণতার কোন পরিবর্তন হয় না। আবার জলের উষ্ণতা হ্রাস করিতে থাকিলে 0°C উষ্ণতায় উহা আবার বরফে পরিণত হয়।

16.17 পদার্থের গলনাঙ্ক নির্ণয়ঃ

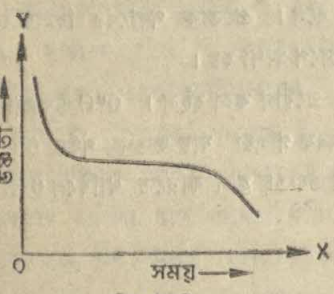
(1) কৈশিক নল পদ্ধতি (**Capillary tube method**)ঃ একমুখ বন্ধ সরুছিদ্রের একটি কৈশিক নল A লইলাম (13.8 চিত্র)। যে পদার্থের গলনাঙ্ক নির্ণয় করিতে হইবে তাহার কিছুটা গুঁড়া[1] কৈশিক নলে লওয়া হইল। একটি থার্মমিটার T লইয়া কৈশিক নলের সঙ্গে এমন ভাবে বাঁধা হয় যাহাতে থার্মমিটারের কুণ্ডটি ও কৈশিক নলের বন্ধ মুখ একই জায়গায় থাকে। ইহাকে একটি জলপূর্ণ পাত্রে ডুবান হয়। কৈশিক নলের খোলামুখ জলের বাহিরে থাকে। এইবার পাত্রের জলকে আস্তে আস্তে গরম করা হয় এবং আলোড়ক S দ্বারা জল নাড়া হয়। যখন পদার্থের গলন শুরু হয় তখন থার্মমিটারের উষ্ণতা লওয়া হয়। ইহাই গলনাঙ্ক। আবার সমস্ত পদার্থ গলিয়া যাইবার পর জল ঠাণ্ডা করা হইতে লাগিল। একসময় একটি নির্দিষ্ট উষ্ণতায় তরল পদার্থটি জমিয়া কঠিন পদার্থে পরিণত হইতে আরম্ভ করে। এই উষ্ণতা হিমাঙ্ক। এই দুই উষ্ণতার গড় ঐ পদার্থের গলনাঙ্ক।



চিত্র 16.8

পদার্থের গলনাঙ্ক যদি জলের স্ফুটনাঙ্ক 100°C-এর চেয়ে বেশী হয় তবে এমন তরল পদার্থ ব্যবহার করিতে হইবে যাহার স্ফুটনাঙ্ক কঠিন পদার্থের গলনাঙ্কের চেয়ে বেশী হয়।

(2) শীতলতার লেখ চিত্র পদ্ধতি (Cooling curve method) : একটি ছোট পরীক্ষানলে যে পদার্থের গলনাঙ্ক নির্ণয় করিতে হইবে তাহার কিছুটা লওয়া হয়। পরীক্ষানলের মুখটি কর্কদ্বারা বন্ধ করা থাকে এবং কর্কের মধ্যদিয়া একটি থার্মমিটার T প্রবেশ করান থাকে। তাপ প্রয়োগ করিয়া কঠিন পদার্থটিকে গলাইয়া ফেলা হয়। থার্মমিটারের কুণ্ডটি গলিত পদার্থের মধ্যে ডুবান থাকে। গলিত পদার্থের উষ্ণতা গলনের উষ্ণতা হইতে প্রায় 10°C বেশী করা হয়। এইবার পরীক্ষানলটি আস্তে আস্তে ঠাণ্ডা করা হয় এবং প্রতি আধ মিনিট অন্তর থার্মমিটারে উষ্ণতা লওয়া হয়। যখন তরল কঠিনে পরিণত হইতে আরম্ভ করিবে, তখন উষ্ণতার কোন পরিবর্তন হইবে না। যতক্ষণ পর্যন্ত না সমস্ত তরল কঠিনে পরিবর্তিত হইবে ততক্ষণ উষ্ণতা অপরিবর্তিত থাকিবে। সমস্ত তরল জমিয়া গেলে উষ্ণতার পরিবর্তন হইবে। এইবার X-অক্ষে সময় ও Y-অক্ষে উষ্ণতা লইয়া একটি লেখচিত্র আঁকা হইল। ইহা 16.9 নং চিত্রের মত হইবে।



চিত্র 16.9

লেখচিত্রের একটি অংশ X-অক্ষের সহিত সমান্তরাল হইবে। ঐ অংশের আনুষঙ্গিক উষ্ণতাই পদার্থটির গলনাঙ্ক।

16.18 সংকর ধাতুর গলন : যে সকল ধাতুর দ্বারা সংকর ধাতু তৈয়ারী করা হয় তাহাদের গলনাঙ্কের চেয়ে সংকর ধাতুর গলনাঙ্ক কম। সেইজন্য অনেক সময় উচ্চ গলনাঙ্কের ধাতুকে গলাইতে নিম্ন গলনাঙ্কের ধাতু ব্যবহার করা হয়। নিম্ন গলনাঙ্কের ধাতুগুলিকে বিগালক (Flux) বলে। টিন, সীসা, ও বিসমাথের সংকর ধাতুর গলনাঙ্ক 94°C ও টিন, সীসা ক্যাডমিয়াম ও বিসমাথের সংকর ধাতুর গলনাঙ্ক 60·5°C.। এই সংকর ধাতুগুলি কম তাপে গলিয়া যায় বলিয়া এইগুলি তড়িৎ ফিউজে (Fuse) ও অগ্নিনির্বাপকে ব্যবহার করা হয়।

16.19. গলনাঙ্কের উপর চাপের প্রভাব :

1. যে-সকল পদার্থ তরলে পরিণত হইলে আয়তনে কমিয়া যায়, সেই সকল পদার্থের গলনাঙ্ক চাপ বৃদ্ধিতে কমিয়া যায়। ইহার কারণ, বাহিরের চাপ পদার্থের আয়তন কমাইতে চেষ্টা করে; ফলে গলনে সহায়তা করে। বরফ, ঢালাই লোহা ইত্যাদির চাপ বৃদ্ধিতে গলনাঙ্ক কমিয়া যায়।

2. যে-সকল পদার্থ তরলে পরিণত হইলে আয়তনে বাড়িয়া যায়, সেইসকল পদার্থের গলনাঙ্ক চাপ বৃদ্ধিতে বাড়িয়া যায়। চাপ বৃদ্ধিতে পদার্থের আয়তন কমে,

সেইজন্য এই চাপ পদার্থকে গলিতে বাধা দেয়—গলনাঙ্ক বাড়িয়া যায়। মোম গলিলে আয়তনে বাড়ে এবং চাপ প্রয়োগে ইহার গলনাঙ্ক বাড়িয়া যায়।

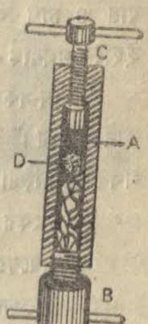
16.20. **পুনঃশিলীভবন (Regelation)**: দুই টুকরা বরফকে বা কতকগুলি শিলাবৃষ্টির শিলাকে একত্রে জোরে চাপিয়া ধরিলে জোড়া লাগিয়া যায়। কেন জোড়া লাগে ?

বরফের টুকরা দুইটির বা শিলাগুলির সংযোগস্থলে চাপ বৃদ্ধি পাওয়ায় গলনাঙ্ক 0°C হইতে কমিয়া যায়। সুতরাং 0°C উষ্ণতার বরফ সংযোগস্থলে কঠিন অবস্থায় থাকিতে পারে না, গলিয়া জল হয়। চাপ সরাইয়া লইলে সংযোগস্থলের গলনাঙ্ক আবার বাড়িয়া 0°C উষ্ণতায় হয়। কিন্তু সংযোগস্থলের জল 0°C উষ্ণতার নীচে হওয়ায় তরল অবস্থায় থাকিতে পারে না, আবার বরফে পরিণত হয়। বরফ জোড়া লাগিয়া যায়।

চাপ প্রয়োগে বরফকে গলানো এবং চাপ হ্রাসে আবার কঠিন বরফে আনাকে পুনঃশিলীভবন বলে। এই কারণে স্কি খেলায় স্কি গাড়ি সহজে চলে। চাপে গাড়ির নীচের বরফ গলিয়া যায়।

নিম্নলিখিত দুইটি পরীক্ষাদ্বারা ইহা দেখানো যায়:

(1) **Mousson-এর যন্ত্রে পরীক্ষা**: একটি শক্ত লোহার চোঙের নীচের মুখে একটি স্ক্রু-ছিপি B (screw-plug) ও উপরের মুখে হাতল সহ স্ক্রু-পিস্টন C (screw-piston) লাগান থাকে (16.10 চিত্র)। চোঙকে অর্ধেক জলে ভরিয়া হিমমিশ্রণের সাহায্যে বরফে পরিণত করা হয়। বরফের উপর একটি ধাতব বল D থাকে। এইবার চোঙটাকে বরফের মধ্যে রাখিয়া হাতল ঘুরাইয়া পিস্টন দ্বারা বলটির উপর চাপ প্রয়োগ করা হয়। নীচের স্ক্রু B খুলিয়া ফেলিলে দেখা যাইবে যে বলটি বরফের ভিতর দিয়া নীচে চলিয়া আসিয়াছে; কিন্তু বরফের কিছুই হয় নাই। এইরূপ হইবার কারণ চাপে বলের নীচের বরফের গলনাঙ্ক কমিয়া জলে পরিণত হয় এবং বলটি ক্রমশ নীচে চলিয়া আসে। কিন্তু যেই ধাতব বল নামিয়া আসে, চাপ কমিয়া যায় এবং বরফ-গলা জলের আবার গলনাঙ্ক বাড়িয়া যাওয়ার জন্য বরফে পরিণত হয়।



চিত্র 16.10

(2) **Bottomley-এর পরীক্ষা**: একটি বড় বরফের টুকরা C-কে একটা টেংরা দিয়া লোহার স্ট্যাণ্ডে উঁচুতে আটকান হয় (16.11 চিত্র)। একটি সরু

তামার তার বরফের উপর ঝুলাইয়া দেওয়া হয় এবং তারের দুই প্রান্ত একত্র করিয়া একটি ওজন W বাঁধিয়া দেওয়া হয়। কিছুক্ষণ পরে দেখা যায় যে, তামার তারটি বরফকে কাটিয়া নীচে চলিয়া আসিয়াছে। কিন্তু বরফ কাটিয়া দুই টুকরা হয় নাই। এইরূপ হইবার কারণ তার সরু হওয়ায় ওজনের জন্য তারের ঠিক নীচে বরফের উপর খুব চাপ পড়ে। ফলে সেইস্থানের বরফের গলনাঙ্ক কমিয়া 0°C উষ্ণতার নীচে নামিয়া যায় এবং সেইস্থানের বরফ গলিয়া জল হয়। ইহার জন্য যে লীন তাপের প্রয়োজন হয় তাহা তার ও বায়ু হইতে আসে। সেইজন্য বায়ুর উষ্ণতা কম থাকিলে বরফের মধ্য দিয়া তার যাইবে না। বরফ জল হওয়ার জন্য তার নীচে নামে। চাপ না থাকার জন্য গলনাঙ্ক বাড়িয়া যায় এবং জল আবার বরফ হইয়া যায়। ইহার ফলে কিছু লীন তাপ জল পরিত্যাগ করে এবং তামার তার সুপরিবাহী হওয়ায় এই তাপ তারের মধ্যদিয়া প্রবাহিত হয় এবং নীচের বরফকে গলায়। এইভাবে তার বরফ কাটিয়া নীচে নামিয়া আসে। তারের পরিবর্তে সুতা লইলে এইরূপ হইবে না, কারণ সুতা তাপের সুপরিবাহী নহে।



চিত্র 16.11

16.22. গলনের নিয়ম (Laws of Fusion) : 1. কোন নির্দিষ্ট চাপে প্রত্যেক বিশুদ্ধ পদার্থ একটি নির্দিষ্ট উষ্ণতায় গলে এবং যতক্ষণ পর্যন্ত না সমস্ত পদার্থ গলিয়া যায় ও চাপ অপরিবর্তিত থাকে ততক্ষণ পর্যন্ত উষ্ণতার কোন পরিবর্তন হয় না। ইহাকে গলনাঙ্ক বলে।

2. যে-সকল কঠিন পদার্থ গলনে আয়তনে কমে, চাপ বৃদ্ধিতে তাহাদের গলনাঙ্ক কমিয়া যায়। আবার গলনে যাহাদের আয়তন বাড়ে তাহাদের চাপ বৃদ্ধিতে গলনাঙ্ক বাড়িয়া যায়।

3. সংকর ধাতুর গলনাঙ্ক উহার উপাদান ধাতুগুলির গলনাঙ্ক অপেক্ষা কম হয়।

4. দ্রবণের হিমাঙ্ক দ্রাবকের হিমাঙ্ক অপেক্ষা কম হয়।

5. প্রত্যেক পদার্থের গলনের বা ঘনীভবনের লীন তাপ ধ্রুবক।

কয়েকটি পদার্থের গলনাঙ্ক ও স্ফুটনাঙ্ক

পদার্থ	গলনাঙ্ক °C	স্ফুটনাঙ্ক °C
জল	0·0	100·0
গন্ধক	115·0	444.0

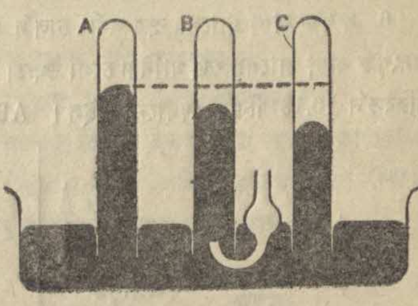
কয়েকটি পদার্থের গলনাঙ্ক ও স্ফুটনাঙ্ক

সীসা	327·0	1750·0
রূপা	960·8	2193·0
সোনা	1063·0	2660·0
অ্যালকোহল	−114·0	78·0
পারদ	−39·0	357·0

16.23. সংপৃক্ত ও অসংপৃক্ত বাষ্পের চাপ (Saturated and unsaturated vapour pressure) :

পূর্বেই বলা হইয়াছে, সংপৃক্ত ও অসংপৃক্ত বাষ্পের চাপ কাহাকে বলে। এই সংপৃক্ত ও অসংপৃক্ত বাষ্পের চাপের সম্বন্ধে ধারণা একটি পরীক্ষা দ্বারা ভালভাবে বুঝানো যাইতে পারে।

A, B, ও C তিনটি পরিষ্কার ব্যারোমিটারের নল লইলাম (16.12 চিত্র)— উহাদের পারদে ভর্তি করিয়া একটি পারদপূর্ণ পাত্রে উপুড় করিয়া রাখিলাম। সাধারণ অবস্থায় তিনটি নলেই পারদস্তম্ভের উচ্চতা সমান হইবে। নলের উপরের শূন্যস্থানকে 'টরিসেলির শূন্যস্থান'' বলে। এখন একটি পিপেট (pipette) এর-সাহায্যে



চিত্র 16.12

B নলে অল্প পরিমাণ জল শূন্যস্থানে প্রবেশ করাইয়া দিলাম। ঐ স্থানের চাপ খুব কম হওয়ার জন্য জল বাষ্পে পরিণত হইবে এবং B নলের পারদস্তম্ভকে একটু নীচে নামাইয়া দিবে। B নলের শূন্যস্থানে এখন কিছু জলীয় বাষ্প আছে এবং এই বাষ্প পারদস্তম্ভের উপর চাপ দেয় এবং ফলে পারদস্তম্ভের উচ্চতা কমিয়া যায়। এই বাষ্প সংপৃক্ত নহে। এইবার এইভাবে পিপেটের সাহায্যে C নলে একটু একটু করিয়া জল প্রবেশ করান হইতে থাকিল। C নলের পারদস্তম্ভের উচ্চতাও ক্রমশ কমিতে থাকিবে। এক সময় দেখা যাইবে যে, পারদস্তম্ভের উপরের জল আর বাষ্প হইতেছে না এবং পারদস্তম্ভের উচ্চতাও আর কমিতেছে না। ইহা হইতে বুঝা যায় যে, পারদস্তম্ভের উপরের শূন্যস্থনা

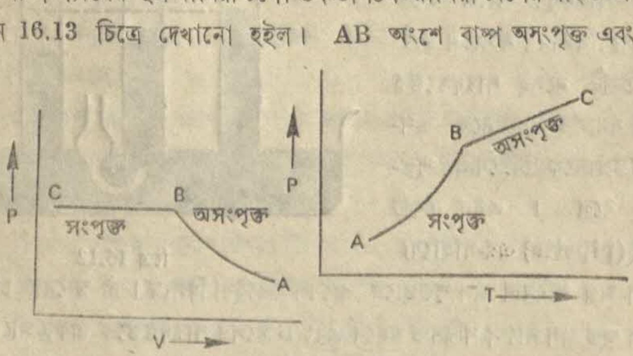
জলীয় বাষ্পের দ্বারা সংপৃক্ত হইয়া আছে। A ও C নলের পারদস্তম্ভের পার্থক্য ঘরের উষ্ণতায় সংপৃক্ত বাষ্পের চাপের সমান হয়। সংপৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপকে আবার জলীয় টান-ও (Aqueous tension) বলা হয়।

16. 24. সংপৃক্ত ও অসংপৃক্ত বাষ্পের বৈশিষ্ট্য ও পার্থক্য :

1. কোন তরলের সংপৃক্ত বাষ্পের চাপ উষ্ণতার উপর নির্ভর করে। যত উষ্ণতা বৃদ্ধি পায় তরলের বাষ্পের চাপও বৃদ্ধি পায়।
2. সংপৃক্ত বাষ্পের চাপ তরলের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে।
3. সংপৃক্ত বাষ্পের চাপ আয়তনের উপর নির্ভর করে না।
4. কোন তরলের সংপৃক্ত বাষ্পের চাপ অন্য কোন তরলের বাষ্পের বা অন্য কোন গ্যাসের উপস্থিতির উপর নির্ভর করে না, যদি না উহাদের মধ্যে কোন রাসায়নিক ক্রিয়া হয়।
5. সকল তরলের বাষ্পের মোট চাপ বিভিন্ন তরলের বাষ্পের চাপের যোগফল হয় অর্থাৎ

$$P = p_1 + p_2 + p_3 + \ldots\ldots\ldots$$

6. সংপৃক্ত বাষ্প গ্যাসের সূত্র অর্থাৎ চার্লস ও বয়েলের সূত্র মানিয়া চলে না। কিন্তু অসংপৃক্ত বাষ্প গ্যাসের সূত্র মানিয়া চলে। উষ্ণতা ঠিক রাখিয়া চাপের সহিত আয়তনের পরিবর্তন 16.13 চিত্রে দেখানো হইল। AB অংশে বাষ্প অসংপৃক্ত এবং চাপের



চিত্র 16.13

হ্রাস-বৃদ্ধিতে আয়তনের পরিবর্তন বয়েলের সূত্র অনুসারে হয়। কিন্তু সংপৃক্ত বাষ্পের বেলাতে উহা হয় না। কিন্তু B বিন্দুতে বাষ্প সংপৃক্ত। আয়তন হ্রাস করিলে কিছু বাষ্প তরলে পরিণত হয়, চাপের কোন পরিবর্তন হয় না (BC অংশ)।

আবার আয়তন ঠিক রাখিয়া উষ্ণতার সহিত চাপের পরিবর্তন 16.14 চিত্রে দেখানো হইল। অসংপৃক্ত বাষ্পের ক্ষেত্রে (BC অংশ) চার্লস সূত্র অনুসারে পরিবর্তন হয়

অর্থাৎ বাষ্পের চাপ চরম উষ্ণতার সমানুপাতিক হয়। কিন্তু সংপৃক্ত বাষ্পের ক্ষেত্রে এই পরিবর্তন চার্লস সূত্র অনুসারে হয় না (AB অংশ)।

7. চাপ বৃদ্ধি করিয়া বা উষ্ণতা হ্রাস করিয়া কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ অসংপৃক্ত বাষ্পকে সংপৃক্ত বাষ্পে পরিণত করা হয়।

16.25. আর্দ্রতা ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা (Humidity and relaltive humidity) :

আর্দ্রতা বলিতে আমরা বুঝি বায়ুতে কি পরিমাণ জলীয় বাষ্প আছে। আপেক্ষিক আর্দ্রতা দিয়া বায়ুর জলীয় বাষ্পের সংপৃক্ততার মাত্রা প্রকাশ করা হয়।

কোন উষ্ণতায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ ভরের (m) জলীয় বাষ্প আছে এবং ঐ উষ্ণতায় ঐ আয়তনের বায়ুকে সংপৃক্ত করিতে যে পরিমাণ ভরের (M) জলীয় বাষ্পের প্রয়োজন এই দুই-এর অনুপাতকে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বলে।

$$\therefore \text{ আপেক্ষিক আর্দ্রতা} = \frac{m}{M}.$$

যেহেতু জলীয় বাষ্পের চাপ উহার ভরের সমানুপাতিক হয়, আপেক্ষিক আর্দ্রতাকে জলীয় বাষ্পের চাপ দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

$$\therefore \text{ আপেক্ষিক আর্দ্রতা} = \frac{p}{P}$$

p = কোন উষ্ণতায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে জলীয় বাষ্পের চাপ

P = ঐ উষ্ণতায় ঐ আয়তনের বায়ুতে সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ।

আপেক্ষিক আর্দ্রতাকে সাধারণত শতকরা হিসাবে প্রকাশ করা হয়। তাহাছাড়া আপেক্ষিক আর্দ্রতাকে শিশিরাঙ্কের উষ্ণতার সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ দিয়াও প্রকাশ করা হয়। কারণ অসংপৃক্ত বায়ু শিশিরাঙ্কে সংপৃক্ত হইয়া যায়।

$$\therefore \text{ আপেক্ষিক আর্দ্রতা} = \frac{p_1}{P}$$

p_1 = শিশিরাঙ্কে সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ

P = বায়ুর উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ।

প্রতি ঘনমিটার বায়ুতে যে পরিমাণ ভরের জলীয় বাষ্প আছে তাহার পরিমাণকে বায়ুর **চরম আর্দ্রতা** (Absolute humidity) বলে।

16.26. আপেক্ষিক আর্দ্রতার ফল :

1. ঘরের বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণের উপর অর্থাৎ আপেক্ষিক আর্দ্রতার উপর আমাদের আরাম বা কষ্ট নির্ভর করে। যদি ঘরের বায়ুতে জলীয় বাষ্প বেশী পরিমাণে থাকে, তবে আমাদের দেহ হইতে ঘাম বাষ্পীভূত হইবার সুযোগ পায় না। ফলে অস্বস্তিবোধ হয়। ঘাম যদি দ্রুত বাষ্পীভূত হয় তবে দেহ শীতলবোধ হয়।

2. শীতকালে বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা, বর্ষাকালের চাইতে অনেক কম থাকে। এই কারণে শীতকালে ভিজাকাপড় হইতে জল তাড়াতাড়ি বাষ্পীভূত হয় এবং তাড়াতাড়ি শুকায়। বর্ষাকালে বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ খুব বেশী থাকে বলিয়া জল তাড়াতাড়ি বাষ্পীভূত হয় না।

3. শীতকালে আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম থাকে বলিয়া গায়ের চামড়া, ঠোঁট ইত্যাদি ফাটিয়া যায়।

4. সমুদ্র এলাকায় জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বেশী থাকে বলিয়া ঘাম দ্রুত বাষ্পীভূত হয় না। কিন্তু শুষ্ক আবহাওয়া অঞ্চলে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ কম থাকায় আরাম-বোধ হয়।

16·27. শিশিরাঙ্ক, কুয়াসা, কুহেলিকা ও মেঘ (Dew point, Fog, Mist and Cloud):

সাধারণ অবস্থায় বায়ুতে যে পরিমাণ ভরের জলীয় বাষ্প থাকে তাহার দ্বারা বায়ু সংপৃক্ত থাকে না। কিন্তু উষ্ণতা হ্রাস পাইলে উহার আয়তন হ্রাস পায়, ফলে জলীয় বাষ্প ধারণের ক্ষমতা কমিয়া যায় এবং উহা সংপৃক্ত হইয়া পড়িতে পারে। সুতরাং এই অবস্থায় বায়ুর উষ্ণতা একটু হ্রাস পাইলেই কিছু জলীয় বাষ্প তরলে পরিণত হয় এবং ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র জলবিন্দুর আকার ধারণ করে। ইহাকেই শিশির বলে এবং ঐ উষ্ণতাকে শিশিরাঙ্ক বলা হয়। রাত্রিবেলা ভূ-পৃষ্ঠের উষ্ণতা নানাকারণে হ্রাস পাইয়া শিশিরাঙ্কে পৌঁছায় এবং ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র জলকণার আকারে ঘাস, পাতা প্রভৃতির উপর জমে। বায়ুতে প্রচুর জলীয় বাষ্প থাকিলে একটু ঠাণ্ডাতেই শিশির জমিতে পারে। কিন্তু যখন বায়ুমণ্ডল সম্পূর্ণ শুষ্ক থাকে বা বায়ুতে খুব অল্প পরিমাণ জলীয় বাষ্প আছে, তখন শিশির সহজে জমিবে না। কারণ শিশিরাঙ্কে পৌঁছাইতে অনেক উষ্ণতা হ্রাস পাইতে হইবে।

মেঘহীন পরিষ্কার আকাশ থাকিলে ভূ-পৃষ্ঠ তাড়াতাড়ি ঠাণ্ডা হয় এবং তাপ প্রতিফলিত হইয়া আসিতে পারে না। ফলে উষ্ণতা শিশিরাঙ্কে পৌঁছাইতে পারে। ইহাছাড়া বায়ুর চলাচল কম থাকিলেও শিশির পড়িতে সহায়ক হয়। যে-সকল বস্তু তাপের ভাল বিকিরক তাহারা তাড়াতাড়ি ঠাণ্ডা হইতে পারে এবং শিশিরাঙ্কে অতি সহজেই পৌঁছাইতে পারে।

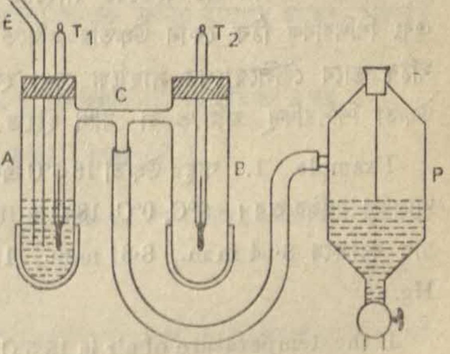
যখন বায়ুমণ্ডলের উষ্ণতা শিশিরাঙ্কে পৌঁছায় তখন বায়ুতে ভাসমান ধূলিকণার উপর বায়ুর জলীয় বাষ্প জমিয়া ভাসিতে থাকে। এই অবস্থাকেই কুয়াসা (Fog) বা কুহেলিকা (Mist) বলে। কুহেলিকা যখন ঘন হয় তখন কুয়াসার সৃষ্টি হয়। দুপুরের দিকে কুয়াসা কাটিয়া যায়, কারণ তখন উষ্ণতা বৃদ্ধি পায় এবং বায়ু অসংপৃক্ত হইয়া পড়ে।

জলীয় বাষ্পপূর্ণ বায়ু গরমে হালকা হইয়া যখন উপরে উঠে তখন সেখানে চাপ কম থাকার জন্য আয়তনের প্রসার হয়। ইহার ফলে ইহার উষ্ণতা হ্রাস পায় এবং শিশিরাঙ্কের নীচে নামিয়া আসে। জলীয় বাষ্প তখন বায়ুতে ভাসমান ধূলিকণা ইত্যাদির উপরে জমিয়া ভাসিতে থাকে। ইহাকেই আমরা মেঘ বলি। কুয়াসা নীচে ভূ-পৃষ্ঠের কাছে হয় আর মেঘ উপরে হয়—ইহাছাড়া ইহাদের মধ্যে কোন পার্থক্য নাই। মেঘের ছোট ছোট জলকণাগুলির কয়েকটি একত্র হইয়া যখন কিছুটা বড় হয় তখন নীচে বৃষ্টির আকারে পড়িতে থাকে। অনেকসময় জলকণাগুলি পড়িবার সময়ে গরম বায়ুমণ্ডলের মধ্যে আবার বাষ্পভূত হইয়া যায়।

16.28. Regnault-এর হাইগ্রোমিটার (Regnault's Hygrometer) :

এই যন্ত্রের সাহায্যে শিশিরাঙ্ক এবং তাহা হইতে আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় করা হয়।

এই যন্ত্রে (16.15 চিত্র) A ও B দুইটি মোটা কাচের টিউবে T_1 ও T_2 দুইটি থার্মোমিটার লাগান আছে। টিউব দুইটি C নল দ্বারা সংযুক্ত। টিউব দুইটির তলার অংশ চক্‌চকে পাতলা রূপা দিয়া তৈয়ারী বা দুইটি রূপার ঢাকনা পরানো থাকে। A নলের কিছু অংশ কোন উদ্বায়ী তরল (যেমন ইথার) দ্বারা পূর্ণ করা হয়। B নল সম্পূর্ণ ফাকা থাকে এবং A নল হইতে সম্পূর্ণ বন্ধ করা থাকে। C নলের সহিত একটি রবারের নলের সাহায্যে একটি বায়ুশোষণ পাত্র P (Aspirator) লাগান থাকে। A কাচনলের মধ্যে একটি বাঁকানো সরু কাচনল E ইথারে ডুবানো থাকে। বায়ুশোষণ পাত্রের প্যাঁচকল খুলিয়া দিলে জল বাহির হইয়া যায় এবং ফলে বাঁকানো নলের মধ্য দিয়া বাহির হইতে বায়ু ইথারের মধ্যদিয়া A নলে ঢোকে। ইহাতে ইথার দ্রুত বাষ্প হইয়া রূপার অংশকে দ্রুত ঠাণ্ডা করে। এই রূপার সংস্পর্শে যে বায়ু আছে তাহাও ঠাণ্ডা হয় এবং শিশিরাঙ্কে পৌঁছাইলে রূপার গায়ে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র জলকণা জমিতে থাকে। টেলিস্কোপের সাহায্যে ইহা দেখা যায়। এই সময় B নলের রূপার উজ্জ্বলতার সহিত তুলনা করিলে A নলের রূপার উজ্জ্বলতা কম দেখাইবে। T_1 থার্মোমিটার



চিত্র 16.15

দিয়া উষ্ণতা মাপিয়া লওয়া হয়। এইবার বায়ুশোষণ যন্ত্র বন্ধ করিয়া দেওয়া হয় এবং A নলের উষ্ণতা ধীরে ধীরে বাড়িতে থাকে ও শিশিরবিন্দু অদৃশ্য হয়। এইসময়ে ও T_1 থার্মোমিটার দিয়া আবার উষ্ণতা মাপিয়া লওয়া হয়। এই দুই উষ্ণতার গড় শিশিরাঙ্ক। T_2 থার্মোমিটার দিয়া ঘরের উষ্ণতা মাপা হয়।

মনে করি, শিশিরাঙ্ক $t^\circ C$ এবং ঘরের উষ্ণতা $t_1{}^\circ C$। এখন Regnault-এর উষ্ণতার সহিত সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপের তালিকা হইতে এই দুই উষ্ণতায় সংপৃক্ত বাষ্পের চাপ বাহির করা হইল। মনে করি, $t^\circ C$ ও $t_1{}^\circ C$ উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে p ও P.। তাহা হইলে,

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা } (\%) = \frac{p}{P} \times 100.$$

এই Regnault-এর হাইগ্রোমিটার ছাড়াও Deniell-এর হাইগ্রোমিটার আছে। তবে অন্যান্য হাইগ্রোমিটার অপেক্ষা Regnault-এর হাইগ্রোমিটারে আপেক্ষিক আর্দ্রতা তাড়াতাড়ি ও সঠিক ভাবে মাপা যায়। বিশেষ করিয়া রূপার পাত ব্যবহার করার জন্য টিউবের বাহিরের ও ভিতরের উষ্ণতা সমান থাকে এবং শিশিরবিন্দু ঠিক কোন উষ্ণতায় জমিতে বা বাষ্প হইতে আরম্ভ করে তাহা সঠিক ভাবে টেলিস্কোপের সাহায্যে দেখা হয়। ফলে শ্বাস প্রশ্বাস বা দেহের উষ্ণতা শিশিরবিন্দু জমিতে বা বাষ্প হইতে কোনরকম ব্যাঘাত করে না।

Example 1. বায়ুর উষ্ণতা 18·5°C এবং শিশিরাঙ্ক 8·5°C হইলে, আপেক্ষিক আর্দ্রতা বাহির কর। 8°C, 9°C, 18°C ও 19°C উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 8·04 m.m., 8·61 m.m., 15·46 m.m., ও 16·46 m.m. of Hg.

If the temperature of air is 18·5°C and dew point is 8·5°C, find the % relative humidity of air. S. V. P. at 8°C, 9°C and 19°C are 8·04 m.m, 8·61 m.m. 15.46 m.m. and 16·46 m.m. of Hg. respectively.

শিশিরাঙ্ক=8·5°C বায়ুর উষ্ণতা=18·5°C

8·5°C উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ

$$= \frac{8{\cdot}04 + 8{\cdot}61}{2} = 8{\cdot}325 \text{ m.m.}$$

এবং 18·5°C উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ

$$= \frac{15{\cdot}46 + 16{\cdot}46}{2} = 15{\cdot}96 \text{ m.m.}$$

$$\therefore \quad \text{আপেক্ষিক আদ্র'তা} = \frac{\text{শিশিরাঙ্কে সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পর চাপ}}{18{\cdot}5°C \text{ উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}} \times 100$$

$$= \frac{8{\cdot}325}{15{\cdot}96} \times 100 = 52{\cdot}2\%$$

Example 2. 20°C উষ্ণতায় কোনদিনের আপেক্ষিক আদ্র'তা 54% হইলে, শিশিরাঙ্ক বাহির কর। 20°C, 10°C ও 9°C উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 17·5, 9·2, 8·6 m.m. পারদস্তম্ভের সমান।

Calculate the dew point when the relative humidity of air at 20°C is 54%. S. V. P. of water at 20°C 10°C and 9°C are 17·5, 9·2, 8·6 m.m. of Hg. respectively.

আমরা জানি,

$$\text{আপেক্ষিক আদ্র'তা} = \frac{\text{শিশিরাঙ্কে সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}}{20°C \text{ উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}}$$

$$\text{বা} \quad 0{\cdot}54 = \frac{p}{17{\cdot}5} \quad \text{বা} \quad p = 9{\cdot}45 \text{ m.m.}$$

10°C − 9°C = 1°C উষ্ণতার পার্থক্যে সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপের পরিবর্তন = 9·2 − 8 6 = 0·6 m.m.

সুতরাং 9·45 − 9·2 = 0·25 m.m. সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের পরিবর্তন হয়

$$= \frac{0{\cdot}25}{0{\cdot}6}\ °C = 0{\cdot}41°C \text{ উষ্ণতার পরিবর্তনে।}$$

∴ যখন সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ 9·45 m.m. তখন উষ্ণতা = 10°C + 0 41°C = 10·41°C

∴ শিশিরাঙ্ক = 10·41°C.

Example 3. কোন একদিনের বায়ুর উষ্ণতা 20°C ও শিশিরাঙ্ক 10°C। যদি বায়ুর উষ্ণতা 15°C হয় তবে শিশিরাঙ্ক কত হইবে? 9°C ও 10°C উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 8·61 m.m. ও 9·21 m.m. of Hg.

On a certain day the temperature of air is 20°C and the dew point is 10°C. If the temperature of air becomes 15°C, what will be the dew point? The saturation vapour pressures at 9°C and 10°C are 8·61 m.m. and 9·21 m.m. of Hg. respectively.

অসংপৃক্ত বায়ু চার্লস সূত্র মানিয়া চলে।

$$\therefore \quad \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \quad \text{বা,} \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\text{বা,}\quad \frac{15°C \text{ উষ্ণতায় বায়ুর চাপ}}{20°C \text{ উষ্ণতায় বায়ুর চাপ}}=\frac{15+273}{20+273}=\frac{288}{293}$$

20°C এ বায়ুর চাপ = 10°C এ সংপৃক্ত বায়ুর চাপের সমান

$=9{\cdot}21$ m.m.

$\therefore$ 15°C এ বায়ুর চাপ $=\frac{288}{293}\times 9{\cdot}21=9{\cdot}06$ m.m.

এখন, 1°C উষ্ণতার পরিবর্তনে চাপের পরিবর্তন $=9{\cdot}21-8.61=0{\cdot}6$ m.m.

স্থতরাং $9{\cdot}06-8{\cdot}61=0{\cdot}45$ m.m. চাপের পরিবর্তন হয়

$=\frac{0{\cdot}45}{0{\cdot}60}$ °C $=0{\cdot}75$°C উষ্ণতার পরিবর্তনে।

স্থতরাং 15°C উষ্ণতায় শিশিরাঙ্ক 9·75°C হইবে।

সপ্তদশ পরিচ্ছেদ ঃ

তাপের যান্ত্রিক সমতা (Mechanical Equivalent of Heat)

17.1 সূচনা ঃ আমরা প্রথমেই বলিয়াছি, তাপ একপ্রকার শক্তি এবং বস্তুর গতিশক্তিই তাপ-শক্তিতে পরিণত হয়। বস্তুর অণুগুলি কোন সময়েই স্থির থাকে না—উহারা সব সময় ছুটিতেছে। ইহার জন্য যে শক্তির উদ্ভব হয় তাহাই গতিশক্তি। এই শক্তি যাহার যত বেশী তাহার উষ্ণতাও তত বেশী। এই শক্তি হ্রাস পাইলে উষ্ণতাও কমিয়া যায়। ইহাকে **তাপের গতীয় মতবাদ** (kinetic theory) বলে। বিশিষ্ট বৈজ্ঞানিক জুল (Joule) কতকগুলি পরীক্ষা দ্বারা দেখান যে তাপের সহিত যান্ত্রিক শক্তির (Mechanical Energy) সম্পর্ক আছে।

17·2. তাপের যান্ত্রিক সমতা (Mechanical Equivalent of heat) :

তাপ গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র (First law of thermodynamical) আমরা যখন কাজ করি, তখন তাপের উদ্ভব হয়। দুই হাত ঘষিলে হাত দুইটি গরম হয়। দুই টুকরা কাঠ ঘষিয়া আগুন জালানো যায়। অর্থাৎ কার্য তাপে রূপান্তরিত হয়। আবার তাপ প্রয়োগ করিলে তাপ কার্য করিতে ব্যয় হয়। এক কেটলি জল লইয়া ফুটাইলে, বাষ্পে কেটলির ঢাকনা উপরে উঠিয়া আসে এবং কিছু কার্য হয়। সুতরাং কার্যকে তাপে বা তাপকে কার্যে রূপান্তরিত করা সম্ভব। পরীক্ষাদ্বারা দেখা গিয়াছে যে, **নির্দিষ্ট পরিমাণ কার্য হইতে নির্দিষ্ট পরিমাণ তাপ পাওয়া যায়। অর্থাৎ নির্দিষ্ট পরিমাণ তাপ পাইতে হইলে নির্দিষ্ট পরিমাণ কায করিতে হইবে। কার্য ও তাপ পরস্পর সমানুপাতিক। ইহাই তাপ গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র।** যদি W পরিমাণ কার্য করিয়া H পরিমাণ তাপ পাওয়া যায়, তবে

$$\frac{W}{H} = J = \text{ধ্রুবক}\ ।$$

এই ক্ষেত্রে সমস্ত পরিমান কার্য তাপে রূপান্তরিত হইয়াছে। অন্য কোনভাবে নষ্ট হয় নাই। শক্তির নিত্যতা-সূত্র মানিয়া চলে। এই ধ্রুবক J, তাপ ও কার্যের সমতা প্রকাশ করে এবং ইহাকে **তাপের যান্ত্রিক সমতুল্যাঙ্ক (Mechanical equivanlet of heat) বা জুলের ধ্রুবক (Joule's constant) বলে। যে পরিমাণ কার্য সম্পূর্ণরূপে তাপে রূপান্তরিত হইয়া একক পরিমাণ তাপ উৎপন্ন করে সেই পরিমাণ কার্যকে তাপের যান্ত্রিক সমতুল্যাঙ্ক বলে।**

যদি তাপের একক calorie হয় এবং কার্যের একক erg হয় তবে J-এর একক হইবে ergs per calorie। পরীক্ষা করিয়া J-এর মান সর্বপ্রথম বৈজ্ঞানিক জুল নির্ণয় করেন। ইহার মান $J=4{\cdot}2\times10^7$ ergs per calorie। অর্থাৎ 1 calorie তাপ উৎপন্ন করিতে $4{\cdot}2\times10^7$ ergs. কার্য করিতে হইবে।

Ergs-এর পরিবর্তে Foot-pound-কে কার্যের একক ধরিলে এবং B. Th. U. এককে তাপের একক ধরিলে, J এর মান 778 ft. lb per B. Th. U. হইবে। F.P.S. একক হইতে C. G. S. এককে খুব সহজেই রূপান্তরিত করা যায়।

আমরা জানি,

$$1 \text{ ft. lb} = 30{\cdot}48\times453{\cdot}6\times981 \text{ ergs.}$$

$$1 \text{ B. Th. U.} = 1 \text{ lb degree Fah.} = 453.6\times\tfrac{5}{9} \text{ calorie}$$

সুতরাং $$J=\frac{778 \text{ ft lbs.}}{1 \text{ lb. deg. Fah.}}=\frac{778\times30{\cdot}48\times453{\cdot}6\times981\times9}{453{\cdot}6\times5 \text{ calorie}} \text{ ergs}$$

$$=4{\cdot}186\times10^7 \text{ ergs per calorie}$$

যেহেতু $1 \text{ Joule}=10^7$ erg

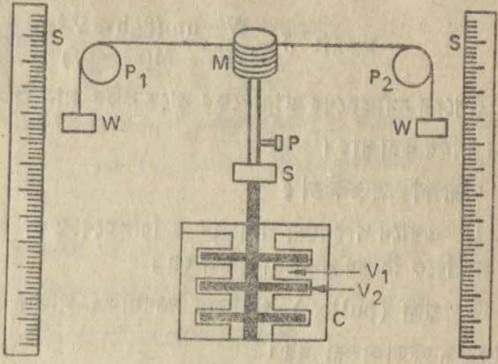
$$J=4{\cdot}186 \text{ Joules per calorie.}$$

C. G. S. পদ্ধতিতে যেহেতু J-এর মান $4{\cdot}2\times10^7$ ergs per calorie আমরা বলিতে পারি, 1 calorie তাপ উৎপন্ন করিতে অর্থাৎ 1gm. জলকে 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে $4{\cdot}2\times10^7$ ergs. কার্য করিতে হইবে। তেমনি F. P. S. পদ্ধতিতে J এর মান 778 ft. lb/B. Th. U. অর্থাৎ 778 lb. কোন পদার্থের ভরকে অভিকর্ষের অধীনে 1 ft উঁচু হইতে পড়িতে দিলে যে কার্য হয় তাহা সম্পূর্ণরূপে তাপে রূপান্তরিত হইলে 1 lb. জলকে 1°F উষ্ণতা বৃদ্ধি করিবে।

17.3. J এর মান নির্ণয় (Determination of Joule's constant) :

জুলের পরীক্ষা (Joule's method) এই যন্ত্রের ছবি (17.1) নং চিত্রে দেখানো হইল। একটি তামার ক্যালরিমিটার C এর ভিতরের গায়ে দুইপাশ হইতে কতকগুলি পাত (vane) V_1 পাত্রের গায়ের সহিত অনুভূমিক-ভাবে আটকানো আছে। ক্যালরিমিটারের ঢাকনার মধ্যদিয়া একটি দণ্ড S লাগান থাকে এবং দণ্ডের সঙ্গে আরো কয়েক খানি পাত (vane) V_2 অনুভূমিকভাবে এমনভাবে আটকানো থাকে যাহাতে দণ্ডটিকে ঘুরাইলে V_2 পাতগুলি V_1 পাতের ফাঁক দিয়া যাইবে। ইহার ফলে যখন দণ্ডট ঘুরিতে থাকে তখন ক্যালরিমিটারে জল V_1 পাতগুলিতে বাধা পায় এবং জলের গতিশক্তি তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। একটি P পিনের সাহায্যে দণ্ডটিকে আর একটি মোটা দণ্ড M এর

সঙ্গে আটকানো হয়। M দণ্ডের গায়ে দুই গাছা সুতা জড়াইয়া P_1 ও P_2 পুলির (pulley) উপর দিয়া লইয়া যাওয়া হয় এবং সুতার প্রান্তে সমান ওজন W বাঁধা থাকে। সুতা দুইটি এমনভাবে জড়ান থাকে যে অভিকর্ষের প্রভাবে ওজন দুইটি পড়িতে আরম্ভ করিলে M দণ্ডটি ঘুরিতে থাকে এবং সঙ্গে সঙ্গে S দণ্ডটি ঘোরে।



চিত্র 17-1

এইরূপ ঘোরার ফলে জলের গতিশক্তি তাপশক্তিতে পরিণত হয় এবং ইহা তাড়াতাড়ি বারবার করিলে জলের উষ্ণতা বাড়িতে থাকে। ওজনগুলির প্রারম্ভিক স্থিতিশক্তি (potential energy) হইতে সর্বশেষের গতিশক্তি (যখন মাটিতে পড়ে) বাদ দিলে, জলের উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে যে শক্তি ব্যয় হয় তাহা পাওয়া যায়। ক্যালরিমিটারে একটি নির্দিষ্ট ভরের জল লওয়া হয় এবং জলের উষ্ণতা একটি সুবেদী (sensitive) থার্মোমিটারের সাহায্যে মাপা হয়।

মনে করি, ওজন দুইটির প্রত্যেকটির ভর $=m$ gm.

এবং উহারা প্রত্যেকবার নীচে নামিবার সময় যে দূরত্ব নামে $=h$ cm.

অভিকর্ষজাত ত্বরণ $=g$ cm/sec^2.

যতবার ওজনগুলি উপর হইতে নীচে নামে $=n$

ক্যালরিমিটার ও জল প্রভৃতির জলসম $=M$ gm.

জলের প্রারম্ভিক উষ্ণতা $=t_1$°C

ও শেষ উষ্ণতা $=t_2$°C

মাটিতে পড়িবার সময় ওজন দুইটির বেগ $=V$ cm/sec.

সুতরাং ওজন দুইটির মোট প্রারম্ভিক স্থিতিশক্তি $=2m\,gh$ ergs.

এবং মাটিতে পড়িবার পূর্বে উহাদের মোট গতিশক্তি $=2\times\frac{1}{2}mV^2$ ergs.

প্রতিবার নীচে নামিয়া আসিবার জন্য যে যান্ত্রিক শক্তি তাপে রূপান্তরিত হয় $=(2m\,gh-mV^2)$ ergs.

n বার পড়িবার জন্য রূপান্তরিত মোট যান্ত্রিক শক্তি

$$W=n\,(2m\,gh-mV^2)\text{ ergs.}$$

ইহার জন্য উৎপন্ন তাপ $= H = M(t_2 - t_1)$ calorie.

$$\text{সুতরাং } J = \frac{W}{H} = \frac{nm(2gh - V^2)}{M(t_2 - t_1)} \text{ ergs/calorie.}$$

উপরের সমীকরণের ডানদিকের প্রত্যেকটির মান জানা আছে এবং সুতরাং J-এর মান বাহির করা যায়।

পরীক্ষায় সতর্কতা :

1. এখানে পরিবহণ, পরিচলন ও বিকিরণে তাপ যাহাতে সবচেয়ে কম নষ্ট হয়, তাহার দিকে বিশেষ সতর্কতা লওয়া হয়।

2. পুলি (pulley) প্রভৃতিতে ঘর্ষণজনিত শক্তির ক্ষয় যাহাতে কম হয় তাহার দিকেও সতর্কতা লওয়া হয়।

3. এই পরীক্ষায় জলের উষ্ণতা বৃদ্ধি খুবই কম হয়। সেইজন্য একটি সুবেদী থার্মোমিটার দিয়া উষ্ণতা মাপিতে হইবে।

Example 1. Joule এর একটি পরীক্ষা হইতে নিম্নলিখিত পাঠ পাওয়া যায় :

প্রতি ওজনের ভর $= 10 \times 10^3$ gms.

মাটি হইতে ওজনগুলির উচ্চতা $= 200$ cms.

ওজনগুলি উপর হইতে নীচে পড়িবার সংখ্যা $= 50$

জলের ভর $= 1.6$ Kgms.

ক্যালরিমিটারের জলসম $= 1$ Kgm.

জল ও ক্যালরিমিটারের উষ্ণতা-বৃদ্ধি $= 0{\cdot}9°C$

J-এর মান বাহির কর।

In an experiment of Joule, the following observations were made : Mass of each weight $= 10 \times 10^3$ gms. ; Height of each fall $= 200$ cms. ; No. of fall $= 50$; Mass of water $= 1{\cdot}6$ Kgms. water-equivalent of calorimeter $= 1$ Kgm. ; Rise of temperature $= 0{\cdot}9°C$

Calculate the value of J.

প্রতিটি ওজনের স্থিতিশক্তি $= Mgh = 10 \times 10^3 \times 980 \times 200$ ergs

$\therefore$ প্রতিটি ওজন দ্বারা কৃত কার্য $= 10 \times 10^3 \times 980 \times 200$ ergs

প্রতি ওজন 50 বার পড়িবার ফলে মোট কৃত কার্য

$$= 50 \times 10 \times 10^3 \times 980 \times 200 \text{ ergs}$$

উৎপন্ন তাপ $= (1{\cdot}6 \text{ Kgm} + 1 \text{ Kgm})\ 0.9$ calorie $= 2{\cdot}6 \times 10^3 \times 0{\cdot}9$ cal.

$$\text{সুতরাং } J = \frac{\text{কৃত কার্য}}{\text{উৎপন্ন তাপ}} = \frac{50 \times 10 \times 10^3 \times 980 \times 200}{2{\cdot}6 \times 10^3 \times 0{\cdot}9}$$

$$= 4{\cdot}18 \times 10^7 \text{ ergs/cal.}$$

Example 2. 21 gms. ভরের একটি সীসার বুলেট 200 metre/sec. গতিতে একটি লক্ষ্যবস্তুকে ধাক্কা দেয় এবং সমস্ত গতিশক্তি তাপশক্তিতে পরিণত হইলে কি পরিমাণ তাপ উৎপন্ন হইবে ?

A lead bullet of mass 21 gms hits a hard target with a velocity 200 metres/sec. Find the total amount of heat thus produced. $J = 4{\cdot}2 \times 10^7$ ergs/cal.

উঃ। বুলেটের ভর $= 21$ gms.

বুলেটের গতিবেগ $= 200 \times 100$ cm/sec.

বুলেটের গতিশক্তি $= \frac{1}{2}\,mv^2 = \frac{1}{2} \times 21 \times (200 \times 100)^2$

$$= 42 \times 10^8 \text{ ergs.}$$

$\therefore$ কৃত কার্য $W = 42 \times 10^8$ ergs.

মনে করি, উৎপন্ন তাপের পরিমাণ H calorie

$$\therefore\ H = \frac{W}{J} = \frac{42 \times 10^8}{4{\cdot}2 \times 10^7} = 100 \text{ calories.}$$

Example 3. একটি লোহার বল 30 metres উচ্চ স্থির অবস্থা হইতে পড়িলে যে পরিমাণ গতিশক্তি লাভ করে তাহা বলটির উষ্ণতা বৃদ্ধি 0·7°C করে। J-এর মান বাহির কর। লোহার আঃ তাপ $= 0{\cdot}1$.

An iron ball having fallen from rest through 30 metres contains K. E. sufficient to raise the temperature through 0·7°C. Calculate the mechanical equivalent of heat. Sp. heat of iron $= 0{\cdot}1$.

উঃ। মনে করি, লোহার বলের ভর $= m$ gms.

সুতরাং লোহার বলের 0·7 উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে প্রয়োজনীয় তাপ

$$H = ms.\,t = m.\ 0{\cdot}1 \times 0{\cdot}7 \text{ calorie}$$

লোহার বলটির উচ্চ অবস্থানে স্থিতিশক্তি = বলটির চূড়ান্ত গতিশক্তি

$$W = m \times 980 \times 30 \times 100 \text{ ergs.}$$

সুতরাং $J = \frac{W}{H} = \frac{m \times 980 \times 30 \times 100}{m \times 0{\cdot}1 \times 0{\cdot}7}$ ergs/cal

$$= 4{\cdot}2 \times 10^7 \text{ ergs/cal.}$$

Example 4. 100 মিটার উঁচু হইতে কোন জলপ্রপাতের জল পড়িলে এবং উৎপন্ন তাপের 90% তাপ জলে সঞ্চিত থাকিলে, জলপ্রপাতের উপরে এবং নীচে জলের উষ্ণতার পার্থক্য কত বাহির কর।

Calculate the difference in temperature between the top and the bottom of a water-fall 100 metres high assuming that 90% of the heat generated remains in the water. [H. S. 1963]

উঃ। মনে করি, কোন একটি মুহূর্তে জলপ্রপাতের জলের ওজন=m gms.

তাহা হইলে, উঁচু হইতে পড়ার জন্য কৃত কার্য $W=mgh$

$$=m\times 980\times 100\times 100 \text{ ergs.}$$

এবং উৎপন্ন তাপের পরিমাণ $H=m.\ s.\ t\times \frac{90}{100}$ calorie.

$$=m.\ t\times \frac{90}{100} \text{ calorie.}$$

কারণ উৎপন্ন তাপের 90% জলের উষ্ণতা বৃদ্ধি করে।

$$\therefore\ J=\frac{W}{H}=\frac{m\times 980\times 100\times 100}{m\times t\times \frac{90}{100}}=4\cdot 2\times 10^7$$

$$\therefore\ t=\frac{980\times 100\times 100\times 100}{90\times 4\cdot 2\times 10^7}=0\cdot 26^\circ\text{C.}$$

Example 5. 0°C উষ্ণতায় 50 gms. বরফকে গলাইয়া 100°C উষ্ণতায় জলে পরিণত করিতে কতখানি কার্য করিতে হইবে ?

বরফের গলনের লীন তাপ=80 cal/gm·

How much work must be done to supply the heat necessary to convert 50 gms of ice at 0°C into water at 100°C ? Latent heat of fusion of ice=80 cal./gm· [H.S. 1960]

উঃ। 0°C উষ্ণতায় 50 gms. বরফকে গলাইয়া 0°C উষ্ণতায় জলে পরিণত করিতে প্রয়োজনীয় তাপ=50×80 cal.=4000 cal.

এবং এই জলকে 0°C উষ্ণতা হইতে 100°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত করিতে প্রয়োজনীয় তাপ

$$=50\times(100-0)\text{ cal.}=5000\text{ cal.}$$

$\therefore$ প্রয়োজনীয় মোট তাপ=(4000+5000) cal.=9000 cal.

$\therefore\ W=JH=4\cdot 2\times 10^7\times 9000$ ergs· $=37\cdot 8\times 10^{10}$ ergs.

সুতরাং কৃত কার্যের পরিমাণ=$37\cdot 8\times 10^{10}$ ergs.

Example 6. 25 metre/sec. গতিবেগের একটি লোহার বলকে হঠাৎ থামাইয়া দেওয়া হইল। যদি সমস্ত গতিশক্তি তাপে রূপান্তরিত হয় এবং লোহার বলের প্রাথমিক উষ্ণতা 25°C হয়, তবে লোহার বলের চূড়ান্ত উষ্ণতা কত হইবে ? লোহার আঃ তাপ=0·1·

An iron ball moving with a velocity of 25 metres/sec. is suddenly stopped. If the whole energy is converted into heat,

what will be its final temperature ? The initial temperature of the ball is 25°C. Sp. heat of iron=0·1.

উঃ। মনে করি, লোহার বলের ভর=m gms.

এবং বলটির চূড়ান্ত উষ্ণতা=t°C.

লোহার বলটির গতিবেগ=25 × 100 cm/sec.

∴ উহার গতিশক্তি=$\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\times(25\times100)^2$ ergs

ইহাই কৃত কার্যের পরিমাণ।

আবার, লোহার বলটির 25°C হইতে t°C উষ্ণ হইতে প্রয়োজনীয় তাপের পরিমাণ $H=m\times0{\cdot}1\times(t-25)$ calories.

কিন্তু W=JH

$$\therefore\ \frac{1}{2}m\times(25\times100)^2=m\times0{\cdot}1\times(t-25)\times4{\cdot}2\times10^7$$

$$\therefore\ t=\frac{25\times25\times100\times100}{2\times0{\cdot}1\times4{\cdot}2\times10^7}+25=25{\cdot}74°C.$$

সুতরাং বলটির চূড়ান্ত উষ্ণতা হইবে=25·74°C.

Example 7. একটি সীসার বুলেট 27°C উষ্ণতায় 33·7 km/sec বেগে ছুটিতেছিল। বুলেটটিকে হঠাৎ থামাইয়া দিলে যে তাপ উৎপন্ন হয় তাহাতে বুলেটটি শুধুমাত্র গলিয়া যায়। বুলেটটির আঃ তাপ বাহির কর। সীসার গলনের লীনতাপ=5·9 cal/gm. ও সীসার গলনাঙ্ক=327°C.

A lead bullet at a temperature of 27°C is moving with a velocity 33·7 km/sec. The heat so developed when it is brought to rest shall be just sufficient to melt it. Calculate the sp. heat of lead. Latent heat of fusion of lead=5·9 cal/gm. Melting point of lead=327°C.

উঃ। মনে করি, সীসার বুলেটটির ভর=m gm.

বুলেটটির উষ্ণতা 27°C হইতে গলনাঙ্ক 327°C পর্যন্ত উঠিতে প্রয়োজনীয় তাপ

$$=m{\cdot}s(t_1-t_2)=m\times s\times(327-27)\ \text{cal.}$$

$$=m\times s\times300\ \text{cal.}$$

এবং বুলেটটি গলিতে লীন তাপ লাগে=$m\times5{\cdot}9$ cal.

∴ প্রয়োজনীয় মোট তাপ=$(m\times s\times300+m\times5{\cdot}9)$ cal.

বুলেটটির মোট গতিশক্তি=$\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\times(33{\cdot}7\times1000)^2$ ergs.

$$\therefore\ \frac{1}{2}m\times(33{\cdot}7\times1000)^2=4{\cdot}2\times10^7\times(m\times s\times300+m\times5{\cdot}9)$$

বা, $$\frac{33{\cdot}7\times33{\cdot}7\times10^6}{2\times4{\cdot}2\times10^7}=s\times300+5{\cdot}9$$

$$\text{বা,}\quad s=\frac{1}{300}\left[\frac{33{\cdot}7\times33{\cdot}7}{2\times4{\cdot}2\times10}-5{\cdot}9\right]$$

$$=\frac{1}{300}\left[13{\cdot}5-5{\cdot}9\right]$$

$$=\frac{7{\cdot}6}{300}=0{\cdot}025$$

স্থতরাং সীসার আঃ তাপ$=0{\cdot}025$.

17.4. গ্যাসের সমউষ্ণ প্রসারণ (Isothermal expansion of gases) :

যখন কোন গ্যাসকে সংকুচিত করা হয় তখন গ্যাসের উপর কার্য্য করা হয় এবং তাহার ফলে তাপের স্বষ্টি হয়। গ্যাসের উষ্ণতাকে সমান রাখিতে হইলে উৎপন্ন তাপকে উহার চারিদিকের বস্তুতে প্রদান করিতে হইবে। যে সংকোচনের সময় পদার্থের উষ্ণতা সারাক্ষণ সমান থাকে তাহাকে সমউষ্ণ সংকোচন (isothermal compression) বলে। অন্যদিকে গ্যাস যখন প্রসারিত হয় উহা কার্য করে এবং শীতল হইয়া পড়ে। এক্ষেত্রে বাহির হইতে তাপ প্রদান করিয়া গ্যাসের উষ্ণতা সর্বদা সমান রাখা হয়। যে প্রসারণের সময় সারাক্ষণ উষ্ণতা সমান থাকে তাহাকে সমউষ্ণ প্রসারণ (isothermal expansion) বলে। অতএব সমউষ্ণ প্রসারণ বা সংকোচনের সময় যে পাত্রে গ্যাস থাকে উহা চারিপাশের বস্তুর সহিত এমনভাবে সংযুক্ত থাকে যে উহারা গ্যাসকে সারাক্ষণ উত্তাপ প্রদান করে অথবা গ্যাস হইতে উত্তাপ লইয়া যায় যাহাতে গ্যাসের উষ্ণতার কোন পরিবর্তন না হয়। কোন পদার্থের পরিবর্তন ধীরে ধীরে সংঘটিত হইলে উহা চারিপাশের বস্তু হইতে তাপ গ্রহণ করিয়া অথবা চারিপাশের বস্তুতে তাপ প্রদান করিয়া নিজের উষ্ণতার সমতা বজায় রাখে। **সমউষ্ণ প্রসারণ বা সংকোচনের সময় গ্যাসের উষ্ণতার কোন পরিবর্তন হয় না।** বয়েলের স্থত্রে (Boyle's law) গ্যাসের উষ্ণতা অপরিবর্তিত থাকে এবং চাপ ও আয়তনের পরিবর্তন হয় —অতএব ইহা একটি সমউষ্ণ পদ্ধতি বোঝায়। কোন একটি নির্দিষ্ট উষ্ণতায় গ্যাসের চাপের (Y-অক্ষে) এবং আয়তনের (X-অক্ষে) যে লেখচিত্র পাওয়া যায় তাহাকে সমউষ্ণ রেখা (isothermal curve বা isothermal) বলে।

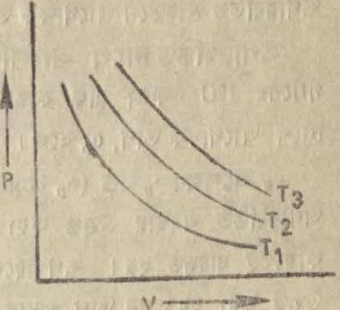
বয়েলের স্থত্র অনুসারে কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের জন্য অপরিবর্তিত উষ্ণতায় গ্যাসের আয়তন উহার চাপের সহিত ব্যস্তানুপাতিক হয়। অর্থাৎ

$V\propto\frac{1}{P}$ যখন উষ্ণতা অপরিবর্তিত থাকে।

অতএব সমান উষ্ণতায়, $PV=$ ধ্রুবক

বয়েল এবং চালসে´র সূত্র হইতে এক গ্রাম অণু (gram molecule) গ্যাসের যে সমীকরণ পাওয়া যায় তাহা হইল $PV=RT$

যেহেতু $R=$ধ্রুবক, সমান উষ্ণতায় $PV=$ ধ্রুবক। ইহা হইল সমউষ্ণরেখার সমীকরণ। অতএব আদর্শ গ্যাসের [উনবিংশ পরিচ্ছেদে আদর্শ গ্যাস সম্পর্কে আলোচনা করা হইয়াছে] ক্ষেত্রে সমউষ্ণরেখা সম পরাবৃত্ত (rectangular hyperbola) হইবে (চিত্র 17.2)। চিত্রে কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের জন্য বিভিন্ন উষ্ণতায় সমউষ্ণ রেখাগুলি টানা হইয়াছে। এখানে $T_3 > T_2 > T_1$



চিত্র 17.2

17.5. গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ (Specific heat of a gas):

আমরা জানি m ভরবিশিষ্ট কোন পদার্থে বাহির হইতে Q পরিমাণ তাপ প্রদান করিলে যদি উহার উষ্ণতা θ পরিমাণ বৃদ্ধি হয় তবে

$$Q=ms\theta$$

এখানে s হইল পদার্থের আপেক্ষিক তাপ। গ্যাসের ক্ষেত্রে এই সমীকরণ সরাসরি প্রয়োগ করিলে অসুবিধা দেখা দেয়। মনে করি, m ভরের কোন গ্যাসের চাপ P এবং আয়তন V। যদি গ্যাসকে সহসা সংকুচিত করা যায় তাহা হইলে উহার উষ্ণতা বৃদ্ধি পায়। এক্ষেত্রে বাহির হইতে কোন তাপ প্রয়োগ করা হয় নাই ($Q=0$), তবু গ্যাসের উষ্ণতা বৃদ্ধি হইয়াছে।

$$\text{আপেক্ষিক তাপ}=s=\frac{Q}{m\theta}=0.$$

আবার গ্যাসে তাপ প্রয়োগ করা হইল ($Q\neq0$) এবং গ্যাসের প্রসারণ হইল এমনভাবে যাহাতে উষ্ণতার কোন পরিবর্তন না হয় ($\theta=0$)।

$$\text{এক্ষেত্রে আপেক্ষিক তাপ}=s=\frac{Q}{m\theta}=\infty$$

অতএব এইভাবে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপের সংজ্ঞা দিতে গেলে উহা অনির্দিষ্ট হইয়া পড়ে। এই কারণে পদার্থের আপেক্ষিক তাপের সংজ্ঞা দিতে আয়তন অথবা চাপ অপরিবর্তিত রাখা হয়। পদার্থের দুই ধরনের আপেক্ষিক তাপের প্রয়োজন। (i) অপরিবর্তিত আয়তনে আপেক্ষিক তাপ (specific heat at constant volume) c_v, (ii) অপরিবর্তিত চাপে আপেক্ষিক তাপ (specific heat at constant pressure) c_p.

অপরিবর্তিত আয়তনে আপেক্ষিক তাপ (c_v) : অপরিবর্তিত আয়তনে এক গ্রাম গ্যাসের 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে যে তাপের প্রয়োজন তাহাকে অপরিবর্তিত আয়তনে আপেক্ষিক তাপ c_v বলে।

অপরিবর্তিত চাপে আপেক্ষিক তাপ (c_p) : অপরিবর্তিত চাপে এক গ্রাম গ্যাসের 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে যে তাপের প্রয়োজন তাহাকে অপরিবর্তিত চাপে আপেক্ষিক তাপ, c_p বলে।

c_v অপেক্ষা c_p বড় (c_p is greater than c_v) : যখন কোন গ্যাসকে আয়তন অপরিবর্তিত অবস্থায় উত্তপ্ত করা হয় তখন প্রদত্ত তাপ কেবলমাত্র উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতেই ব্যবহৃত হয়। অপরদিকে যখন গ্যাসের চাপ অপরিবর্তিত রাখিয়া উহাকে উত্তপ্ত করা হয় তখন তাপ প্রদান করিবার সঙ্গে সঙ্গে গ্যাসের আয়তন বৃদ্ধি করিতে হয়, তাহা না হইলে চাপ বৃদ্ধি পাইবে। এক্ষেত্রে আয়তন বৃদ্ধি করিয়া গ্যাসের চাপ অপরিবর্তিত রাখা হয়। ফলে গ্যাসের উষ্ণতা বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে গ্যাসের প্রসারণও হয়। অপরিবর্তিত চাপে তাপ প্রয়োগ করিলে তাপের এক অংশ উষ্ণতা বৃদ্ধি করে এবং অন্য অংশ গ্যাসের প্রসারণ ঘটাইয়া কার্য করে। এই কারণে অপরিবর্তিত চাপে এক গ্রাম গ্যাসের 1°C উষ্ণতা বাড়াইতে যে তাপের প্রয়োজন হয় তাহা অপরিবর্তিত আয়তনে এক গ্রাম গ্যাসের 1°C উষ্ণতা বাড়াইতে প্রয়োজনীয় তাপের বেশী হয়। অর্থাৎ $c_p > c_v$। যদি গ্যাসের আণবিক ওজন M হয় তবে দেখান যায় যে

$$M(c_p - c_v) = \frac{R}{J}$$

এখানে c_p এবং c_v-কে ক্যালরিতে মাপা হয় এবং R-কে আগে মাপা হইয়াছে।

$R = 8{\cdot}31 \times 10^7$ আর্গ প্রতি গ্রাম অণু প্রতি °C.

J = তাপের যান্ত্রিক সম (Mechanical equivalent of heat)

$= 4{\cdot}2 \times 10^7$ আর্গ/ক্যালরি

$Mc_p = C_p$ এবং $Mc_v = C_v$ লেখা হয়। C_p এবং C_v-কে গ্রাম আণবিক আপেক্ষিক তাপ [Gram molecular (or, Molar) specific heat] বলে। অর্থাৎ অপরিবর্তিত চাপে (অপরিবর্তিত আয়তনে) এক গ্রাম অণু গ্যাসের 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে যে তাপের প্রয়োজন হয় তাহাকে অপরিবর্তিত চাপে (অপরিবর্তিত আয়তনে) গ্রাম আণবিক আপেক্ষিক তাপ বলে।

17.6 রুদ্ধতাপ প্রসারণ (Adiabatic expansion) :

Adiabatic কথাটার উৎপত্তিগত অর্থ হইল heat is not passing (a=not, dia=through, bates=heat) অর্থাৎ তাপ মধ্য দিয়া যাইতেছে না। যখন

কোন পদার্থের চাপ এবং আয়তনের পরিবর্তন হয় কিন্তু বাহির হইতে কোন তাপ পদার্থে আসে না কিংবা পদার্থ হইতে কোন তাপ বাহিরে যায় না তখন এই পরিবর্তনকে রুদ্ধতাপ পরিবর্তন (adiabatic transformation) বলে। এই পরিবর্তনের জন্য পদার্থকে এমনভাবে রাখিতে হইবে যে উহার সঙ্গে বাহিরের যেন কোন তাপ সংযোগ না থাকে। যদি কোন গ্যাসকে রুদ্ধতাপ ভাবে সংকুচিত (adiabatic compression) করা যায় তাহা হইলে গ্যাসের উপর কার্য করা হয় এবং ইহাতে গ্যাসের উষ্ণতা বৃদ্ধি পায়। আর যখন গ্যাসকে রুদ্ধতাপ ভাবে প্রসারিত (adiabatic expansion) করা হয় তখন গ্যাস কার্য করে এবং ইহাতে গ্যাসের উষ্ণতা হ্রাস পায়। যখন কোন পরিবর্তন সহসা এবং অত্যন্ত দ্রুত ঘটে তখন এত কম সময়ে গ্যাস বাহির হইতে তাপ গ্রহণ করিতে পারে না কিংবা বাহিরে তাপ বর্জন করিতে পারে না, এবং এই পরিবর্তন রুদ্ধতাপ হয়। সাইকেলের টিউব যখন ফাটে তখন টিউবের বাতাসের হঠাৎ প্রসারণ হয় এবং ইহা রুদ্ধতাপ হয়। রুদ্ধতাপ অবস্থায় গ্যাসের চাপ ও আয়তনের যে লেখচিত্র পাওয়া যায় তাহাকে রুদ্ধতাপ রেখা (adiabatic curve) বলে। তাপ অপরিগম্য অবস্থায় আদর্শ গ্যাসের চাপ ও আয়তনের সমীকরণ হইল

$$PV^{\gamma} = \text{ধ্রুবক} \quad \ldots\ldots(1)$$

এখানে $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ = আপেক্ষিক তাপের অনুপাত (ratio of specific heats).

একটি গ্যাসের γ-র মান নির্দিষ্ট।

আবার আদর্শ গ্যাস নিম্নলিখিত সমীকরণ

$$PV = nRT \quad \ldots\ldots(2)$$

মানিয়া চলে (n গ্রাম অণু গ্যাস লওয়া হইয়াছে)।

(1) এবং (2) হইতে আমরা P এবং T কিংবা V এবং T-এর সমীকরণ বাহির করিতে পারি।

$$P\left(\frac{nRT}{P}\right)^{\gamma} = \text{ধ্রুবক}$$

যেহেতু নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের জন্য n = ধ্রুবক

$$\frac{T^{\gamma}}{P^{\gamma-1}} = \text{ধ্রুবক} \quad \ldots\ldots(3)$$

আবার (1) ও (2) হইতে পাই

$$\frac{nRT}{V} \cdot V^{\gamma} = \text{ধ্রুবক}$$

অথবা, $TV^{\gamma-1}=$ ধ্রুবক ......(4)

(1), (3) এবং (4) সমীকরণকে আদর্শ গ্যাসের রুদ্ধতাপ পরিবর্তনের সমীকরণ বলে।

Example 1. একটি গ্যাস প্রথমে 0°C উষ্ণতায় এবং বায়ুমণ্ডলীয় চাপে ছিল। ইহাকে হঠাৎ সংকুচিত করিয়া এক-চতুর্থাংশ আয়তনে কমান হইল। চূড়ান্ত উষ্ণতা এবং চাপ নির্ণয় কর। $(\gamma=1 \cdot 4)$

A gas initially at 0°C and at atmospheric pressure is suddenly compressed to one-fourth of its volume. Calculate the final temperature and pressure. $(\gamma=1 \cdot 4)$

উঃ। পরিবর্তন সহসা হইয়াছে এবং ইহা রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়া।

$$P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma}$$

এখানে, $\frac{V_1}{V_2}=4$, $P_1=1$ atmos.

$$P_2=P_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}=1\times 4^{1.4}$$

$$\log P_2=\log 1+1 \cdot 4 \log 4$$
$$=0 \cdot 8429$$

$\therefore$ $P_2=6 \cdot 97$ atmos.

আবার, $T_1V_1^{\gamma-1}=T_2V_2^{\gamma-1}$

$$\therefore \quad T_2=T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}=273\times 4^{0.4}$$

$$\log T_2=\log 273+0 \cdot 4 \log 4$$
$$=2 \cdot 6770$$

$\therefore$ $T_2=475 \cdot 3$°K$=202 \cdot 3$°C.

সুতরাং চূড়ান্ত উষ্ণতা $=202 \cdot 3$°C এবং চূড়ান্ত চাপ $=6 \cdot 97$ atmos.

অষ্টাদশ পরিচ্ছেদ

তাপ সঞ্চালন (Transmission of Heat)

18.1 পরিবহণ, পরিচলন ও বিকিরণ (Conduction, Convection and Radiation) :

তাপ একস্থান হইতে অন্যস্থানে তিনটি পদ্ধতিতে প্রবাহিত হয়, যথা, (i) পরিবহণ (ii) পরিচলন ও (iii) বিকিরণ।

(i) **পরিবহণ :** একটি লোহার দণ্ডের একপ্রান্ত গরম করিলে কিছুক্ষণ পরে অন্যপ্রান্তও গরম হইয়া যায়। কেন হয় ? সকল পদার্থই অসংখ্য সূক্ষ্মকণার সমষ্টি। লোহার দণ্ডটির একপ্রান্ত যখন আগুনে ধরা হইল, প্রথমে সেই প্রান্তের কণাগুলি গরম হইয়া উঠে। ইহাতে কণাগুলির কম্পনগতি (vibratory motion) বৃদ্ধি পায়। এই বর্ধিত গতি পার্শ্ববর্তী ঠাণ্ডা কণাকে ধাক্কা দেয় এবং উহারও কম্পনগতি বৃদ্ধি পায়। ফলে পার্শ্ববর্তী কণা গরম হয়। এই কণা আবার পার্শ্ববর্তী ঠাণ্ডা কণাকে কম্পন গতি দ্বারা গরম করে। এইরূপ এককণা হইতে অন্যপ্রান্তের কণা গরম হইয়া উঠে। কিন্তু কণাগুলি নিজেদের অবস্থার কোন পরিবর্তন করে না। এই ধরনের তাপ সঞ্চালন পদ্ধতিকে পরিবহণ পদ্ধতি বলে।

যে পদ্ধতিতে পদার্থের কণাগুলির অবস্থার কোন পরিবর্তন হয় না অথচ সেই পদার্থের উষ্ণতর অংশ হইতে শীতলতর অংশে তাপ সঞ্চালিত হয়, সেই পদ্ধতিকে পরিবহণ পদ্ধতি বলে। উষ্ণ পদার্থের সহিত অন্য একটি শীতল কঠিন পদার্থ সংস্পর্শে রাখিলে পরিবহণ পদ্ধতিতে শীতলতর পদার্থে তাপ সঞ্চালিত হয়।

(ii) **পরিচলন :** একটি কাচের ফ্লাস্কে জল লইয়া উহার মধ্যে একটু নীল রঙ ফেলিয়া দেওয়া হইল। ফ্লাস্কটি এখন ধীরে ধীরে গরম করিলে দেখা যাইবে যে, একটি রঙীন জলের ধারা নীচ হইতে উপরে ফ্লাস্কের মাঝখান দিয়া উঠিয়া আসিতেছে এবং উপর হইতে রঙহীন জল ফ্লাস্কের গাত্র বাহিয়া নীচে নামিয়া যাইতেছে (18.1 চিত্র)। এইরূপে ফ্লাস্কে দুইটি জলের ধারা তৈয়ারী হয় এবং যতক্ষণ না সমস্ত জল একই উষ্ণতায় আসে ততক্ষণই এইরূপ চলে। এই স্রোতকে পরিচলন স্রোত (convection current) বলে। এখানে নীচের উত্তপ্ত জলের কণাগুলি নীচ হইতে উপরে উঠিয়া আসিয়া তাপ-সঞ্চালন করে। ইহাই তাপের পরিচলন। কোন আগুনের



চিত্র 18.1

শিখার উপর হাত ধরিলে পরিচলন পদ্ধতিতে হাতে গরম হাওয়া আসিয়া লাগে। তরল ও গ্যাস এই উপায়ে গরম হয়।

যে পদ্ধতিতে পদার্থের উত্তপ্ত কণাগুলি উষ্ণতর অংশ হইতে শীতলতর অংশে নিজেরাই গমন করিয়া তাপ সঞ্চালন করে তাহাকে পরিচলন পদ্ধতি বলে।

(iii) **বিকিরণ :** পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যে দূরত্ব অনেক এবং ইহাদের মধ্যবর্তী স্থানে কোন কঠিন বা তরল মাধ্যম নাই, সামান্য অংশ বায়ুতে আর বিশাল অংশ বায়ুশূন্য মাধ্যমে পূর্ণ। সূর্য হইতে তবু আমরা তাপ পাই। তরল বা কঠিন পদার্থে সূর্যের তাপ পড়িলে উহাদের উষ্ণতা বাড়িয়া যায়, বায়ু মাধ্যমের উষ্ণতা খুবই কম বাড়ে। সুতরাং পৃথিবীতে সূর্যের তাপ আসিবার পদ্ধতি পরিবহণ ও পরিচলন পদ্ধতি হইতে ভিন্ন, মাধ্যম ছাড়াই এই তাপ পৃথিবীতে আসিতেছে। এই পদ্ধতির নাম বিকিরণ।

যে পদ্ধতিতে কোন মাধ্যমের সাহায্য না লইয়া বা মাধ্যম থাকিলে তাহাকে উত্তপ্ত না করিয়া তাপ একস্থান হইতে অন্যস্থানে সঞ্চালিত হয়, তাহাকে বিকিরণ পদ্ধতি বলে।

একটি লাল উত্তপ্ত লোহার বলের নীচে হাত রাখিলে আমরা গরম অনুভব করি। ইহা বিকিরণের ফলে হয়। বায়ুর তাপপরিবহণ ক্ষমতা খুব কম। আর পরিচলন পদ্ধতিতে গরম হাওয়া হাল্কা হইয়া উপরে উঠিয়া যায়, নীচে নামিয়া আসে না।

তিন পদ্ধতির মধ্যে পার্থক্য :

1. পরিবহণ ও পরিচলন পদ্ধতিতে তাপ কোন মাধ্যমের (কঠিন, তরল বা গ্যাসীয়) সাহায্য লইয়া সঞ্চালিত হয়। কিন্তু বিকিরণে এইরূপ মাধ্যমের প্রয়োজন নাই ; মাধ্যম ছাড়াই তাপ সঞ্চালিত হইতে পারে।

2. পরিবহণ ও পরিচলন পদ্ধতিতে মাধ্যমের উষ্ণতার পরিবর্তন হয়। কিন্তু বিকিরণে মাধ্যম থাকিলেও মাধ্যমের উষ্ণতার খুব একটা পরিবর্তন হয় না।

3. পরিবহণে পদার্থের ক্ষুদ্র কণা স্থান ত্যাগ করে না। পরিচলনে পদার্থের ক্ষুদ্র কণা স্থান ত্যাগ করে। আর বিকিরণে তাপ তরঙ্গ দ্বারা সঞ্চালিত হয়।

4. পরিবহণ ও পরিচলন পদ্ধতি খুব মন্থর পদ্ধতি। কিন্তু বিকিরণ খুব দ্রুত পদ্ধতি। বিকিরণে তাপ আলোর বেগের সমান সঞ্চালিত হয়।

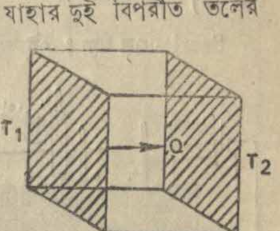
5. পরিবহণ ও পরিচলন পদ্ধতিতে তাপ সরল বা বক্রপথে সঞ্চালিত হইতে পারে। কিন্তু বিকিরণ পদ্ধতিতে তাপ কেবলমাত্র সরল পথে সঞ্চালিত হয়।

18.2. তাপ পরিবাহিতা ও তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক (Thermal Conductivity and Coefficient of thermal conductivity) :

পদার্থের তাপ পরিবহণের গুণকে পদার্থের তাপ পরিবাহিতা বলে। সকল পদার্থের মধ্য দিয়া তাপ সমান ভাবে যায় না। কোন কোন পদার্থের মধ্য দিয়া তাপ দ্রুত যায়, আবার কোন ক্ষেত্রে সহজে পরিবাহিত হয় না। লোহার দণ্ডের এক দিক গরম করিলে অন্য দিকও অল্পক্ষণ পরেই গরম হইয়া উঠে। কিন্তু একটি কাচনলের একপ্রান্ত হাতে লইয়া অন্যপ্রান্ত গালানো যায়। ইহা হইতে দেখা যাইতেছে যে, লোহার মধ্য দিয়া তাপ সহজেই পরিবাহিত হয়, কিন্তু কাচের মধ্য দিয়া হয় না। সুতরাং সকল পদার্থের তাপ পরিবাহিতা এক নহে ; যেমন লোহার বেশী, কাচের কম। **যে-সকল পদার্থের মধ্য দিয়া সহজেই তাপ পরিবাহিত হইতে পারে তাহাদেরকে সুপরিবাহী (Conductor) বলে এবং যে-সকল পদার্থের মধ্য দিয়া তাপ যাইতে পারে না তাহাদের কুপরিবাহী (Bad Conductor) বলে।** প্রায় সব ধাতব পদার্থ তাপের সুপরিবাহী এবং কাচ, কাঠ, কাপড় ইত্যাদি কুপরিবাহী।

কোন পদার্থের মধ্য দিয়া কতটা পরিমাণ তাপ একস্থান হইতে অন্যস্থানে পরিবাহিত হইবে তাহা নিম্নলিখিত বিষয়ের উপর নির্ভর করে : (1) দুইস্থানের মধ্যে দূরত্ব, (2) উভয় স্থানের উষ্ণতা, (3) যে ক্ষেত্রের মধ্য দিয়া যাইবে তাহার ক্ষেত্রফল এবং (4) যতক্ষণ ধরিয়া প্রবাহিত হইবে সেই সময়।

মনে করি, কোন একটি আয়তাকার পদার্থ লইলাম যাহার দুই বিপরীত তলের উষ্ণতা T_1 ও T_2 ($T_1 > T_2$) এবং উষ্ণতল হইতে ঠাণ্ডা তলের দিকে লম্বভাবে প্রবাহিত তাপের পরিমাণ Q (18.2) চিত্র)। এই তাপ



চিত্র 18.2

(1) তলের ক্ষেত্রফলের (A) সমানুপাতিক

(2) দুই তলের উষ্ণতার পার্থক্যের সমানুপাতিক

(3) দূরত্ব d-এর ব্যস্তানুপাতিক এবং

(4) যত সময় (t) ধরিয়া প্রবাহিত হয় তাহার সমানুপাতিক হয়।

অর্থাৎ, $Q \propto A$

$$\propto (T_2 - T_1)$$

$$\propto \frac{1}{d}$$

$$\propto t$$

তাহা হইলে, $Q = KA\frac{T_2 - T_1}{d} . t$

এখানে K একটি ধ্রুবক যাহা পদার্থের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে। K-কে পদার্থের তাপ পরিবাহিতাঙ্ক বলে। যদি $A=1$, $T_2-T_1=1$, $t=1$, এবং $d=1$ হয় তবে $Q=K$ অর্থাৎ K যত বেশী হইবে পরিবাহিত তাপের পরিমাণও তত বেশী হইবে।

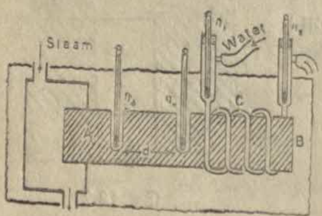
কোন পদার্থের একক দৈর্ঘ্যের ঘনকের (Cube) দুই বিপরীত তলের একক উষ্ণতার পার্থক্যের জন্য উষ্ণতল হইতে শীতলতর তলে একক সময়ে যে পরিমাণ তাপ প্রবাহিত হইবে তাহাকে ঐ পদার্থের তাপ পরিবাহিতাঙ্ক বলে।

C.G.S. পদ্ধতিতে Q ক্যালরিতে, A বর্গ সেমি ; d সেমি. t সেকেণ্ডে এবং T_2 ও T_1 উষ্ণতা সেন্টিগ্রেড স্কেলে প্রকাশ করা হয়। আর F. P. S. পদ্ধতিতে, Q ব্রিঃ থাঃ এককে, A বর্গফুটে, d ফুটে, t সেকেণ্ডে এবং T_1, T_2 উষ্ণতা ফারেনহাইট স্কেলে প্রকাশ করা হয়।

যেমন "তামার তাপ পরিবাহিতাঙ্ক 0·92 ক্যালরি / সেমি / °C/ সেকেণ্ড" বলিতে ইহাই বোঝায় যে এক সেন্টিমিটার দৈর্ঘ্যের এক বর্গ সেন্টিমিটার ক্ষেত্রফলযুক্ত একটি তামার ঘনকের দুই বিপরীত তলের মধ্যে 1°C উষ্ণতার পার্থক্য থাকিলে, এক সেকেণ্ডে উষ্ণতর তল হইতে শীতলতর তলের মধ্য দিয়া লম্বভাবে 0·92 ক্যালরি তাপ প্রবাহিত হইবে।

18.3. তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক নির্ণয় (Determination of thermal Conductivity)

Searle-এর যন্ত্র : এই যন্ত্রের (18.3 চিত্র) সাহায্যে খুব সহজেই সুপরিবাহী পদার্থের তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক বাহির করা যায়। যে পদার্থের তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক বাহির করিতে হইবে তাহার একটি দণ্ড AB লওয়া হয় এবং বিকিরণের ফলে যাহাতে তাপক্ষয় সবচেয়ে কম হইতে পারে তাহার জন্য দণ্ডটির চারিদিকে তাপ অপরিবাহী পশমে ঢাকা থাকে। দণ্ডটির A প্রান্ত বাষ্পের সাহায্যে গরম করা হয় এবং দণ্ডটির অপর প্রান্ত B-তে একটি সরু তামার নল C খুব ভালোভাবে জড়ানো থাকে।



চিত্র 18.3

এই নলের মধ্য দিয়া একটি নির্দিষ্ট প্রবাহে জল চালনা করা হয় এবং দুই প্রান্তের জলের উষ্ণতা থার্মমিটারের সাহায্যে মাপা হয়। আরো দুইটি থার্মমিটার নির্দিষ্ট দূরত্বে দণ্ডটির অন্য জায়গায় পারদ দিয়া বসান থাকে। জলের প্রবাহ ঠিক করিয়া দণ্ডটিকে উষ্ণতার একটি স্থির অবস্থায় আনা হয়। এই অবস্থায় A প্রান্ত দিয়া যে পরিমাণ তাপ দণ্ডে প্রবাহিত হয় তাহাই অপর প্রান্ত দিয়া বাহির হইয়া যায়। একটি নির্দিষ্ট

সময় ধরিয়া তামার নলের মধ্য দিয়া কতখানি জল প্রবাহিত হয় তাহা মাপিয়া লওয়া হয়।

মনে করি, দণ্ডটির প্রস্থচ্ছেদ=S sq. cm.

থার্মমিটারের মধ্যে দূরত্ব=d cm.

এবং উহাদের মধ্যে উষ্ণতার পার্থক্য=$(\theta_4-\theta_3)$°C

যতক্ষণ ধরিয়া পরীক্ষাকার্য চালনা করা হয়=t sec

জলের পরিমাণ=m gm.

পদার্থটির তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক=K.

দুই প্রান্তের জলের উষ্ণতা=θ_1 ও θ_2 °C.

তাহা হইলে, তাপের পরিমাণ

$$m\ (\theta_2-\theta_1)=\frac{K.\ S.\ (\theta_4-\theta_3)\ t}{d}$$

এই সমীকরণ হইতে K-এর মান বাহির করা যায়।

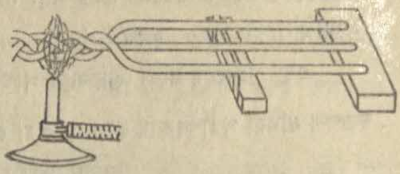
কয়েকটি পদার্থের তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক

পদার্থ	তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক Cal/Sec. cm. °C	পদার্থ	তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক Cal/Sec. cm°C
ধাতু :		অন্যান্য পদার্থ :	
অ্যালুমিনিয়াম	0.49	ইঁট	0·0015
তামা	0·92	কর্ক	0·0001
সীসা	0.08	গ্লাস	0·002
রূপা	0·97	বরফ	0.004
ইস্পাত	0·12	উল	0·0001
গ্যাস :		কাঠ	0·0002
বায়ু	0·000057	কংক্রীট	0·002
হাইড্রোজেন	0.00033		
অক্সিজেন	0·000056		

18.4. তাপ-পরিবাহিতার তুলনা (Comparison of thermal Conductivities) : নিম্নলিখিত পরীক্ষা দ্বারা বিভিন্ন পদার্থের তাপ পরিবাহিতার তুলনা করা যাইতে পারে।

1. দেশলাই কাঠি দিয়া পরীক্ষা :

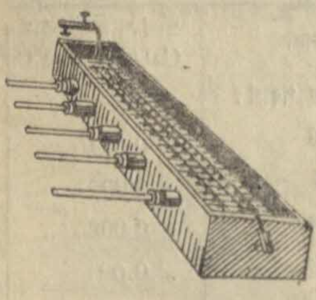
প্রায় 50 cm· লম্বা মোটা তামা, লোহা ও সীসার তিনটি দণ্ড লওয়া হয় (18.4 চিত্র) এবং উহাদের একপ্রান্তকে মোচ্ড়াইয়া একসঙ্গে জুড়িয়া দিয়া বুনসেন বার্ণারে উত্তপ্ত করা হইল। কয়েক মিনিট পরে একটি দেশলাইয়ের কাঠি প্রত্যেক দণ্ডের উপর দিয়া শীতল প্রান্ত হইতে উহাতে উষ্ণ প্রান্তের দিকে লইয়া গেলে দেখা যাইবে যে বিভিন্ন দণ্ডে বিভিন্ন দূরত্বে দেশলাইয়ের কাঠি জলিয়া উঠিতেছে। শীতল প্রান্ত হইতে তামার দণ্ডে সবচেয়ে কম দূরত্বে, লোহার দণ্ডে মধ্যম দূরত্বে ও সীসার দণ্ডে সর্বাপেক্ষা বেশী দূরত্বে কাঠি জলিয়া উঠে। সুতরাং তামা সর্বাপেক্ষা ভাল তাপ পরিবহণ করে, ইহার পর লোহা এবং সীসা সবচেয়ে কম তাপ পরিবহণ করে।



চিত্র 18.4

2· Ingen Hausz এর পরীক্ষা :

একটি ধাতব পাত্রের ভিতর সমান দৈর্ঘ্যের ও একই ব্যাসযুক্ত বিভিন্ন ধাতুর দণ্ড লাগান থাকে (18.5 চিত্র)। পাত্রের ভিতর প্রত্যেক দণ্ডের দৈর্ঘ্য সমান থাকে। দণ্ডগুলির উপর সমানভাবে মোমের প্রলেপ লাগানো থাকে। ধাতব পাত্রে জল লইয়া বিদ্যুৎ প্রবাহের সাহায্যে গরম করা হয় এবং দণ্ডগুলির এক প্রান্ত উষ্ণ জলের উষ্ণতা পায়। অন্য প্রান্ত শীতল বলিয়া তাপ দণ্ডের মধ্য দিয়া পরিবহণে প্রবাহিত হইবে এবং দণ্ডের গায়ে লাগানো মোম গলিতে আরম্ভ করে। কিন্তু সব দণ্ডের মোম একসঙ্গে গলিতে আরম্ভ করে না অর্থাৎ উষ্ণতা বৃদ্ধির হার সব দণ্ডে সমান হয় না। আবার যখন প্রত্যেক দণ্ডের উষ্ণতা স্থির অবস্থায় আসে তখন দেখা যায় যে, বিভিন্ন দণ্ডে বিভিন্ন দৈর্ঘ্য পর্যন্ত মোম গলিয়াছে। এই দৈর্ঘ্য নির্ভর করে পদার্থের তাপ পরিবাহিতাঙ্কের উপর। যে দণ্ডে মোম বেশী দূর গলিয়াছে, তাহার তাপ পরিবাহিতা সব চেয়ে বেশী।



চিত্র 18.5

যদি দণ্ডগুলির তাপ পরিবাহিতাঙ্ক K_1, K_2, K_3 ইত্যাদি হয় এবং ঐ দণ্ডগুলির মোম গলনের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে l_1, l_2, l_3 ইত্যাদি হয়, তবে ইহা প্রমাণ করা যায়,

$$\frac{K_1}{l_1^2}=\frac{K_2}{l_2^2}=\frac{K_3}{l_3^2}=\ldots\ldots$$

তাহা হইলে, কোন দণ্ডের তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক জানা থাকিলে অন্য দণ্ডগুলির তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক বাহির করা যায়।

18·5. উষ্ণতাবোধ ও তাপ-পরিবাহিতা :

একখণ্ড কাঠ ও একখণ্ড লোহার পাতকে রৌদ্রে গরম করিয়া হাত দিলে, লোহা কাঠের তুলনায় বেশী গরম মনে হইবে। কিন্তু পদার্থ দুইটি একই উষ্ণতায় আছে। আবার ইহাদের পাশাপাশি ঠাণ্ডায় রাখিয়া হাত দিলে, লোহাটি কাঠ অপেক্ষা বেশী ঠাণ্ডা মনে হইবে। সুতরাং দেখা যাইতেছে যে, শুধুমাত্র উষ্ণতা দ্বারাই ঠাণ্ডা কি গরম বোঝা যায় না, উহাদের তাপ-পরিবাহিতাঙ্কের উপরও নির্ভর করে। লোহা তাপের ভাল পরিবাহী বলিয়া হাত হইতে দ্রুত তাপ গ্রহণ করে। সেইজন্য ঠাণ্ডা মনে হয়। কাঠ কুপরিবাহী বলিয়া দ্রুত তাপ গ্রহণ করিতে পারে না, ফলে উষ্ণ মনে হয়। আবার গরম অবস্থায় একই কারণে লোহা হইতে তাপ দ্রুত হাতে প্রবাহিত হয় এবং গরম মনে হয়।

Example 1. Ingen Hausz-এর একটি পরীক্ষায় দেখা গেল তামার দণ্ডে 10 cm ও লোহার দণ্ডে 4 cm. পর্যন্ত মোম গলিয়াছে। তামার তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক যদি 0·92 হয় তবে লোহার কত ?

In an Ingen Hausz's experiment wax melted over 10 cms. of copper and over 4 cms. of iron rod. What is the coefficient of thermal conductivity of iron if that of copper is 0·92 ?

উঃ। আমরা জানি, দুইটি দণ্ডের তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক যদি K_1, K_2 হয় এবং মোম গলনের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে l_1 ও l_2 হয় তবে,

$$\frac{K_1}{l_1^2}=\frac{K_2}{l_2^2}$$ এখানে, $K_1=0{\cdot}92$, $l_1=10$ cm.

$K_2=?$ $l_2=4$ cm.

$$\therefore\ K_2=\frac{K_1}{l_1^2}\cdot l_2^2=\frac{0{\cdot}92}{100}\times16=\frac{14{\cdot}72}{100}=0{\cdot}147$$

সুতরাং লোহার তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক$=0{\cdot}147$. cal/cm/sec°C

Example 2. একটি তামার প্লেটের দৈর্ঘ্য 10 cm., প্রস্থ 5 cm. এবং বেধ 1 cm.; উহার দুই বিপরীত তলের উষ্ণতা 100°C ও 25°C এবং 1 মিনিটে এক তল হইতে অপর তলে 207 Kilocalories তাপ প্রবাহিত হয়। তামার তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক কত ?

A copper plate of 10 cm. long, 5 cm. broad and 1 cm. thick has two opposite faces at temperature of 100°C and 25°C and in 1 min. 207 Kilocalories of heat flow from one surface to the other. What is the thermal conductivity ?

উঃ। আমরা জানি, $Q=K\frac{A.(T_1-T_2)}{d}.t$

এখানে, Q=207000 calories

$A=10\times5$ sq. cm.

d=1 cm.

$T_1-T_2=(100-25)^\circ C=75^\circ C$

t=60 secs.

$\therefore\quad 207000=K\cdot\frac{50\times75\times60}{1}$

$\therefore\ K=\frac{207000}{50\times75\times60}=0\cdot92$ cal/cm sec °C

Example 3. একটি লোহার প্লেটের ক্ষেত্রফল 1000 cm² এবং বেধ 10 mm. উহার দুই বিপরীত তলের উষ্ণতা 0°C ও 50°C হইলে আধ ঘণ্টায় কতখানি তাপ প্রবাহিত হইবে? লোহার তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক=0·15 C. G. S. একক

How much heat is conducted in ½ hr. through an iron plate of 10 mm. thick and 1000 cm² in area, the temperatures of the two sides being kept at 0°C and 50°C? Thermal conductivity of iron =0·15 C. G. S. unit.

উঃ। আমরা জানি, $Q=K.\frac{A.(T_1-T_2)t.}{d}$

K=0·15 C. G. S. unit

এখানে A=1000 cm²

d=10 mm=1 cm.

$T_1-T_2=50^\circ C$

$t=\frac{1}{2}$ hr$=30\times60$ sec.

$\therefore\quad Q=\frac{0\cdot15\times1000\times50\times30\times60}{1}$ cal.$=135\times10^5$ calories.

Example 4. একটি তামার দণ্ডের দৈর্ঘ্য 100 cm. এবং ব্যাস 10 mm.। দণ্ডের একপ্রান্ত ফুটন্ত জলের উষ্ণতায় এবং অপর প্রান্ত একটি বরফখণ্ডের সহিত সংযুক্ত। তামার তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক 0·90 cal/cm sec °C হইলে একঘণ্টায় কতখানি বরফ গলিবে?

A copper rod whose length is 100 cm. and whose diameter is 10 mm. has one end in boiling water and the other end in a block of ice. How much ice will be melted in 1 hr.? Thermal conductivity of copper=0·90 cal/cm sec °C.

উঃ। দণ্ডটির ব্যাস = 10 mm = 1 cm

$\therefore$ দণ্ডটির প্রস্থচ্ছেদ $= \pi r^2 = \frac{22}{7} \times (0.5)^2 = \frac{22}{7} \times 0.25$ sq. cm.

আমরা জানি, $Q = K.\frac{A(T_1 - T_2).t}{d}$

এখানে $K = 0.9$ cal/cm sec°C ; $A = \frac{22}{7} \times 0.25$ sq. cm.

$T_1 - T_2 = 100°C$, $t = 1$ hr $= 60 \times 60$ sec. ; $d = 100$ cm.

$\therefore \quad Q = 0.9 \times \frac{22}{7} \times \frac{0.25 \times 100 \times 60 \times 60}{100}$ calories $= 6788.5$ calories

কিন্তু বরফের গলনের লীন তাপ ≐ 80 cal/gm.

$\therefore$ বরফ গলিবে $= \frac{6788.5}{80}$ gm. $= 84.8$ gm.

Example 5· একটি চোঙাকৃতি তামার দণ্ডের দৈর্ঘ্য 50 cm. এবং ব্যাস 4 mm. উহার একটি প্রান্ত 100 gm. ভরের জলের মধ্যে ডুবান আছে। যদি দণ্ডের দুই প্রান্তের উষ্ণতার পার্থক্য 75°C সব সময় রাখা হয় তবে 1 ঘণ্টায় জলের কত উষ্ণতা বৃদ্ধি পাইবে ? তামার তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক $= 0.9$ cal/cm sec°C

What will be the rise in temperature in 1 hr. of water of mass 100 gm. when one end of a cylindrical copper rod 50 cm. long and 4 mm. diameter is dipped into the water. A temperature difference of 75°C between the ends of the rod is maintained constant. Thermal conductivity of copper $= 0.9$ cal/cm/sec°C

উঃ। দণ্ডের ব্যাস $= 4$ mm. $= 0.4$ cm.

$\therefore$ দণ্ডের প্রস্থচ্ছেদ $= \pi r^2 = \frac{22}{7} \times (0.2)^2 = \frac{22}{7} \times 0.04$ sq. cm.

আমরা জানি, $Q = \frac{K.A\,(T_1 - T_2).\,t}{d}$

এখানে, $K = 0.9$ cal/cm sec°C.

$A = \frac{22}{7} \times 0.04$ sq. cm.

$T_1 - T_2 = 75°C$.

$t = 1$ hr. $= 60 \times 60$ sec.

$d = 50$ cm.

$\therefore \quad Q = 0.9 \times \frac{22}{7} \times \frac{0.04 \times 75 \times 60 \times 60}{50}$ calories

$= 610.9$ calories.

এই পরিমাণ তাপ 100 gm. জলে প্রবাহিত করা হয়। মনে করি, ইহার ফলে জলের উষ্ণতা t°C বৃদ্ধি পায়।

$\therefore\ 610{\cdot}9 = 100 \times t$

$$\therefore\ t = \frac{610{\cdot}9}{100}\,{}^\circ C = 6{\cdot}1^\circ C$$

Example 6. একটি লোহার দণ্ডের দৈর্ঘ্য 10 cm এবং প্রস্থচ্ছেদ $2\ cm^2$। দণ্ডের একপ্রান্ত ফুটন্ত জলে এবং অন্যপ্রান্ত বরফে আছে। লোহার তাপ পরিবাহিতাঙ্ক 0·15 C.G.S. একক হইলে, দণ্ডের ঠাণ্ডা প্রান্ত হইতে 6 cm দূরে উষ্ণতা কত হইবে?

One end of an iron bar 10 cm long and $2\ cm^2$ in cross-section is in a steam bath and the other end in ice. What is the temperature at a point 6 cm from the cooler end? Thermal conductivity of iron=0·15 C.G.S. unit.

উঃ। আমরা জানি, $Q = \dfrac{K.A\,(T_1 - T_2)t}{d}$

এখানে, $K = 0{\cdot}15$ C.G.S. $A = 2\ cm^2$; $T_1 - T_2 = 100^\circ C$, $t = 1$ sec.
$d = 10$ cm.

$$\therefore\ Q = \frac{0{\cdot}15 \times 2 \times 100 \times 1}{10} \text{ calories} = 3 \text{ calories.}$$

এই পরিমাণ তাপ দণ্ডের মধ্য দিয়া প্রতি 6 সেকেণ্ডে প্রবাহিত হইতেছে।

এইক্ষেত্রে $Q = 3$ cal. ; $K = 0{\cdot}15$ C.G.S., $A = 2\ cm^2$, $T_2 = 0$; $T_1 = ?$
$t = 1$ sec, $d = 6$ cm.

$$\therefore\ 3 = \frac{0{\cdot}15 \times 2 \times (T_1 - 0) \times 1}{6} = \frac{0{\cdot}3\ T_1}{6}$$

$$\text{বা}\quad T_1 = \frac{3 \times 6}{0{\cdot}3} = 60^\circ C.$$

Example 7. 20 cm দৈর্ঘ্যের তামার দণ্ডের সহিত 10 cm. দৈর্ঘ্যের একটি লোহার দণ্ড যুক্ত আছে। দুইটি দণ্ডের প্রস্থচ্ছেদ $5\ cm^2$। দণ্ডটির একপ্রান্ত (তামার প্রান্ত) ফুটন্ত জলে এবং অন্যপ্রান্ত (লোহার প্রান্ত) বরফে আছে।

(i) দণ্ডটির মধ্য দিয়া প্রতি সেকেণ্ডে কি পরিমাণ তাপ প্রবাহিত হইবে?

(ii) দণ্ড দুইটির সংযোগস্থলে উষ্ণতা কত হইবে? তামার তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক=0·9 C.G.S. একক, লোহার তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক=0·15 C.G.S. একক।

A compound long rod consists of copper and iron of length 20 cm. and 10 cm. respectively. Both parts of the rod are of cross-sectional area $5\ cm^2$. One end (copper end) immersed in boiling water and the other end in ice. Calculate

(i) how many calories per second will flow through the rod ?

(ii) what will be the temperature of the junction ?

Thermal conductivity of copper=0·9 C. G. S. unit,

and that of iron=0·15 C. G. S. unit.

উঃ। মনে করি, দণ্ড দুইটির সংযোগস্থলের উষ্ণতা=θ°C.

তামা ও লোহার দণ্ড দুইটির মধ্য দিয়া একই পরিমাণ তাপ প্রবাহিত হইবে। মনে করি, প্রতি সেকেণ্ডে Q cal. তাপ প্রবাহিত হয়। তাহা হইলে, তামার ক্ষেত্রে

$$Q=\frac{0·9\times5\times(100-\theta)\times1}{20} \quad ......(1)$$

এবং লোহার ক্ষেত্রে,

$$Q=\frac{0·15\times5\times(\theta-0)\times1}{10} \quad ......(2)$$

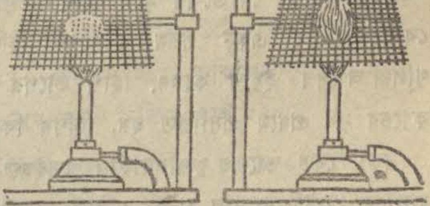
$$\therefore \quad \frac{0·9\times5\times(100-\theta)}{20}=\frac{0·15\times5\times\theta}{10} \text{ বা, } \quad 90-0·9\theta=0·3\theta$$

বা, $1·2\theta=90$. $\therefore \quad \theta=75$°C.

এবং $Q=\frac{0·9\times5\times(100-75)}{20}=\frac{0·9\times5\times25}{20}=5·625$ cal.

18.6 কুপরিবাহী ও সুপরিবাহীর কয়েকটি দৃষ্টান্ত :

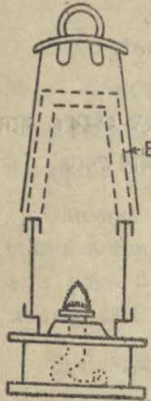
(1) তার-জালি ও অগ্নিশিখা—একটি জলন্ত গ্যাস-বার্নারের উপর একটি তার-জালি ধরিলে দেখা যাইবে যে তারের শুধু নীচে গ্যাস জ্বলিতেছে, উপরে জ্বলিতেছে না (চিত্র 18·6)। ইহার কারণ তারজালি ধাতু নির্মিত বলিয়া তাপের সুপরিবাহী এবং শিখার তাপ জালির মধ্য দিয়া খুব তাড়াতাড়ি প্রবাহিত হয়। ফলে তার-জালির উপরের গ্যাস তাপ না পাইয়া জ্বলনাঙ্কে (ignition point) পৌঁছাইতে পারে না। আবার গ্যাস বার্নারের উপরে তার-জালি রাখিয়া উপরের গ্যাস জ্বালাইয়া দিলে গ্যাস কেবল মাত্র উপরেরই জ্বলিবে, নীচের গ্যাস জ্বলিবে না। জালিটিকে নীচের দিকে নামাইলে শিখাও নীচের দিকে নামিবে। ইহারও কারণ নীচের গ্যাস তাপ পাইয়া জ্বলনাঙ্কে পৌঁছাইতে পারে না।



চিত্র 18.6

(2) ডেভির নিরাপত্তা বাতি (**Davy's Safety lamp**)—ধাতু তাপের সুপরিবাহী—এই গুণটি প্রয়োগ করিয়া ডেভি বিস্ফোরক গ্যাসপূর্ণ খনিতে কাজ

করিবার জন্য এই নিরাপত্তা বাতি তৈয়ারি করেন। এই বাতির শিখাকে লোহা বা তামার তারের এক বা দুই স্তরের ঠাস-বুনন জাল B দিয়া ঘিরিয়া রাখা হয় (চিত্র 18·7)। বিস্ফোরক গ্যাস খুব সামান্য পরিমাণে জালের মধ্য দিয়া ভিতরে গিয়া জ্বলিবে। কিন্তু লোহা বা তামার জালির মধ্য দিয়া তাপ খুব দ্রুত পরিবাহিত হইয়া ছড়াইয়া পড়ে এবং ফলে বাহিরের বিস্ফোরক গ্যাস জ্বলনাঙ্কে পৌঁছাইতে পারে না। শিখার রঙ দেখিয়া বিস্ফোরক গ্যাসের অস্তিত্ব বোঝা যায় এবং খনির লোকেরা সতর্ক হইয়া যায়।



চিত্র 18·7

(3) **কাগজের পাত্র**—একটি পাতলা কাগজের পাত্র জলে পূর্ণ করিয়া আগুনে ধরিলে কিছুক্ষণ পরে দেখা যাইবে যে জল ফুটিতে আরম্ভ করিয়াছে, কিন্তু কাগজ পুড়িতেছে না। ইহার কারণ, তাপ খুব তাড়াতাড়ি পাতলা কাগজের মধ্য দিয়া জলে চলিয়া যায় এবং জল উত্তপ্ত হয়। কাগজ খুব একটা গরম হয় না। কিন্তু এইক্ষেত্রে পাত্রটি যদি মোটা কাগজের হয় তবে তাপ তাড়াতাড়ি জলে প্রবাহিত হইতে পারে না এবং কাগজ পুড়িয়া যায়।

18·7. তাপ-পরিবহণের ব্যবহারিক দৃষ্টান্ত (Practical application of conduction of heat) :

(1) কাঠের গুঁড়া তাপের কুপরিবাহী। সেইজন্য কাঠের গুঁড়া দিয়া বরফ ঢাকিয়া রাখা হয় যাহাতে বরফ না গলিয়া যায়। বাহিরের তাপ কাঠের গুঁড়ার মধ্যদিয়া সহজে বরফে পৌঁছাইতে পারে না।

(2) কাচের বোতলের মুখে ছিপি শক্তভাবে কখনও আটকাইয়া যায়। তখন বোতলের মুখ একটু গরম করিলেই ছিপি আলগা হইয়া যায় এবং সহজেই খুলিয়া আসে। ইহার কারণ, ছিপি তাপের কুপরিবাহী। সেইজন্য তাপ পাইয়া কাচের মুখ প্রথমে প্রসারিত হয়, ছিপির কিছু হয় না। ফলে আল্‌গা হইয়া যায়।

(3) বেত তাপের কুপরিবাহী। সেইজন্য কেটলির হাতলে উহা জড়ানো থাকে যাহাতে কেটলিতে জল গরম করিলে হাতল ধরিয়া কেটলি নামানো যায়।

18.8. তাপ-পরিচলনের কয়েকটি ব্যবহারিক দৃষ্টান্ত (Practical application of convection of heat) :

(1) **ঘর গরম রাখা :** শীতপ্রধান দেশে তাপ পরিচলনের দ্বারা ঘর গরম রাখা হয়। বাড়ীর নীচে একটি বয়লারে জল ফুটান হয়। উষ্ণ জল পরিচলনের দ্বারা নলের মধ্য দিয়া বিভিন্ন ঘরে যায়। নলের গাত্র হইতে কিছুটা বিকিরণে

তাপ ঘরে ছড়াইয়া পড়ে এবং কিছুটা বায়ুতে পরিচলন পদ্ধতিতে যায়। ফলে ঘরের বায়ু গরম থাকে।

(2) ঘরে বায়ু চলাচল (Ventilation) : ঘরে একসঙ্গে বেশী লোক থাকিলে বা আগুন জ্বালাইয়া রাখিলে ঘরের বায়ু উষ্ণ ও বিষাক্ত হয়। কিন্তু এই বায়ু উষ্ণ হওয়ার জন্য উপরে উঠিয়া আসে এবং ঘুলঘুলি দিয়া বাহির হইয়া যায়। ঘরে ঠাণ্ডা ও বিশুদ্ধ বায়ু নীচের দরজা ও জানালা দিয়া বাহির হইতে প্রবেশ করে। এই পরিচলন স্রোতে ঘরের বায়ু বিশুদ্ধ থাকে। সেইজন্য কেহ ঘরের দরজা ও জানালা বন্ধ করিয়া আগুন জ্বালাইয়া ঘুমাইলে তাহার মৃত্যু হইবার আশঙ্কা থাকে। কারণ ঘরের অক্সিজেন ফুরাইয়া যায় এবং বিশুদ্ধ বায়ু বাহির হইতে আসিতে পারে না।

(3) গরম বস্ত্র (Warm Clothing) : শীতকালে আমরা যে গরম পোশাক ব্যবহার করি তাহা দুইটি কারণে গরম বোধ হয়। (i) পশম, পশুর লোম প্রভৃতি দিয়া যে পোশাক তৈরী হয় তাহারা তাপের কুপরিবাহী। শীতকালে শরীরের তাপ এই সব পোশাকের মধ্য দিয়া সহজে বাহির হইয়া যায় না। (ii) এই সব বস্ত্র আলগাভাবে বোনা থাকে বলিয়া ইহাদের মধ্যে বায়ু আবদ্ধ হইয়া থাকে। বায়ু তাপের কুপরিবাহী। আর বায়ু আবদ্ধ থাকে বলিয়া পরিচলনে বা পরিবহণে তাপ শরীর হইতে বাহির হয় না। এই দুইটি কারণে আমরা এইসব বস্ত্রে গরম বোধ করি। সূতীবস্ত্রে আঁশ আল্গাভাবে থাকে না বলিয়া বায়ু আবদ্ধ থাকে না। ফলে ইহাতে কম গরম লাগে। একই কারণে একটি মোটা জামার চেয়ে দুইটি জামায় বেশী গরম লাগে।

(4) লণ্ঠন জ্বলা : পরিচলনের জন্যই হ্যারিকেন লণ্ঠন জ্বলে। চিমনির নীচে কয়েকটি ছিদ্র থাকে। যখন লণ্ঠন জ্বলে গরম বায়ু উপরে উঠে এবং নীচের ছিদ্র দিয়া ঠাণ্ডা বায়ু চিমনিতে প্রবেশ করে। এইভাবে লণ্ঠনে অক্সিজেন সরবরাহ হয়। যদি ছিদ্রগুলি বন্ধ করিয়া দেওয়া হয় তবে লণ্ঠন নিবিয়া যাইবে।

(5) বায়ু প্রবাহ : প্রকৃতিতে বিভিন্ন জায়গায় বিভিন্ন সময়ে মৌসমী বায়ু, আয়ন বায়ু প্রভৃতি যে বায়ুপ্রবাহের সৃষ্টি হয় তাহা বিভিন্ন স্থানের উষ্ণতা বিভিন্ন হওয়ার জন্য হয়। কোন স্থানে বায়ু উষ্ণ হইলে হাল্কা হইয়া উষ্ণ বায়ু উপরে উঠিয়া যায়, তখন সেই স্থানে ঠাণ্ডা বায়ু প্রবেশ করে। এইভাবে বায়ুপ্রবাহ তৈয়ারী হয়।

(6) সমুদ্রবায়ু ও স্থলবায়ু (Sea and Land breeze) : জল অপেক্ষা স্থলের আপেক্ষিক তাপ কম। ইহার ফলে দিনের বেলায় সূর্যের তাপে জল অপেক্ষা স্থল বেশী উত্তপ্ত হয় এবং স্থলের উপরের বায়ু গরম হইয়া উপরে উঠিয়া

যায় এবং নিম্নচাপের সৃষ্টি করে। তখন সমুদ্রের উপরের বায়ু ঠাণ্ডা থাকে এবং উহা স্থলের দিকে ছুটিয়া আসে। ইহাকে সমুদ্রবায়ু বলে। সন্ধ্যার দিকে ইহা সর্বাপেক্ষা প্রবল হয়।

রাত্রে স্থল খুব দ্রুত ঠাণ্ডা হইতে থাকে। কিন্তু জলের উপরের বায়ু তত দ্রুত ঠাণ্ডা হয় না বলিয়া জলের উপরের বায়ু গরম হইয়া উপরে উঠিয়া যায় এবং নিম্নচাপের সৃষ্টি হয়। স্থল হইতে তখন ঠাণ্ডা বায়ু সমুদ্রের দিকে প্রবাহিত হয়। ইহাকে স্থলবায়ু বলে। ভোরের দিকে ইহা সর্বাপেক্ষা প্রবল হয়।

18·9. বিকিরণ ও বিকীর্ণ তাপের প্রকৃতি (Radiation and nature of radiant heat) :

যে পদ্ধতিতে কোন মাধ্যমের সাহায্য না লইয়া বা কোন মাধ্যম থাকিলেও তাহাকে উত্তপ্ত না করিয়া তাপ একস্থান হইতে অন্যস্থানে সঞ্চালিত হয় তাহাকে বিকিরণ পদ্ধতি বলে। প্রকৃতপক্ষে সকল উত্তপ্ত পদার্থই তাপ বিকিরণ করে।

আলোক শক্তির সঙ্গে বিকীর্ণ তাপশক্তির অনেক সাদৃশ্য আছে :

(1) বিকীর্ণ তাপ আলোকের ন্যায় শূন্যস্থান দিয়া প্রবাহিত হয়। সূর্য হইতে তাপ ও আলো অনেক শূন্যস্থানের মধ্য দিয়া আসে।

(2) বিকীর্ণ তাপ আলোকের ন্যায় সরলরেখায় চলে। সেইজন্য প্রতিবন্ধকের সাহায্যে তাপ ও আলো দুই-ই বন্ধ করা যায়।

(3) বিকীর্ণ তাপ ও আলোক একই বেগে চলে (3×10^{10}cm per sec.) সেইজন্য সূর্যগ্রহণের সময় তাপ ও আলো একই সময়ে বন্ধ হইয়া যায়।

(4) বিকীর্ণ তাপ আলোকের মত চতুর্দিকে ছড়াইয়া পড়ে।

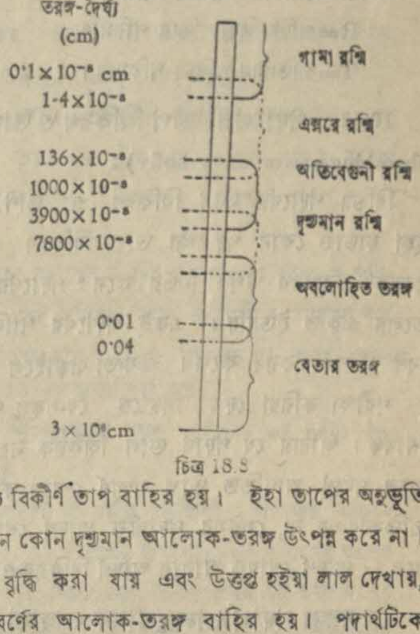
(5) আলোকের মত বিকীর্ণ তাপ প্রতিসৃত ও প্রতিফলিত হয় এবং প্রতিসরণের ও প্রতিফলনের নিয়ম মানিয়া চলে। অবতল দর্পণের (concave mirror) সাহায্যে তাপও আলোকের মত কেন্দ্রীভূত করা যায়। লেন্সের সাহায্যে সূর্যরশ্মি কেন্দ্রীভূত করিয়া দেশলাই-এর কাঠি বা কাগজ জ্বালান যায়।

(6) বিকীর্ণ তাপ আলোকের মত দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক সূত্র মানিয়া চলে।

(7) আলোকের মত বিকীর্ণ তাপ তরঙ্গের সমবর্তন (polarisation) হয়।

এই সকল সাদৃশ্য হইতে বোঝা যায় যে, আলোক-শক্তি ও তাপশক্তি অভিন্ন। বস্তুত বিকীর্ণ তাপ, গামারশ্মি, রঞ্জন রশ্মি (X-rays), দৃশ্যমান আলোক, বেতার তরঙ্গ—সবই তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গ (Electromagnetic waves) এবং ইহারা সকলেই ইথার মাধ্যমে সেকেণ্ডে 3×10^{10}cm বেগে চলে। ইহাদের মধ্যে

পার্থক্য শুধু তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের (wave-length)। সুতরাং যে-সব তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য 7800×10^{-8}cm (লাল রঙ) ও 3900×10^{-8}cm (বেগুনী)-এর মধ্যে আছে তাহারা শুধুমাত্র দেখার অনুভূতি (sensation of vision) তৈয়ারি করে। এইগুলিকেই আমরা আলোকরশ্মি বলি। তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য যখন 7800×10^{-8}cm হইতে 4×10^{-2}cm এর মধ্যবর্তী হয় তখন তাপের অনুভূতি সৃষ্টি করে। ইহাই বিকীর্ণ তাপ। এই বিকীর্ণ তাপ তরঙ্গকে অবলোহিত তরঙ্গ (infra red waves) বলে। সমস্ত তরঙ্গের তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য (18.8 নং) চিত্রে দেখানো হইল। যখন কোন বস্তু উত্তপ্ত হইয়া লাল দেখায় তখন এই অবলোহিত তরঙ্গ ছাড়াও দৃশ্য লালবর্ণের আলোক-তরঙ্গ বাহির হয়। এইজন্য বস্তুটিকে লাল দেখায়। যখন কোন পদার্থকে সামান্য উষ্ণ করিয়া অন্ধকার ঘরে রাখা হয়, তখন যদিও পদার্থটিকে দেখা যায় না, কিন্তু পদার্থটি হইতে বিকীর্ণ তাপ বাহির হয়। ইহা তাপের অনুভূতি হইতেই বোঝা যায়। পদার্থটি তখন কোন দৃশ্যমান আলোক-তরঙ্গ উৎপন্ন করে না। যদি পদার্থটির উষ্ণতা ধীরে ধীরে বৃদ্ধি করা যায় এবং উত্তপ্ত হইয়া লাল দেখায়, তখন বিকীর্ণ তাপের সঙ্গে লাল বর্ণের আলোক-তরঙ্গ বাহির হয়। পদার্থটিকে আরো উত্তপ্ত করিলে তখন তাপ-তরঙ্গ ছাড়াও অন্যান্য দৃশ্যমান তরঙ্গ ও অতি-বেগুনী তরঙ্গ (ultra violet waves) বাহির হয়। সকল দৃশ্যমান তরঙ্গ একসঙ্গে বাহির হয় বলিয়া পদার্থটিকে উজ্জ্বল সাদা দেখায়।



চিত্র 18.8

18·10. বিকীর্ণ তাপের শোষণ, প্রতিফলন ও প্রতিগমন (Absorption, Reflection and Transmission of Radiation) :

কোন পদার্থের তলের উপর বিকীর্ণ তাপ আপতিত হইলে উহা সাধারণত তিন অংশে ভাগ হয় :

(1) এক অংশ আপতন তল হইতে প্রতিফলনের নিয়ম অনুসারে প্রতিফলিত হয়।

(2) এক অংশ চারিদিকে বিক্ষিপ্ত (diffused) হয়। আপতন তল যত অমসৃণ হইবে তত ইহার পরিমাণ বাড়িবে।

(3) আর এক অংশ প্রতিসৃত হইয়া পদার্থের মধ্যে প্রবেশ করে। এই প্রতিসৃত অংশের আবার কিছু অংশ পদার্থের মধ্যে শোষিত হয় (absorbed)। বাকী অংশ পদার্থের মধ্য দিয়া চলিয়া যায়—ইহাই প্রতিগমন।

যদি কোন অংশ বিক্ষিপ্ত না হয়, তবে বলা যায়, $I=A+R+T$.

I=আপতিত তাপশক্তির পরিমাণ

A=শোষিত শক্তির পরিমাণ

R=প্রতিফলিত শক্তির পরিমাণ

T=প্রতিগমন শক্তির পরিমাণ।

18.11. পদার্থের তাপ বিকিরণ ও তাপ শোষণ ক্ষমতা (Emissive and absorbing power of a body) :

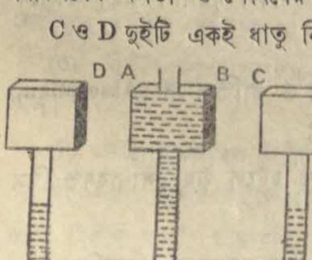
বিভিন্ন পদার্থের তাপ বিকিরণ ও তাপ শোষণ করিবার ক্ষমতা বিভিন্ন। ইহা ছাড়াও কোন পদার্থের তাপ বিকিরণ ও তাপ শোষণ করিবার ক্ষমতা কয়েকটি বিষয়ের উপর নির্ভর করে: পদার্থের ও চারিপার্শ্বের উষ্ণতা, পদার্থের তলের প্রকৃতি ইত্যাদি। একই পদার্থের পালিশ করা তল অমসৃণ তল হইতে বেশী তাপ বিকিরণ করে। উষ্ণতা বাড়াইলে বিকিরণ করিবার ক্ষমতা বাড়ে।

পরীক্ষা করিয়া দেখা গিয়াছে, যে-সকল পদার্থ ভাল বিকিরক তাহারা ভাল শোষক। আবার যে পদার্থ ভাল বিকিরক নয়, তাহারা ভাল শোষক নয়। যে সকল পদার্থ আপতিত তাপ সম্পূর্ণ শোষণ করিয়া নেয়, কোনরূপ প্রতিফলন বা প্রতিসরণ হয় না, সেইসব পদার্থকে আদর্শ শোষক বা কৃষ্ণ বস্তু (Black body) বলে। আদর্শ শোষক আবার আদর্শ বিকিরকও।

যে-সকল পদার্থ ভাল শোষক তাহারা ভাল বিকিরক :

পরীক্ষা : Ritchie-র যন্ত্র : এই যন্ত্রের (চিত্র 18.9) সাহায্যে কোন পদার্থের বিকিরণের ক্ষমতা ও শোষণের ক্ষমতা যে এক তাহা পরীক্ষা করিয়া দেখান যায়।

C ও D দুইটি একই ধাতু নির্মিত বাল্ব। D বাল্বটি কালো রঙ করা এবং C বাল্বটিকে খুব চকচকে ও পালিশ করা থাকে। এই দুইটি বাল্বের মধ্যে একটি লেসলির ঘনক (Leslie's cube) রাখা হয়। ইহা ঐ ধাতুর তৈয়ারী ফাঁপা পাত্র। ঘনকের একটি তল কালো ও উহার বিপরীত তল খুব চকচকে ও পালিশ করা থাকে। ঘনকের পালিশ করা তল A কালো



চিত্র 18.9

রঙ করা ধাতুর বাল্‌ব D এর দিকে থাকে এবং কালো তল B খুব চক্‌চকে বাল্‌ব C এর দিকে থাকে। এখন ঘনকের মধ্যে গরম জল ঢালা হইল। দেখা যায়, D ও C-এর দুই বাহুর রঙীন তরলের তলের উচ্চতা একই জায়গায় স্থির থাকে। ইহা তখনই সম্ভব যখন D ও C বাল্‌বের ভিতরের বায়ুর প্রসারণ সমান হয় অর্থাৎ C ও D বাল্‌ব দুইটি একই উষ্ণতায় স্থির আছে। কালো B তল A তল হইতে বেশী তাপ বিকিরণ করে, কিন্তু কালো বাল্‌ব D, C বাল্‌ব হইতে বেশী তাপ শোষণ করে। অর্থাৎ পদার্থের কালো রঙ করা তল যেমন ভাল তাপ বিকিরণ করে, তেমনি ঐ পদার্থের কালো রঙ করা তল ভাল তাপ শোষণ করে।

কোন নির্দিষ্ট উষ্ণতায় নির্দিষ্ট সময়ে কোন পদার্থের নির্দিষ্ট ক্ষেত্রফলের তল হইতে যে পরিমাণ তাপ বিকিরণ হয় তাহা ঐ উষ্ণতায় একই সময়ে আদর্শ বিকিরকের সমান ক্ষেত্রফলের তল হইতে তাপ বিকিরণের কতগুণ তাহাকে ঐ পদার্থের তাপ বিকিরণ ক্ষমতা বলে।

তেমনি ভাবে, কোন নির্দিষ্ট সময়ে কোন পদার্থের নির্দিষ্ট ক্ষেত্রফলের তলে যে পরিমাণ তাপ শোষিত হয় তাহা ঐ সময়ে ঐ একই পরিমাণ তলে আপতিত অংশের কত গুণ তাহাকে ঐ পদার্থের তাপ শোষণ ক্ষমতা বলে। দেখা গিয়াছে যে, তাপ শোষণ ক্ষমতা ও তাপ বিকিরণ-ক্ষমতা পরস্পরের সমানুপাতিক হয়।

18.12. বিকিরণে তাপক্ষয় ও শীতলতার সূত্র (Loss of heat by radiation and Laws of cooling) :

পরীক্ষা করিয়া দেখা গিয়াছে, কোন পদার্থ কি হারে বিকিরণে তাপক্ষয় করিবে তাহা তিনটি বিষয়ের উপর নির্ভর করে। (i) পদার্থের উষ্ণতা, (ii) পদার্থের তলের প্রকৃতি, ও (iii) পদার্থের চারিপার্শ্বের উষ্ণতা। বৈজ্ঞানিক নিউটন প্রথম এই তাপ-ক্ষয়ের বিষয়ে পরীক্ষা করেন এবং একটি সূত্র বাহির করেন। এই সূত্রই 'নিউটনের শীতলতার সূত্র' (Newton's laws of cooling) নামে পরিচিত। এই সূত্র অনুসারে, কোন পদার্থের তাপ বিকিরণের হার পদার্থের ও পদার্থের চারিপার্শ্বের উষ্ণতার পার্থক্যের সহিত সমানুপাতিক হয়। নিউটনের সূত্র বেশী উষ্ণতার পার্থক্যে প্রয়োগ করা যায় না। উষ্ণতার পার্থক্য যখন 10°C এর মধ্যে থাকে এবং তাপ বিকিরণ বায়ুতে হয় তখন এই সূত্র প্রয়োগ করা যায়। ইহার পরে Stefan ও Boltzmann বৈজ্ঞানিকদ্বয় বিকিরণে তাপক্ষয়ের আর একটি সূত্র বাহির করেন। এই সূত্র Stefan Boltzmann-এর সূত্র হিসাবে পরিচিত। কোন T°K চরম উষ্ণতায় আদর্শ কৃষ্ণ বস্তুর (Black body) বিকিরণের হার উহার চরম উষ্ণতার T^4 এর অনুপাতে হয়। যদি একক ক্ষেত্রফল হইতে প্রতি সেকেণ্ডে বিকিরণ শক্তির পরিমাণ E হয়, তবে Stefan-Boltzmann এর সূত্র অনুসারে, $E=\sigma T^4$

এখানে, σ একটি ধ্রুবক। ইহা Stefan-Boltzmann-এর ধ্রুবক নামে পরিচিত। পরীক্ষা করিয়া ইহার মান $5{\cdot}72\times10$ ergs per sec per sq. cm. per (degree absoliute)^4 বাহির করা হইয়াছে। এই সূত্র প্রয়োগ করিয়া অত্যন্ত উচ্চ উষ্ণতা (1500°C-এর বেশী) মাপার যন্ত্র তৈয়ারি করা হইয়াছে। এই যন্ত্রকে Radiation pyrometer বলে।

18.13. বিকীর্ণ তাপের ব্যবহারিক প্রয়োগ (Practical application of radiant heat):

1. পালিশ করা ধাতু ভাল তাপ প্রতিফলক। সুতরাং কম তাপ শোষণ করে। সেইজন্য পালিশ করা ধাতু দিয়া তড়িৎ প্রতিফলক (Electric radiator), অগ্নি-নির্বাপক কর্মীদের শিরস্ত্রাণ তৈয়ারি করা হয়। ক্যালরিমিটারের বহির্ভাগ খুব পালিশ ও চক্‌চকে করা হয় যাহাতে বাহির হইতে কোন তাপ শোষণ না করিতে পারে।

2. হাড়ির তলা কালো ও অমসৃণ থাকিলে আগুন হইতে বেশী তাপ শোষণ করে এবং অনেক কম সময়ে জল গরম হয়। শীতকালে কালো রঙের জামা ও গ্রীষ্মকালে সাদা জামা গায়ে দিতে আরাম লাগে। কালো জামা সূর্যের তাপ শোষণ করে এবং দেহ গরম রাখে। আর সাদা জামা সূর্যের তাপ অল্প শোষণ করে; সেইজন্য গরম বোধ হয় না। কালো পদার্থ ভাল তাপ বিকিরণ করে। সেইজন্য গ্রীষ্মকালে কালো রঙের ছাতা ব্যবহার করা হয়।

3. আর্দ্র বায়ু বেশী তাপ শোষণ করে। সেইজন্য আর্দ্র বায়ু দিনে পৃথিবীকে বেশী গরম হইতে দেয় না, আবার রাত্রিতে পৃথিবী হইতে বিকীর্ণ তাপ শোষণ করিয়া বেশী ঠাণ্ডা হইতে দেয় না। সেইজন্য কোনদিন শীতকালে মেঘলা থাকিলে বেশী শীত অনুভূত হয় না।

4. কাচের মধ্য দিয়া খুব উত্তপ্ত পদার্থ হইতে নির্গত তাপ-তরঙ্গ চলিয়া যাইতে পারে। কিন্তু কম উত্তপ্ত পদার্থ হইতে নির্গত তাপ-তরঙ্গ যাইতে পারে না। সেইজন্য শীতপ্রধান দেশে কাচের সবুজ ঘরে গাছ লাগান হয়। দিনের তাপ কাচ ভেদ করিয়া গাছ ও মাটিকে গরম রাখে, আর রাত্রে গাছ ও মাটি হইতে বিকীর্ণ তাপ কাচ ভেদ করিয়া যাইতে পারে না।

18.14. থার্মোফ্লাস্ক (Thermoflask):

এই ফ্লাস্ক এমন ভাবে তৈয়ারি করা হয় যাহাতে বাহির হইতে ভিতরে বা ভিতর হইতে বাহিরে কোন তাপ সঞ্চালন না হয়—পরিবহণ, পরিচলন ও বিকিরন এই তিন প্রণালীই কার্যকরী হয় না। সেইজন্য এই ফ্লাস্কে কোন গরম পানীয় অনেকক্ষণ গরম

এবং শীতল পানীয় অনেকক্ষণ ঠাণ্ডা থাকে। 18.10 নং চিত্রে এই ফ্লাস্কের ছবি দেখানো হইল। ইহা একটি দুই-দেওয়াল বিশিষ্ট কাচপাত্র। দুই দেওয়ালের মধ্যবর্তী বায়ুকে নীচের দিকে একটি ছিদ্র দিয়া পাম্পের সাহায্যে বাহির করা হয় এবং বায়ুশূন্য অবস্থায় এই ছিপিটি গলাইয়া বন্ধ করিয়া দেওয়া হয়। কাচপাত্রের বাহিরের দেওয়ালের ভিতরের দিক ধাতব প্রলেপ দিয়া (Silvering) চক্‌চকে করা হয়। পাত্রটির মুখ কর্ক দ্বারা বন্ধ করা থাকে। একটি ধাতব বা কাঠের আবরণের ভিতর স্প্রিং-এর উপর পাত্রটি রাখা হয় যাহাতে বাহিরের আঘাতে ভাঙিতে না পারে। আবরণ ও কাচের মধ্যবর্তী জায়গা তাপের কুপরিবাহী (যেমন ফেল্ট বা শোলা) দিয়া ভর্তি থাকে। কাচ তাপের কুপরিবাহী। সেইজন্য পাত্র হইতে পরিবহণে তাপ সঞ্চালন হয় না। আবার দুই দেওয়ালের মধ্যবর্তী স্থান বায়ুশূন্য হওয়ায় এবং জড় মাধ্যম না থাকায় পরিবহণ ও পরিচলনে কোন তাপ সঞ্চালন হয় না। ইহা ছাড়া ভিতরের দেওয়ালে ধাতব প্রলেপ দিয়া চকচকে করাতে বিকিরণে তাপ ক্ষয় হয় না। প্রতিফলনে তাপ ফিরিয়া আসে। কাজেই পাত্রটির মধ্যে বাহির হইতে ভিতরে বা ভিতর হইতে বাহিরে কোন তাপ সঞ্চালন হয় না। সেইজন্য ভিতরের গরম পানীয় গরম বা ঠাণ্ডা পানীয় ঠাণ্ডাই থাকে।



চিত্র 18·10

উনবিংশ পরিচ্ছেদ

গ্যাসের গতীয় তত্ত্ব (Kinetic theory of gases)

19.1. পদার্থের গতীয় তত্ত্ব (Kinetic theory of matter) :

ড্যানিয়েল বার্ণোলি (Daniel Bernoulli) তৎকালীন পরীক্ষালব্ধ বিভিন্ন ফলকে ব্যাখ্যা করার জন্য 1730 খ্রীষ্টাব্দে পদার্থের গতীয় তত্ত্ব প্রকাশ করেন। পরে ম্যাক্সওয়েল (Maxwell) এবং ক্লসিয়াস (Claussius) ইহার গাণিতিক আকার দেন এবং এই তত্ত্বের সাহায্যে বহু ঘটনা ব্যাখ্যা করেন।

সমস্ত পদার্থ অতি ক্ষুদ্র কণা দ্বারা গঠিত। যে-কোন পদার্থকে ভাঙিতে ভাঙিতে গেলে এক সময় এমন অবস্থায় পৌঁছায় যে ঐ ক্ষুদ্র অংশকে ভাঙিলে পদার্থের ধর্ম পরিবর্তিত হইয়া যায়। এই ক্ষুদ্র কণাকে অণু (molecule) বলে। অণুগুলি পরস্পরের সংস্পর্শে থাকে না এবং কোন সময়েই স্থির থাকে না। কঠিন পদার্থে অণুগুলির কোন স্থানান্তর হয় না, শুধুমাত্র কম্পন হয়। কঠিন পদার্থে অণুগুলির মধ্যে পরস্পর আকর্ষণ শক্তি অনেক বেশী। প্রত্যেকটি অণু উহার মধ্য অবস্থানের সাপেক্ষে কাঁপে। কম্পনের বিস্তার উষ্ণতার সহিত বাড়ে। কঠিন পদার্থে তাপ প্রয়োগ করিলে অণুগুলির কম্পন এত বেশী হয় যে উহারা পরস্পরের আকর্ষণ শক্তির বাধা খানিকটা অতিক্রম করে এবং ইহাতে কঠিন বস্তর আকার নষ্ট হইয়া যায়—কঠিন বস্ত তরলে পরিণত হয়।

তরল ও গ্যাসের অণুগুলির রৈখিক গতি আছে। তবে গ্যাসের অণুগুলির গতি তরলের চেয়ে বেশী। তরল পদার্থকে কোন পাত্রে রাখিলে উহার একটি মুক্ত তল থাকে, গ্যাসের কোন তল নাই। 1 c. c. জল 100°C উষ্ণতায় এবং পারদের 76 সেমি. চাপে যখন বাষ্পে পরিণত হয় তখন একই তাপমাত্রায় এবং চাপে উহা 1760 c. c. আয়তন দখল করে। অতএব এই ক্ষেত্রে অণুগুলির প্রকৃত আয়তন বাষ্পের আয়তনের $\frac{1}{1760}$ অংশের বেশী নয়। গ্যাসের অণুগুলির গড় মধ্যবর্তী দূরত্ব তরলের অণুগুলির মধ্যবর্তী দূরত্ব অপেক্ষা অনেক বেশী। তরল পদার্থে অণুগুলির ভিতর আকর্ষণ শক্তি আছে। গ্যাসের ক্ষেত্রে অণুগুলির আকর্ষণ শক্তি নগণ্য। এই কারণে গ্যাসের অণুগুলি মুক্তভাবে চারিদিকে প্রচণ্ড গতিতে চলাফেরা করে। গ্যাসের অণুগুলি কোন নির্দিষ্ট সরলরেখায় চলে না। উহারা নিজেদের মধ্যে এবং যে পাত্রে থাকে সেই পাত্রের দেওয়ালের সহিত অহরহ ধাক্কা খায়। ফলে উহাদের গতিবেগ ও দিক পাল্টাইয়া যায়। কিন্তু দুইটি সংঘর্ষের মধ্যে উহারা সরলরেখায় এবং অপরিবর্তিত গতিবেগে চলে। কোন একটি গ্যাসের

অণুকে অনুসরণ করিলে দেখা যাইবে যে, বিভিন্ন অণুর সহিত সংঘর্ষের ফলে উহার গতির দিক সর্বদাই পরিবর্তিত হইতেছে। অণুগুলির গতি পুরাপুরি অনির্দিষ্ট এবং বিভিন্ন অণু বিভিন্ন দিকে ছুটিয়া চলিয়াছে। এই ধরনের গতিকে বিশৃঙ্খল গতি (random motion) বলে।

প্রত্যেক অণুর গতিশক্তি আছে এবং তাপ এই গতিশক্তি হইতে উদ্ভূত হয়। তাপ প্রয়োগ করিলে অণুগুলির যান্ত্রিক শক্তি বাড়ে।

19·2. অণুর গতির নিদর্শন (Evidence of molecular motion) :

(1) ব্যাপন (diffusion) এবং পদার্থের দ্রাব্যতা (solubility) ঘটনা দুইটি পরিষ্কার বোঝায় যে পদার্থ অণুদ্বারা গঠিত। একটি সিলিণ্ডারে CO_2 এবং অন্য একটিতে হাইড্রোজেন গ্যাস ভরিয়া সিলিণ্ডার দুইটি পরস্পর মুখোমুখী একটির উপর অন্যটি রাখা হইল যাহাতে CO_2 ভর্তি সিলিণ্ডার নীচে থাকে। খানিকক্ষণ পরে উপরের সিলিণ্ডারেও CO_2-এর অস্তিত্ব পাওয়া যাইবে। CO_2-এর অণু হাইড্রোজনের অণুর চেয়ে ভারী এবং উহা পৃথিবীর আকর্ষণ-বলের বিরুদ্ধে উপরের দিকে গিয়াছে। দুইটি গ্যাস পরস্পরের সহিত মিশ্রিত হয়। এই ঘটনাকে ব্যাপন বলে। ইহা অণুদের গতির জন্যই সম্ভব। জলের উপর এ্যালকোহল ঢালিলে এ্যালকোহল হাল্কা হওয়া সত্ত্বেও জলের মধ্য দিয়া ব্যাপিত (diffused) হয় এবং সমগ্র জলের সহিত মিশিয়া যায়। এমনকি সীসার মধ্যে সোনাকে ব্যাপিত হইতে দেখা যায়।

(2) তরল পদার্থের তল হইতে দ্রুতগামী অণুগুলি উড়িয়া যায়, তল হইতে বাষ্পীভবন হয় এবং ইহার ফলে পদার্থের যান্ত্রিক শক্তি কমিয়া যায়। ইহাতে তরল ঠাণ্ডা হয়। উত্তাপ প্রয়োগে অণুগুলির গতিশক্তি বাড়িয়া যায় এবং বাষ্পীভবন দ্রুত হয়।

(3) গ্যাসের অণুগুলি যে পাত্রে গ্যাস থাকে উহার দেওয়ালে প্রচণ্ড গতিতে ধাক্কা দিয়া ফিরিয়া যায় এবং ইহার ফলে গ্যাস দেওয়ালে চাপ প্রয়োগ করে। গ্যাসের চাপ অণুগুলির গতির জন্যই উদ্ভূত হয়। কোন নির্দিষ্ট আয়তনের নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসে তাপ প্রয়োগ করিলে অণুদের গতিবেগ বাড়ে এবং ইহার ফলে গ্যাসের চাপও বাড়ে। কেটলির জল যখন ফুটে তখন জলীয় বাষ্পের চাপে কেটলির ঢাকনি খুলিয়া যায়।

(4) গ্যাসের প্রসারিত হইবার প্রবণতা আছে। গ্যাসের অণুগুলি প্রচণ্ড গতিতে ছুটিতে থাকে এবং দূরে সরিয়া যাইতে চায়—ইহাই গ্যাসের প্রসারণতা উৎপন্ন করে।

(5) গতীয় তত্ত্ব হইতে গ্যাসের সূত্রগুলি প্রমাণ করা যায়। গতীয় তত্ত্ব হইতে আপেক্ষিক তাপ, অ্যাভোগাড্রো নাম্বার (Avogadro number), অণুর ব্যাস ইত্যাদি সম্পর্কে যে-সব তথ্য পাওয়া যায় তাহারা পরীক্ষালব্ধ এবং অন্যান্য মতবাদ হইতে লব্ধ ফলের সহিত মিলিয়া যায়।

(6) ব্রাউনিয়ান গতির (Brownian movement) ঘটনা দ্বারা স্পষ্ট বোঝা যায় যে পদার্থের অণুগুলির গতি আছে।

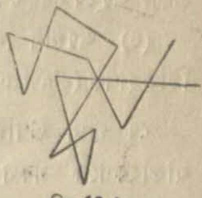
19.3. ব্রাউনিয়ান গতি (Brownian movement):

ইংরেজ উদ্ভিদ-বিজ্ঞানী রবার্ট ব্রাউন 1827 খ্রীষ্টাব্দে পদার্থের অণুদের বিশৃঙ্খল গতির একটা সুন্দর পরীক্ষা দেখান। তিনি জলে ভাসমান ক্ষুদ্রকণা পরাগরেণু উচ্চ ক্ষমতাসম্পন্ন মাইক্রোস্কোপের সাহায্যে পরীক্ষা করিতেছিলেন। তিনি সেখানে দেখেন যে, এই পরাগরেণুগুলি অনবরত এদিক-ওদিক ছুটিতেছে। যে-কোন পরাগরেণুর গতি দ্রুত এবং সম্পূর্ণ বিশৃঙ্খল। প্রথমে তিনি ভাবিয়াছিলেন যে ইহা হয়ত জলের মধ্যে পরিচলন স্রোতের জন্য অথবা পাত্রের কম্পনের জন্য হইতেছে। কিন্তু অনেক পরীক্ষার পর দেখা গেল যে ইহা ঠিক নহে। আর শুধু পরাগরেণু নয়, অন্যান্য ক্ষুদ্র কণাও তরলে বা গ্যাসে এই রকম ক্রমাগত এদিক-ওদিক ছোটাছুটি করে। এই ক্ষুদ্র কণাদের (আকার $\sim 6 \times 10^{-7}$ সে. মি.) এদিক ওদিক নিরবচ্ছিন্ন বিশৃঙ্খল গতিকে আবিষ্কর্তার নামানুসারে ব্রাউনিয়ান গতি বলে। Jean Perrin এই গতির সুন্দর বর্ণনা দিয়াছেন এইভাবে—"They go, and come, stop, start again, mount, descent, remount again."

ব্রাউনিয়ান গতি কখনও থামে না—ইহা চিরন্তন এবং স্বতঃস্ফূর্ত। ভাসমান কণার রাসায়নিক প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না। কণার আকার যত ছোট হয় উহার গতি তত উদ্দাম ও অবিন্যস্ত হয়। তরলের উষ্ণতা যদি বাড়ান যায় এবং ইহার সান্দ্রতা (viscosity) কম হয় তাহা হইলে কণিকার গতি বেশী বিশৃঙ্খল ও উদ্দাম হয়। কোন দুইটি কণিকার গতি একরকম হয় না।

প্রথমদিকে ব্রাউনিয়ান গতির কারণ নির্ণয় বৈজ্ঞানিকদের কাছে এক সমস্যা ছিল। পরে জানা গেল যে ইহা কণিকার উপর চারিপার্শ্বের তরল পদার্থের অণুর সংঘাতে ঘটিয়া থাকে। যদি কণিকা আকারে বড় হয় তাহা হইলে উহার উপর তরলের অণুরা চারিদিক হইতে সমানভাবে আঘাত করে এবং এই সংঘাতগুলি প্রায় সংতুলিত হওয়ায় কণিকার কোন গতি হয় না। কিন্তু কণিকা আকারে ছোট

হইলে সংঘাতগুলি সংতুলিত হয় না এবং লব্ধি ধাক্কা যে দিকে হয় কণিকা সেইদিকে চলে। লব্ধি ধাক্কা খুবই অনির্দিষ্ট, এবং ইহার ফলে কণিকার গতিও অনির্দিষ্ট হয়। 19·1 চিত্রে কোন কণিকার বিশৃঙ্খল আঁকাবাঁকা গতির নমুনা দেখান হইয়াছে। ব্রাউনিয়ান গতি অণুর গতির একটি স্পষ্ট প্রমাণ।



চিত্র 19.1

19.4. আদর্শ গ্যাসের গতীয় তত্ত্বের মূল স্বীকার্য (Basic assumptions of the kinetic theory of ideal gases):

পূর্বেই বলা হইয়াছে, যে-সকল গ্যাস যে-কোন অবস্থায় $PV=nRT$ এই সমীকরণ মানিয়া চলে তাহাদের আদর্শ গ্যাস বলে। গ্যাসের এই নিয়ম অর্থাৎ আয়তন, চাপ ও উষ্ণতার মধ্যে যে পারস্পরিক সম্পর্ক তাহা সাধারণ বলবিদ্যা দিয়া বোঝা যাইতে পারে। গ্যাসের গতীয় তত্ত্বে ইহাই বলা হইয়াছে এবং ইহার জন্য কয়েকটি নিয়ম স্বীকার করিয়া লওয়া হইয়াছে। এই স্বীকার্যগুলি হইল:

(1) গ্যাসীয় পদার্থ অসংখ্য ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অণুদ্বারা গঠিত। অণুগুলি সকল দিকে ছুটিয়া চলিয়াছে। এক একটি অণু একটি শক্ত গোলক। অণুগুলির মোট আয়তন গ্যাস যে পাত্রে থাকে তাহার আয়তনের তুলনায় নগণ্য।

(2) অণুগুলির মধ্যে যে আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল ক্রিয়া করে তাহা খুবই তুচ্ছ। কারণ, দুইটি অণুর মধ্যে যে দূরত্ব থাকে তাহা অণুগুলির আকার হইতে অনেক বেশী।

(3) সম্ভাব্য সর্বপ্রকার দিকে অণুগুলি বিভিন্ন গতিতে অনবরত ছুটিতেছে। এই বিশৃঙ্খল গতি সত্ত্বেও অপরিবর্তিত অবস্থায় (steady state) গ্যাসের ঘনত্ব (বা একক আয়তনে অণুর সংখ্যা) গ্যাসের সর্বত্র সমান থাকে এবং সময়ের সহিত পরিবর্তিত হয় না। অর্থাৎ পাত্রের কোথাও অণুগুলি জড় হয় না।

(4) অণুগুলি নিউটনের গতিসূত্র মানিয়া চলে। অণুগুলি নিজেদের মধ্যে বা পাত্রের গায়ে ধাক্কা খাইয়া গতি এবং গতির দিক পরিবর্তন করে। দুইটি সংঘর্ষের মধ্যে উহারা সরলরেখায় এবং অপরিবর্তিত গতিতে চলে। অণুগুলির সংঘর্ষের ফলে গ্যাসের ঘনত্বের কোন পরিবর্তন হয় না। দুইটি সংঘর্ষের মধ্যবর্তী দূরত্বকে মুক্ত পথ (free path) বলে। মুক্ত পথগুলির গড় মানকে গড় মুক্ত পথ (mean free path) বলে। অতএব (1)-নম্বর স্বীকার্যকে আমরা এইভাবে প্রকাশ করিতে পারি, অণুর আকার গড় মুক্ত পথের তুলনায় খুবই ক্ষুদ্র।

(5) অণুগুলির সংঘর্ষের সময় খুবই ক্ষুদ্র। গড় মুক্ত পথ অতিক্রম করিতে একটি অণু যে সময় নেয় তাহার তুলনায় সংঘর্ষের সময় তুচ্ছ।

(6) অণুগুলি নিজেদের মধ্যে অথবা পাত্রের গায়ে যে ধাক্কা খায় তাহা সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক (elastic)। অর্থাৎ সংঘর্ষের সময় গতিশক্তির কোন ক্ষতিবৃদ্ধি হয় না।

যে গ্যাস উপরিউক্ত নিয়মগুলি মানিয়া চলে তাহাকে আদর্শ গ্যাস বলে। বাস্তবিকপক্ষে সকল অবস্থাতেই কোন প্রকৃত গ্যাস (real gas) এই সূত্রগুলি মানিয়া চলে না। যখন গ্যাসের চাপ বৃদ্ধি পায় এবং পাত্রের আয়তন কমিয়া আসে তখন প্রথম দুইটি স্বীকার্যের ব্যতিক্রম লক্ষ্য করা যায়। অণুগুলির আয়তন আছে এবং পাত্রের আয়তন কম হইলে অণুগুলির আয়তন উপেক্ষা করা যায় না। উচ্চ চাপে অণুগুলি যখন খুব কাছাকাছি আসে তখন উহাদের মধ্যে একটি আকর্ষণ-বল ক্রিয়া করে।

19.5. গতীয় তত্ত্ব হইতে আদর্শ গ্যাসের চাপ (The pressure of an ideal gas from kinetic theory of gases):

গতীয় মতবাদের স্বীকার্যগুলি হইতে আদর্শ গ্যাসের চাপের মান বাহির করা যায়। অণুগুলি পাত্রের গায়ে সবসময় ধাক্কা দেয়, ইহাতে উহাদের ভরবেগের পরিবর্তন হয়। ভরবেগের পরিবর্তনের জন্য পাত্রের গায়ে বল ক্রিয়া করে। একক ক্ষেত্রফলে যে বল ক্রিয়া করে তাহা চাপ। এইভাবে অণুগুলি পাত্রের গায়ে চাপের সৃষ্টি করে। গতীয় মতবাদের স্বীকার্যগুলি হইতে চাপের যে সমীকরণ পাওয়া যায় তাহা হইল

$$P=\frac{1}{3}\rho\overline{c^2}=\frac{1}{3}mn\overline{c^2} \qquad \cdots(19\cdot1)$$

যেখানে $P=$ গ্যাসের চাপ

$\rho=$ গ্যাসের ঘনত্ব

$M=$ গ্যাসের একটি অণুর ভর

$N=$ একক আয়তনে গ্যাসের অণুর সংখ্যা

$\overline{c^2}=$ গড় বর্গ বেগ (mean square velocity)

একক আয়তনে গ্যাসের অণুগুলির মোট ভর$=m\times n=$গ্যাসের ঘনত্ব$=\rho$

19.6. গড় বর্গ বেগের বর্গমূল (Root mean square velocity or, r.m.s. velocity): মনে করি কোন আবদ্ধ পাত্রের গ্যাসে r সংখ্যক অণু আছে। এই অণুগুলি কোন এক সময়ে c_1, c_2,……c_r বেগে চলিয়াছে। তাহা হইলে অণুগুলির গড় বর্গ বেগ হইল

$$\overline{c^2}=\frac{c_1^2+c_2^2+\ldots\ldots+c_r^2}{r} \qquad \ldots \quad (19.2a)$$

এবং গড় বর্গ বেগের বর্গমূল (root mean square velocity) হইল

$$\sqrt{\overline{c^2}}=\sqrt{\frac{c_1^2+c_2^2+\ldots\ldots+c_r^2}{r}} \qquad \ldots \quad (19.2b)$$

মনে রাখিতে হইবে যে, r.m.s. বেগ এবং গড় বেগের মান সচরাচর এক নহে, কারণ গড় বেগ হইল

$$\bar{c}=\frac{c_1+c_2+\ldots\ldots+c_r}{r} \qquad \ldots \quad (19.2c)$$

(i) **N. T. P.-তে গ্যাসের r.m.s. বেগ :** N. T. P.-তে কোন গ্যাসের ঘনত্ব যদি ρ গ্রাম/ঘন সেমি. হয় তবে উহার গড় বর্গ বেগ হইল (19.1 সমীকরণ হইতে)

$$\overline{c^2}=\frac{3P}{\rho}$$

N. T. P.-তে গ্যাসের চাপ $=76\times13\cdot6\times980$ ডাইন/বর্গ সেমি.

সুতরাং r.m.s. বেগের মান

$$\sqrt{\overline{c^2}}=\sqrt{\frac{3\times76\times13\cdot6\times980}{\rho}} \text{ সে. মি./সেকেণ্ড}$$

অতএব N. T. P.-তে গ্যাসের ঘনত্ব জানা থাকিলে আমরা 0°C উষ্ণতায় গ্যাসের r.m.s. বেগ নির্ণয় করিতে পারি।

N. T. P.-তে হাইড্রোজেন গ্যাসের ঘনত্ব $=0\cdot000089$ গ্রাম/ঘন সেমি। সুতরাং উহার r.m.s. বেগ (N. T. P.-তে)

$$=\sqrt{\frac{3\times76\times13\cdot6\times980}{0\cdot000089}}=18\cdot4\times10^4 \text{ সেমি./সেকেণ্ড}$$

N. T. P.-তে অক্সিজেন গ্যাসের ঘনত্ব $=16\times0\cdot000089$ গ্রাম/ঘন সেমি.

অতএব N. T. P.-তে অক্সিজেনের r.m.s. বেগ হাইড্রোজেনের r.m.s. বেগের $\frac{1}{4}$ হইবে অর্থাৎ $4\cdot6\times10^4$ সে.মি/সেকেণ্ড।

(ii) **যে-কোন উষ্ণতায় r.m.s. বেগ :** মনে করি, কোন আবদ্ধ পাত্রে T°K উষ্ণতায় (কেলভিন বা চরম উষ্ণতায়) এক গ্রাম অণু (gram molecule) গ্যাস আছে। যদি গ্যাসের আণবিক ওজন (molecular weight) M হয় তবে ঐ পাত্রে যে গ্যাস আছে তাহার ভর M গ্রাম। যদি গ্যাসের চাপ P এবং আয়তন V হয় তাহা হইলে এক গ্রাম অণুর জন্য আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ হইল

$$PV=RT \qquad \ldots \quad (19.3)$$

আবার যেহেতু গ্যাসের ঘনত্ব$=\frac{M}{V}$, (19.1) সমীকরণ হইতে পাই

$$P=\frac{1}{3}\frac{M\overline{c^2}}{V}$$

এখন (19.3) সমীকরণ ব্যবহার করিয়া আমরা r.m.s. বেগ পাই,

$$\sqrt{\overline{c^2}}=\sqrt{\frac{3RT}{M}} \qquad \ldots \quad (19.4)$$

গ্যাস ধ্রুবক R-এর মান হইল

$R=8{\cdot}31\times10^7$ আর্গ প্রতি গ্রাম অণু প্রতি °K

অতএব গ্যাসের আণবিক ওজন জানা থাকিলে (19.4) সমীকরণ হইতে যে কোন উষ্ণতায় r.m.s. বেগ নির্ণয় করিতে পারি। t°c উষ্ণতায় গ্যাসের r.m.s. বেগ

$$\sqrt{\overline{c^2}}=\sqrt{\frac{3\times8{\cdot}31\times10^7\times(t+273)}{M}}$$

উপরের আলোচনা হইতে আমরা দেখিতে পাই যে গ্যাসের অণুগুলি প্রচণ্ড গতিতে চলাফেরা করে। যে গ্যাসের অণু যত হাল্কা r. m. s. বেগ তত বেশী। পৃথিবীর আকর্ষণ-বলের বিরুদ্ধে পৃথিবীর অভিকর্ষ বলের ক্ষেত্র ছাড়াইয়া অভিলম্বভাবে বাহিরে চলিয়া যাইতে কোন বস্তুকণার যে প্রাথমিক বেগের প্রয়োজন তাহা হইল বস্তুকণার মুক্তি বেগ (escape velocity)। হাল্কা গ্যাসের r. m. s. বেগ বেশী এবং উহার কোন কোন অণুর বেগ মুক্তি বেগ হইতে বেশী হওয়াতে উহারা পৃথিবীর আকর্ষণ-বল অতিক্রম করিয়া বাহিরে চলিয়া যায়। এই কারণে পৃথিবীর বায়ুমণ্ডলে হাল্কা গ্যাস হাইড্রোজেন ও হিলিয়াম পাওয়া যায় না। সূর্যের আকর্ষণ-বল পৃথিবীর চেয়ে অনেক বেশী এবং সেইজন্য সূর্যে হাইড্রোজেন ও হিলিয়ামের অস্তিত্ব পাওয়া যায়। চন্দ্রের আকর্ষণ-বল পৃথিবীর আকর্ষণ বল অপেক্ষা কম এবং এই কারণে চন্দ্রে কোন বায়ুমণ্ডল নাই।

উদাহরণ: 27°C উষ্ণতায় হাইড্রোজেন গ্যাসের গড় বর্গ বেগের বর্গমূল নির্ণয় কর। Calculate the root mean square velocity of hydrogen at 27°C.

হাইড্রোজেন গ্যাসের আণবিক ওজন=2

$$\therefore \sqrt{\overline{c^2}}=\sqrt{\frac{3\times8{\cdot}31\times10^7\times300}{2}}=19{\cdot}34\times10^4 \text{ cm/sec}$$

19.7. গতীয় মতবাদ হইতে উষ্ণতার ধারণা (Concept of temperature from the kinetic theory) : আমরা জানি গ্যাসের r. m. s. বেগের সমীকরণ

$$\sqrt{\overline{c^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

এবং r. m. s. বেগ $\propto \sqrt{}$ গ্যাসের চরম উষ্ণতা।

অতএব উষ্ণতা বাড়িবার সঙ্গে সঙ্গে r. m. s. বেগ বাড়ে। গ্যাসের অণুগুলির r.m.s. বেগ গ্যাসের উষ্ণতার ধারণা প্রদান করে।

মনে করি, কোন পাত্রে এক গ্রাম অণু গ্যাস আছে যদি গ্যাসের আণবিক ওজন M হয় তবে

$$M = mN$$

[m=একটি অণুর ভর, N=অ্যাভোগাড্রো নাম্বার (Avogadro number) $=6{\cdot}02\times10^{23}$]

কারণ, এক গ্রাম অণু গ্যাসে N-সংখ্যক (অ্যাভোগাড্রো নাম্বার) অণু থাকে।

চলনের জন্য একটি অণুর গড় গতি শক্তি$=\frac{1}{2}m\overline{c^2} = \frac{1}{2}\frac{M\overline{c^2}}{N}$

$$=\frac{1}{2}\frac{3RT}{N}=\frac{3}{2}kT \quad \ldots\ldots\ldots(19{\cdot}5)$$

$k=\frac{R}{N}$=বোল্‌জম্যান ধ্রুবক (Boltzmann Constant)

অতএব অণুর গড় গতিশক্তি $\propto$ গ্যাসের চরম উষ্ণতা

গতীয় মতবাদ হইতে আমরা চরম শূন্যের (Absolute zero) ধারণা করিতে পারি। যে উষ্ণতায় গ্যাসের সমস্ত অণুগুলির কোন গতি থাকে না তাহাকে চরম শূন্য বলে। কিন্তু এই মতবাদের অসুবিধা হইল যে কোন গ্যাসই চরম শূন্য পর্যন্ত আদর্শ গ্যাসের মত ব্যবহার করে না। চরম শূন্যে পৌঁছানর আগেই গ্যাস তরলে পরিণত হয়।

19.8. গতীয় মতবাদ হইতে গ্যাসের সূত্রের ব্যুৎপত্তি (Derivation of gas laws from the Kinetic theory) :

ম্যাক্সওয়েল 1859 খ্রীষ্টাব্দে গতীয় বলবিদ্যার সাহায্যে প্রমাণ করেন যে চলনের জন্য প্রতি অণুর গড় গতিশক্তি$=\frac{1}{2}m\overline{c^2}=\frac{3}{2}kT$. অতএব কোন নির্দিষ্ট উষ্ণতায় গ্যাসের r.m.s. বেগ অপরিবর্তিত থাকে।

(1) বয়েলের সূত্র (Boyle's laws) : কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের জন্য

$$\text{ঘনত্ব} \propto \frac{1}{\text{আয়তন}}$$

সুতরাং (19.1) সমীকরণ হইতে পাই যে কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের জন্য কোন নির্দিষ্ট উষ্ণতায় গ্যাসের চাপ উহার আয়তনের সহিত ব্যস্তানুপাতিক। ইহাই বয়েলের সূত্র।

(2) চার্লসের সূত্র (Charles' law) : যেহেতু $\overline{c^2} \propto T$, গ্যাসের ঘনত্ব ধ্রুবক থাকিলে (19.1) সমীকরণ হইতে পাই যে গ্যাসের চাপ উহার চরম উষ্ণতার সহিত সমানুপাতিক।

19.9. আদর্শ গ্যাস সূত্র হইতে বিচ্যুতি (Deviations from ideal gas laws) :

পদার্থের অবস্থানের সমীকরণ (Equation of state) বলিতে আমরা পদার্থের চাপ, আয়তন ও উষ্ণতার সমীকরণ বুঝি যাহাতে ইহাদের মধ্যে যে-কোন দুইটি জানা থাকিলে তৃতীয়টি সমীকরণ হইতে বাহির করা যায়। বয়েল এবং চার্লসের সূত্র হইতে এক গ্রাম অণু আদর্শ গ্যাসের (ideal gas or perfect gas) যে সমীকরণ পাওয়া যায় তাহা হইল

$$PV = RT$$

বয়েল নিজে বুঝিয়াছিলেন যে প্রকৃত গ্যাস (real gas) এই সমীকরণ কেবলমাত্র আদর্শ অবস্থাতেই মানিয়া চলে। উচ্চ উষ্ণতায় এবং কম চাপে গ্যাস এই সমীকরণ মানে। সাধারণ অবস্থায় এই সমীকরণ প্রকৃত গ্যাসের অবস্থা প্রকাশ করে না। কোন একটি নির্দিষ্ট উষ্ণতায় গ্যাসের চাপ এবং আয়তনের যে লেখচিত্র পাওয়া যায় তাহাকে সম-উষ্ণ রেখা (isothermal curve) বলে। আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে এই লেখচিত্র সমপরাবৃত্ত (rectangular hyperbola) হইবে, এবং $P - \frac{1}{V}$ লেখচিত্র সরল রেখা হইবে। বাস্তবিকপক্ষে প্রকৃত গ্যাসের ক্ষেত্রে ইহা পাওয়া যায় না। পরীক্ষা করিয়া দেখা যায় যে সকল চাপে ও উষ্ণতায় প্রকৃত গ্যাস আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ মানিয়া চলে না। প্রকৃত গ্যাসের জন্য পরীক্ষালব্ধ ফলের সাহায্যে ওনস্ (Onnes) যে সমীকরণ দেন তাহা হইল

$$PV = A + BP + CP^2 + DP^3 + \ldots\ldots$$

কোন নির্দিষ্ট উষ্ণতায় A, B, C,......হইল ধ্রুবক। ইহাদের মান উষ্ণতার সহিত পরিবর্তিত হয়। A, B, C,..... ধ্রুবকগুলিকে Virial coefficients বলে। এক গ্রাম অণু গ্যাসের জন্য $A = RT$. যে উষ্ণতায় B-এর মান শূন্য হয় তাহাকে

বয়েল উষ্ণতা (Boyle temperature) বলে—যেহেতু C এবং D-এর মান খুব ক্ষুদ্র এই উষ্ণতায় PV অনেক উচ্চ চাপ পর্যন্ত অপরিবর্তিত থাকে এবং গ্যাস বয়েল সূত্র মানিয়া চলে।

প্রকৃত গ্যাসের অবস্থানের সমীকরণ আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে আমরা ধরি যে অণুগুলির মোট আয়তন গ্যাস যে পাত্রে থাকে তাহার আয়তনের তুলনায় নগণ্য। আর ধরি যে অণুগুলির মধ্যে কোন আকর্ষণ-বল ক্রিয়া করে না। যখন গ্যাসের চাপ বৃদ্ধি পায় এবং পাত্রের আয়তন কমিয়া আসে তখন প্রকৃত গ্যাসের ক্ষেত্রে এই দুইটি স্বীকার্য হইতে বিচ্যুতি দেখা যায়। পাত্রের আয়তন কম হইলে অণুগুলির আয়তন উপেক্ষা করা যায় না। উচ্চ চাপে অণুগুলি যখন কাছাকাছি আসে তখন উহাদের মধ্যে একটি আকর্ষণ-বল ক্রিয়া করে। ইহাকে ভ্যানডার ওয়াল বল (Van der Waal force) বলে। প্রকৃত গ্যাসের সমীকরণ আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ হইতে তাই ভিন্ন হয়। উচ্চ চাপে এবং কম আয়তনে প্রকৃত গ্যাস আদর্শ গ্যাস সমীকরণ মানিয়া চলে না। উপরিউক্ত সংশোধন দুইটি করিয়া ভ্যান ডার ওয়াল এক গ্রাম অণু গ্যাসের যে সমীকরণ পান তাহা হইল

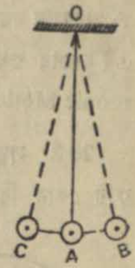
$$\left(P+\frac{a}{V^2}\right)(V-b)=RT$$

এখানে a এবং b হইল দুইটি ধ্রুবক। এই সমীকরণকে ভ্যান ডার ওয়াল সমীকরণ বলে। ইহা কেবলমাত্র আদর্শ অবস্থা হইতে সামান্য বিচ্যুতির জন্যই ঠিক হয়। এবং ইহা পরীক্ষালব্ধ ফলকে পুরাপুরি ব্যাখ্যা করিতে পারে না। a এবং b প্রকৃতপক্ষে উষ্ণতার সহিত পরিবর্তিত হয়। প্রকৃত গ্যাসের জন্য আজ পর্যন্ত অনেক সমীকরণ দেওয়া হইয়াছে, কিন্তু কোনটাই গ্যাসের ব্যবহারকে পুরাপুরি ব্যাখ্যা করিতে পারে না।

বিংশ পরিচ্ছেদ

কম্পন (Vibration)

20.1 দোলন এবং ইহার প্রকৃতি (Oscillation and its characteristics) : মনে করি কোন সরল দোলকের তারের এক প্রান্ত দৃঢ়ভাবে সংবদ্ধ এবং অন্য প্রান্তের সহিত একটি ছোট বস্তু A সংযোজিত আছে (চিত্র 20·1)। স্থির অবস্থায় তার ও বস্তুটি উল্লম্ব বরাবর থাকিবে। এখন বস্তুটিকে উহার সাম্য অবস্থান A হইতে সরাইয়া B বিন্দুতে নিয়া ছাড়িয়া দিলাম যাহাতে বস্তুটির গতি উল্লম্বতলে অবস্থিত হয়। মনে করি ∠AOB একটি ক্ষুদ্র কোণ (4^o হইতে কম)। বস্তুটি B হইতে A-তে যাইবে, তাহার পর A হইতে C-তে যাইবে, আবার C হইতে ফিরিয়া A ও তাহার পর B-তে আসিবে। ইহার পর B হইতে A ও C-তে যাইবে। এই ভাবে বস্তুটি উহার সাম্য অবস্থান A-এর সাপেক্ষে দুই পাশে সুষম ভাবে দুলিতে থাকিবে। দোলনের সময় AB-র দৈর্ঘ্য AC-র দৈর্ঘ্যের সমান। বস্তুটি B হইতে চলিয়া A ও C ও আবার A হইয়া B বিন্দুতে ফিরিয়া আসিতে যে সময় নেয় তাহাকে পর্যায় কাল বা দোলন কাল (Time period of oscillation) বলে। সাধারণ ভাবে বস্তুটি কোন বিন্দু হইতে কোন দিকে চলিতে আরম্ভ করিয়া আবার সেই বিন্দুতে একই অভিমুখে আসিতে যে সময় নেয় তাহাকে দোলন কাল বলে। বস্তুটি একবার দুলিতে যে সময় নেয় তাহাই দোলন কাল। প্রতি সেকেণ্ডে বস্তুটি যতবার দোলে তাহা বস্তুর দোলন কম্পনাঙ্ক বা কম্পাঙ্ক (frequency of oscillation)। যদি বস্তুর দোলন কাল T সেকেণ্ড এবং দোলন কম্পনাঙ্ক n হয় তবে



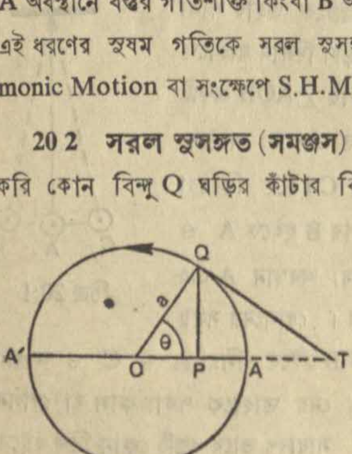
চিত্র 20.1

$$T=\frac{1}{n}$$

ভালভাবে দোলন পরীক্ষা করিলে দেখা যাইবে যে বস্তুটি B অথবা C বিন্দুতে আসিয়া মুহূর্তের জন্য থামিয়া আবার উল্টাদিকে চলিতে আরম্ভ করে। B এবং C বিন্দুতে বস্তুর বেগ শূন্য। বস্তুর বেগ সবচেয়ে বেশী A বিন্দুতে। A হইতে B-তে যাইতে বস্তুর বেগ ক্রমশ কমিতে থাকে। বস্তুর উপর উহার সাম্য অবস্থান A অভিমুখে বল ক্রিয়া করে, এবং তাহার ফলে A অভিমুখে বস্তুতে ত্বরণের সৃষ্টি হয়। এক্ষেত্রে A অভিমুখী বল বস্তুর ওজন হইতে আসে। এই বিপরীতমুখী বলের জন্য বস্তুর বেগ

A হইতে ক্রমশ কমিতে কমিতে B বিন্দুতে আসিয়া শূন্য হয়। A বিন্দুতে বস্তুর গতিশক্তি সবচেয়ে বেশী এবং B বিন্দুতে গতিশক্তি শূন্য। A হইতে B-তে যাইবার সময় বস্তুর গতিশক্তি ক্রমশ স্থিতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয় এবং B বিন্দুতে গিয়া সমস্ত শক্তি স্থিতিশক্তি লাভ করে। আবার B হইতে A-তে আসিবার সময় স্থিতিশক্তি গতিশক্তিতে এবং A হইতে C-তে যাইবার সময় গতিশক্তি স্থিতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। এইভাবে দোলনের সময় বস্তুর গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির রূপান্তর ঘটিতে থাকে। যে কোন মুহূর্তে বস্তুর মোট গতি ও স্থিতিশক্তির যোগফল অপরিবর্তিত থাকে এবং ইহা A অবস্থানে বস্তুর গতিশক্তি কিংবা B অথবা C অবস্থানে বস্তুর স্থিতিশক্তির সমান হয়। এই ধরণের সুষম গতিকে সরল সুসঙ্গত গতি বা সরল সমঞ্জস গতি (Simple Harmonic Motion বা সংক্ষেপে S.H.M.) বলে।

20 2 সরল সুসঙ্গত (সমঞ্জস) গতি (Simple Harmonic Motion) : মনে করি কোন বিন্দু Q ঘড়ির কাঁটার বিপরীতদিকে বৃত্তাকার পথে সমকৌণিক বেগ ω-র সহিত ঘুরিতেছে (চিত্র 20·2)। বৃত্তের কেন্দ্র O এবং AOA′ হইল বৃত্তের যে কোন একটি ব্যাস। Q হইতে ব্যাস AA′-এর উপর লম্ব QP অঙ্কন করা হইল। তাহা হইলে Q-এর বৃত্তাকার গতির সঙ্গে সঙ্গে Q হইতে AA′-এর লম্বের পাদবিন্দু P ব্যাস AA′-এর উপর এদিক ওদিক চলিবে। P বিন্দুর গতিকে সরল সুসঙ্গত গতি (Simple harmonic motion) বলে।



চিত্র 20.2

মনে করি বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ $=OA=OA'=a$ এবং $\angle QOA=\theta$। বৃত্তের উপর Q বিন্দুতে স্পর্শক QT টানা হইল এবং উহা OA-এর সহিত T বিন্দুতে মিলিত হইয়াছে।

Q বিন্দুর বেগের মান $=v=a\omega$

Q বিন্দুর ত্বরণের মান $=\frac{v^2}{a}=a\omega^2$; ইহা কেন্দ্র অভিমুখে QO বরাবর ক্রিয়া করে।

যেহেতু P হইল Q হইতে অঙ্কিত AA′-এর উপর লম্বের পাদবিন্দু, P বিন্দুর ত্বরণ ও বেগ হইবে OA বরাবর Q-এর ত্বরণ ও বেগের বিভক্তাংশ।

$\therefore$ P বিন্দুর ত্বরণের মান $=a\omega^2 \cos\theta=\omega^2 OP=\omega^2 x$ ... (20.1)

ইহা PO বরাবর ক্রিয়া করে। এখানে $x=$ দূরত্ব OP

অতএব P বিন্দুর ত্বরণের মান কেন্দ্র O হইতে P-এর দূরত্বের সহিত সমানুপাতিক হয় এবং ত্বরণ বৃত্তের কেন্দ্র অভিমুখে ক্রিয়া করে। বৃত্তের কেন্দ্রে P বিন্দুর ত্বরণের মান শূন্য। ত্বরণের মান সবচেয়ে বেশী A এবং A′ বিন্দুতে। P বিন্দু কেন্দ্রের যে কোন দিকেই (বাম অথবা ডানদিক) হউক না কেন ত্বরণ সবসময় কেন্দ্র অভিমুখে ক্রিয়া করে।

Q বিন্দুর বেগ TQ বরাবর ক্রিয়া করে। সুতরাং P বিন্দুর বেগের মান

$= a\omega \text{ Cos } \angle OTQ = a\omega \text{ Cos } (90^\circ - \theta) = a\omega \text{ Sin } \theta$

$$= \omega PQ = \omega \sqrt{a^2 - x^2} \qquad \ldots(20.2)$$

P বিন্দুর বেগের মান A এবং A′ বিন্দুতে শূন্য এবং কেন্দ্রে উহার বেগের মান সবচেয়ে বেশী। A বিন্দু হইতে চলিতে আরম্ভ করিয়া P বিন্দুটি কেন্দ্রে সবচেয়ে বেশী বেগ লাভ করে। তাহার পর বিপরীতমুখী ত্বরণের জন্য উহার বেগ ক্রমশ কমিতে থাকে এবং A′-য়ে আসিয়া শূন্য হয়। কেন্দ্র অভিমুখী ত্বরণের জন্য A′ হইতে কেন্দ্রের দিকে চলিতে আরম্ভ করিয়া উহার বেগ আবার কেন্দ্রে আসিয়া সবচেয়ে বেশী হয়। এইভাবে P বিন্দুটি ব্যাস AA′ বরাবর এদিক ওদিক চলিতে থাকে এবং এই গতিকে সরল স্পন্দিত গতি বলে।

মনে করি Q বিন্দুটি প্রথমে A-তে আছে (t=0)। A হইতে Q-তে যাইতে মনে করি Q বিন্দুটি t সময় নেয়

$\therefore \; t = \frac{\theta}{\omega}$ বা, $\theta = \omega t.$

এই সময়ে P বিন্দু A হইতে P-তে আসে। এই সময়ে কেন্দ্র হইতে P বিন্দুর দূরত্ব $= x = OP = a \cos \theta = a \cos \omega t$ (20.3)

Q বিন্দুটি বৃত্তাকার পথে একবার ঘুরিতে সময় নেয় $\frac{2\pi}{\omega}$. এই সময়ে P বিন্দুটি একটি দোলন সম্পূর্ণ করে অর্থাৎ A বিন্দু হইতে চলিতে আরম্ভ করিয়া A′-য়ে যায় এবং পুনরায় A-তে ফিরিয়া আসে। সুতরাং P বিন্দুর দোলন কাল (time period of oscillation)

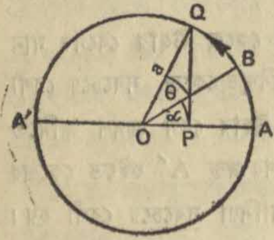
$$T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad \ldots \quad (20.4)$$

P বিন্দুটি A এবং A′-এর মধ্যে এদিক ওদিক চলাফেরা করে। OA অথবা OA′ দূরত্বকে বিস্তার (Amplitude) বলে।

সংজ্ঞা : যদি কোন বস্তুকণা কোন সরলরেখা বরাবর এমনভাবে চলে যে উহার ত্বরণ সরলরেখার উপর অবস্থিত কোন নির্দিষ্ট বিন্দু

অভিমুখে ক্রিয়া করে এবং ত্বরণের মান ঐ নির্দিষ্ট বিন্দু হইতে বস্তুকণার দূরত্বের সহিত সমানুপাতিক হয় তাহা হইলে বস্তুকণার গতি সরল সুসঙ্গত বা সরল সমঞ্জস হইবে।

দশা (Phase) : মনে করি Q বিন্দুটি প্রথমে B বিন্দুতে আছে ($t=0$) এবং $\angle AOB=\alpha$ (চিত্র 20. 3)। B হইতে Q-তে যাইতে বিন্দুটি সময় নেয় t, তাহা হইলে



চিত্র 20.3

$$t=\frac{\angle QOB}{\omega}=\frac{\theta}{\omega}$$

এখানে $\angle QOB=\theta$

$$\therefore\ \angle AOQ=\theta+\alpha=\omega t+\alpha$$

এক্ষেত্রে কেন্দ্র হইতে P বিন্দুর দূরত্ব

$$x=OP=a\ Cos\ (\omega t+\alpha)$$

কোণ $(\omega t+\alpha)$ P বিন্দুর অবস্থান এবং ইহার গতির দিক নির্দেশ করে। ইহাকে বস্তুকণার দশা বলে।

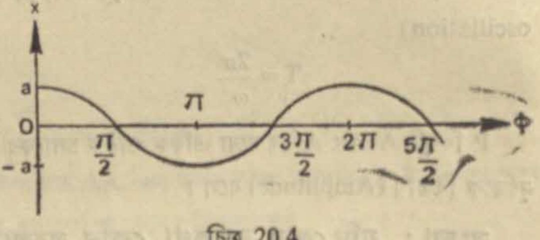
$\angle AOQ$ বা $\omega t+\alpha$ হইতে P-বস্তুকণার অবস্থান নির্ণয় করিতে পারি এবং Q বিন্দুর অবস্থান হইতে P বিন্দুর গতির দিকও নির্ণয় করিতে পারি।

যখন $t=0$, দশা $=\alpha$ এবং $x=a\ Cos\ \alpha$, α হইল বস্তুকণার প্রাথমিক দশা (initial phase)। ইহাকে epoch বা initial phase বা phase constant বলে। বস্তুকণার দশা সারাক্ষণই পরিবর্তিত হইতেছে, কিন্তু epoch ইহার প্রাথমিক দশাকে বুঝায় এবং ইহা ধ্রুবক থাকে।

সরল সুসঙ্গত গতির সরণের সহিত দশার লেখচিত্র : আমরা জানি

$$x=a\ Cos\ (\omega t+\alpha)$$

বস্তুকণার দশা $\phi=\omega t+\alpha$, সুতরাং সরণ x ও দশা ϕ-এর লেখচিত্র একটি cosine লেখচিত্র হইবে (চিত্র 20·4)। আবার সরণ—সময় লেখচিত্রটিও cosine লেখচিত্র হইবে, তবে শূন্য সময়ে বস্তুকণার সরণ $=a\ Cos\ \alpha$.



চিত্র 20.4

দুইটি সরল সুসঙ্গত গতির দশা যদি ϕ_1, এবং ϕ_2 হয় তাহা হইলে উহাদের দশার অন্তর (phase difference) $\phi_1-\phi_2$ ধ্রুবক রহিবে যদি উহাদের কৌণিক বেগ ω একই হয়। এক্ষেত্রে মনে করি

$$\phi_1=\omega t+\alpha_1$$
$$\phi_2=\omega t+\alpha_2$$
$$\therefore \quad \phi_1-\phi_2=\alpha_1-\alpha_2=\text{ইহাদের প্রাথমিক দশার অন্তর।}$$

কোন সময়ে যদি দশার অন্তর $\phi_1-\phi_2=0, 2\pi, 4\pi, \cdots\cdots$ হয় তাহা হইলে সেই সময়ে দুইটি গতি একই দশায় (same phase or in phase) থাকে। আবার যদি $\phi_1-\phi_2=\pi, 3\pi, 5\pi, \cdots$ হয় তাহা হইলে দুইটি গতি বিপরীত দশায় থাকে (opposite phase or out of phase)।

20.3 একই দিকে দুইটি সরল সুসঙ্গত গতির উপরিস্থাপন (Superposition of two S.H.M. in the same direction) : দুইটি সরল সুসঙ্গত গতি একই দিকে কোন বস্তুকণার উপর একসঙ্গে ক্রিয়া করিতেছে। মনে করি উহাদের কৌণিক বেগ ω একই। তাহা হইলে গতি দুইটিকে লেখা যায়

$$x_1=a_1 \operatorname{Cos}(\omega t+\alpha_1)=a_1 \operatorname{Cos}\phi_1$$
$$x_2=a_2 \operatorname{Cos}(\omega t+\alpha_2)=a_2 \operatorname{Cos}\phi_2$$

এখানে a_1=প্রথম গতির বিস্তার ; a_2=দ্বিতীয় গতির বিস্তার।

(i) একই দশায় (in phase) থাকিলে

$$\phi_1=\phi_2+2n\pi, \quad n=0, 1, 2, 3, \ldots$$

প্রথম গতির সরণ $x_1=a_1 \operatorname{Cos}(\phi_2+2n\pi)=a_1 \operatorname{Cos}\phi_2$

দ্বিতীয় গতির সরণ $x_2=a_2 \operatorname{Cos}\phi_2$

সুতরাং প্রথম ও দ্বিতীয় গতির সরণ একই দিকে হয়। উহাদের লব্ধি সরণ

$$x=x_1+x_2=(a_1+a_2)\operatorname{Cos}\phi_2$$
$$= a \operatorname{Cos}\phi_2$$

এখানে, $a=a_1+a_2$

অতএব লব্ধি গতিও S.H.M. হইবে। তবে ইহার বিস্তার $a=a_1+a_2$

(ii) বিপরীত দশায় (opposite phase) থাকিলে

$$\phi_1=\phi_2+(2n+1)\pi, \quad n=0, 1, 2, 3, \ldots$$

$\therefore$ প্রথম গতির সরণ $x_1=a_1 \operatorname{Cos}[\phi_2+(2n+1)\pi]$

$$=-a_1 \operatorname{Cos}\phi_2$$

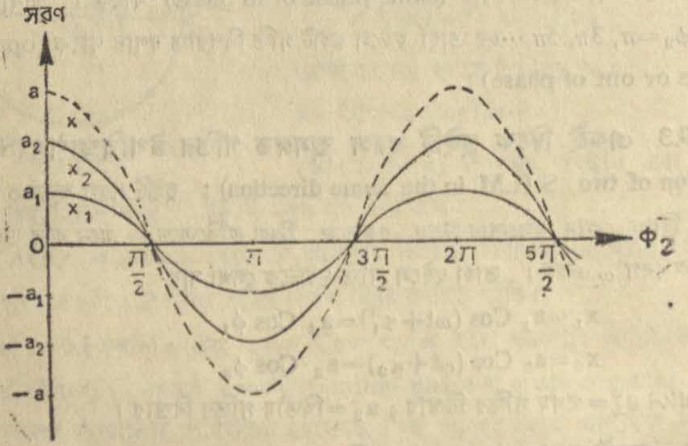
অতএব প্রথম ও দ্বিতীয় গতির সরণ বিপরীত দিকে হয়। উহাদের লব্ধি সরণ

$$x = x_1 + x_2 = (a_2 - a_1)\ \mathrm{Cos}\ \phi_2 = a' \ \mathrm{Cos}\ \phi_2$$

এখানে $a' = a_2 - a_1$

লব্ধি গতি S.H.M. হইবে। লব্ধি গতির বিস্তার $a' = a_2 - a_1$ যদি $a_1 = a_2$ হয় তাহা হইলে $a' = 0$ এবং দুইটি গতির সংযোগে বস্তুকণাটি স্থির থাকিবে। এখানে দুইটি গতি একে অপরের ক্রিয়াকে নষ্ট করিয়া দিয়াছে।

লেখচিত্র পদ্ধতি (Graphical Method) :



চিত্র 20·5

(i) **একই দশায় থাকিলে :**

সরল স্বসঙ্গত গতি দুইটিকে লেখা যায়

$x_1 = a_1 \cos \phi_2$

$x_2 = a_2 \cos \phi_2$

লব্ধি সরণ $x = x_1 + x_2 = (a_1 + a_2)\cos \phi_2 = a \cos\phi_2$

$x_1 -$, $x_2 -$ এবং ϕ_2 এর লেখচিত্র cosine লেখচিত্র হইবে (চিত্র 20.5)। দুইটি সরণ সব সময় একই দিকে থাকে বলিয়া লব্ধি সরণ বেশী হয়। গতি দুইটি একই দশায় থাকিলে লব্ধি সরণের বিস্তার দুইটি গতির বিস্তারের সমষ্টি হয়।

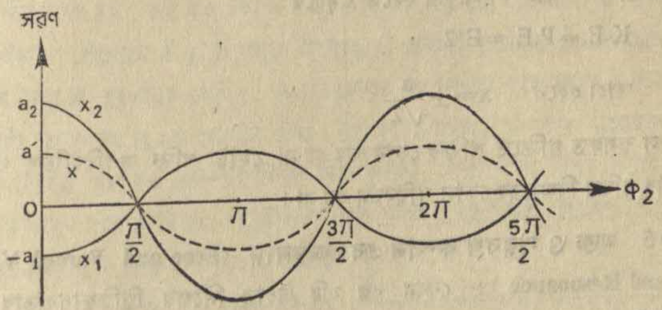
(ii) **বিপরীত দশায় থাকিলে :**

সরল স্বসঙ্গত গতি দুইটিকে লেখা যায়

$x_1 = -a_1 \cos \phi_2$

$x_2 = a_2 \cos \phi_2$

লব্ধি সরণ $x = x_1 + x_2 = (a_2 - a_1') \cos \phi_2 = a' \cos \phi_2$



চিত্র 20.6

দুটি সরণ সব সময় একটি অপরটির বিপরীত দিকে থাকে (চিত্র 20.6)। লব্ধি সরণের বিস্তার দুইটি গতির বিস্তারের অন্তর হয়।

20.4 সরল সুসঙ্গত গতির শক্তি (Energy in S.H.M.) : কেন্দ্র হইতে x দূরত্বে বস্তু কণার বেগের মান

$$v = \sqrt{a^2 - x^2}$$

বস্তুকণাটি যখন কেন্দ্র দিয়া অতিক্রম করে তখন উহার বেগের মান সবচেয়ে বেশী ($a\omega$) এবং এই অবস্থায় ইহার সমস্ত শক্তিই গতিশক্তি। সুতরাং বস্তুকণার মোট শক্তি

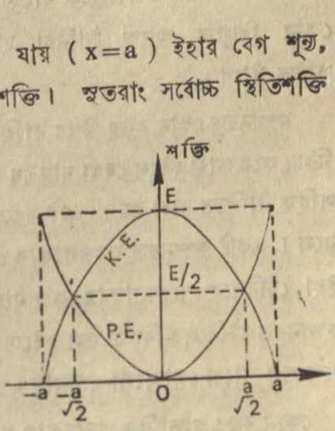
$$E = \tfrac{1}{2}m\,(a\omega)^2 = \tfrac{1}{2}ma^2\omega^2$$

m = বস্তুকণার ভর

আবার বস্তুকণাটি যখন উহার প্রান্তবিন্দুতে যায় ($x = a$) ইহার বেগ শূন্য, গতিশক্তি শূন্য, এবং তখন সমস্ত শক্তিই স্থিতিশক্তি। সুতরাং সর্বোচ্চ স্থিতিশক্তি

$E = \tfrac{1}{2}ma^2\omega^2$

এইভাবে অনবরত গতিশক্তি স্থিতিশক্তিতে এবং স্থিতিশক্তি গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হইতেছে, তবে যে কোন মুহূর্তে মোট শক্তি ধ্রুবক থাকিবে। কেন্দ্র হইতে x দূরত্বে বস্তুকণার গতিশক্তি



চিত্র 20.7

$$K.E. = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}m\omega^2(a^2 - x^2)$$

$= E - \tfrac{1}{2}m\omega^2x^2$ এবং

স্থিতিশক্তি $P.E. = E - K.E. = \tfrac{1}{2}m\omega^2x^2$

অতএব K.E. এবং P.E. এবং x-এর লেখচিত্র একটি অধিবৃত্ত (Parabola) হইবে (চিত্র 20.7)। মনে করি কেন্দ্র হইতে x দূরত্বে

$$K.E. = P.E. = E/2$$

তাহা হইলে $x = \pm \frac{a}{\sqrt{2}}$

সরল সুসঙ্গত গতিতে শক্তির কোন ক্ষয় হয় না, মোট শক্তি অপরিবর্তিত থাকে। বস্তুকণার গতির বিস্তারের কোন পরিবর্তন হয় না।

20 5 মুক্ত ও পরবশ কম্পন এবং অনুনাদ (Free and Forced Vibrations and Resonance) : কোন বস্তু যদি উহার নিজের স্থিতিস্থাপকতার জন্য অথবা অভিকর্ষ বলের জন্য মুক্তভাবে কাঁপিতে থাকে তখন উহা স্বাভাবিক পর্যায় কালের (natural time period) সহিত কাঁপে। এই ধরণের কম্পনকে মুক্ত কম্পন (free vibrations) বলে। যেমন, সরল দোলকের দোলন বস্তুকে উহার সাম্য অবস্থান হইতে সামান্য সরাইয়া ছাড়িয়া দিলে উহা স্বাভাবিক পর্যায় কালের সহিত দুলিতে থাকে। সরল দোলকের স্বাভাবিক পর্যায় কাল হইল

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

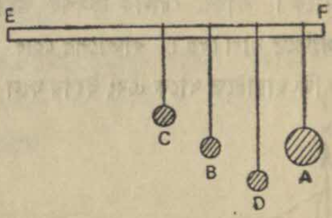
l = সরল দোলকের দৈর্ঘ্য।

একটি স্বরশলাকা (tuning fork)-কে আস্তে আঘাত করিলে উহা স্বাভাবিক পর্যায় কালের সহিত কাঁপিতে থাকে। দুই প্রান্তে দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ একটি টান তারকে কোন বিন্দুতে আস্তে টানিয়া ছাড়িয়া দিলে তারটি স্বাভাবিক পর্যায় কালের সহিত কাঁপে।

কম্পনরত কোন বস্তুর উপর বাহির হইতে যদি কোন পর্যায় বল (periodic force) ক্রিয়া করে তাহা হইলে দেখা যায় যে বস্তুটি খানিকক্ষণ পরে পর্যায় বলের পর্যায় কালের সহিত কাঁপিতে বাধ্য হয়। এই ধরণের কম্পনকে পরবশ কম্পন (forced vibration) বলে। একটি কম্পনরত স্বরশলাকার হাতলটি একটি টেবিলের উপর চাপিয়া ধরা হইল। ইহা টেবিলকে স্বরশলাকার কম্পনাঙ্কের সহিত কাঁপিতে বাধ্য করিবে। এক্ষেত্রে কম্পনরত টেবিলের বিস্তৃত তল হইতে প্রচুর শক্তি প্রতি সেকেণ্ডে বাতাসে যায় এবং ফলে শব্দ আরো জোরালো শোনায়।

কোন বস্তুর স্বাভাবিক পর্যায়কাল যদি বস্তুর উপর প্রযোজ্য পর্যায় বলের পর্যায় কালের সহিত সমান হয় তাহা হইলে বস্তুটি দীর্ঘ বিস্তারের সহিত কাঁপিতে থাকে। এই ঘটনাকে অনুনাদ (resonance) বলে।

পরবশ কম্পন ও অনুনাদের পরীক্ষা : একটি দণ্ড EF-এর একপ্রান্ত সংবদ্ধ আছে (চিত্র 20.8)। এই দণ্ড হইতে চারটি পেণ্ডুলাম A, B, C এবং D ঝুলাইয়া দেওয়া হইল। পেণ্ডুলাম A ও B সমান দৈর্ঘ্যের, C পেণ্ডুলামের দৈর্ঘ্য A-এর চেয়ে কম ও D-এর দৈর্ঘ্য A-এর চেয়ে বেশী। A-এর দোলন বস্তু অন্যান্য পেণ্ডুলামের দোলনবস্তুর চেয়ে ভারী। পেণ্ডুলাম A-কে দোলান হইল। ইহা ইহার স্বাভাবিক পর্যায় কালের সহিত দুলিতে থাকিবে, এবং দণ্ড EF-এর ভিতর দিয়া অন্যান্য পেণ্ডুলামের উপর পর্যায় বল প্রয়োগ করিবে। পেণ্ডুলাম A এবং B-এর একই পর্যায় কাল আছে, সুতরাং পেণ্ডুলাম B-তে অনুনাদ হইবে এবং ইহা বিরাট বিস্তার লাভ করিবে। পেণ্ডুলাম C এবং D-এর স্বাভাবিক দোলনকাল A হইতে ভিন্ন। প্রথমদিকে C এবং D-এর গতি একটু অসম হইবে। খানিকক্ষণ পরে দেখা যাইবে যে C এবং D A-এর দোলনকালের সহিত দুলিতেছে, তবে উহাদের বিস্তার বিরাট নহে। C এবং D-এর কম্পন পরবশ কম্পন।



চিত্র 20.8

অনুনাদ অবশ্য পরবশ কম্পনেরই একটি বিশেষ পরিস্থিতি যেখানে বস্তুর স্বাভাবিক পর্যায়কাল প্রযোজ্য বলের পর্যায় কালের সহিত সমান হয়।

সনোমিটার (Sonometer)-র কম্পনমান তারের দৈর্ঘ্য যদি l হয় তাহা হইলে আমরা জানি যে তারের স্বাভাবিক কম্পনাঙ্ক হইবে $n=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}}$

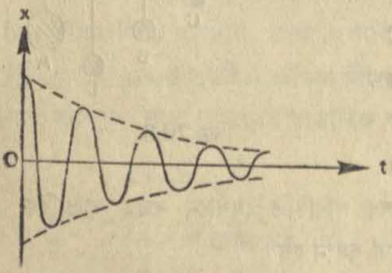
T = তারের টান, m = একক দৈর্ঘ্য তারের ভর।

এখন সনোমিটার বাক্সের উপর একটি কম্পমান সুরশলাকা স্থাপন করিলে যদি তারের স্বাভাবিক কম্পনাঙ্ক সুরশলাকার কম্পনাঙ্কের সহিত সমান হয় তাহা হইলে তারে অনুনাদ হইবে এবং তারটি বিরাট বিস্তারের সহিত কাঁপিতে থাকিবে। তারের উপর একটি ছোট কাগজের টুকরা স্থাপন করিলে তারের বিরাট বিস্তারের কম্পনের জন্য কাগজটি তার হইতে পড়িয়া যাইবে। এইভাবে আমরা সুরশলাকার কম্পনাঙ্ক নির্ণয় করিতে পারি।

কোন সৈন্যদল যদি কোন ব্রিজের উপর দিয়া ছন্দময় গতিতে মার্চ করিতে করিতে যায় এবং ব্রিজের স্বাভাবিক পর্যায়কাল মার্চের পর্যায়কালের কোন গুণ হয় তাহা হইলে মার্চ করিবার সময়কালের আঘাত ব্রিজের দোলনের সহিত একই দশায় থাকে। ফলে ব্রিজের দোলনের বিস্তার ক্রমশ বাড়িতে থাকে এবং ব্রিজের ভাঙিয়া যাইবার সম্ভাবনা

থাকে। এই ধরণের পরবশ কম্পনের ঘটনা হইতে নিস্তার পাইবার জন্য সৈন্যদলকে ব্রিজের উপর দিয়া ছন্দময় গতিতে মার্চ করিতে নিষেধ করা হয়।

20·6 অবমন্দিত দোলন (Damped oscillations) : কোন বস্তুকণার গতি যদি প্রকৃত S.H.M. হয় তবে ইহার বিস্তার অপরিবর্তিত থাকিবে এবং ইহার মোট শক্তি $E=\frac{1}{2}m\,\omega^2 a^2$ অপরিবর্তিত থাকিবে। কিন্তু একটি সরল দোলককে অল্প বিস্তারের সহিত দুলাইয়া দিলে কার্যতঃ দেখা যায় যে দোলকের বিস্তার ক্রমশই কমিতে থাকে। কারণ, দোলক ক্রমশই উহার শক্তি হারাইতে থাকে। বাতাস দোলকের গতিতে বাধা দেয়। বাতাসের রোধ বলের বিরুদ্ধে দুলিতে গিয়া পেণ্ডুলাম ইহার শক্তি হারাইতে থাকে এবং ইহার ফলে উহার বিস্তার কমিতে থাকে, এবং অবশেষে স্থির হইয়া যায়। বাতাসের রোধবল ছাড়া আরো অনেক রোধবল পেণ্ডুলামের গতিকে বাধা দেয়। এই ধরণের দোলনকে অবমন্দিত সরল সুসঙ্গত দোলন (damped simple harmonic oscillations) বলে। এক্ষেত্রে সরণ-সময় (x—t)-এর লেখ-চিত্রটি এমন হইবে যে দোলনের বিস্তার সময়ের সহিত কমিতে থাকিবে (চিত্র 20·9)। লেখচিত্রে ছট্ রেখা দ্বারা বিস্তার কিভাবে কমে তাহা দেখানো হইয়াছে।



চিত্র 20.9

কার্যতঃ কোন গতিই প্রকৃত S.H.M. নহে। কোন না কোন রোধবলের উপস্থিতির জন্য সমস্ত S.H.M. থামিয়া যায়। রোধবল যত কম হইবে দোলনের বিস্তার তত দেরীতে কমিবে।

উদাহরণ (Examples) : (1) সরল সুসঙ্গত গতির মধ্যবিন্দুতে কোন বিন্দুর বেগ 4 সে. মি./সেকেণ্ড এবং উহার পর্যায়কাল π সেকেণ্ড। যে বিন্দুতে উহার বেগ শূন্য হয় সেই বিন্দু হইতে 1 সে. মি. দূরে উহার বেগ কত ?

A point, moving with S.H.M. has a velocity of 4 cm./sec. when passing through the centre of its path, and its period is π seconds ; what is its velocity when it has described 1 cm. from the position in which its velocity is zero ?

মধ্যবিন্দু হইতে x দূরত্বে বিন্দুর বেগ $v=\omega\sqrt{a^2-x^2}$

ω=কৌণিক বেগ, a=বিস্তার।

ইহার দোলনকাল $T=\frac{2\pi}{\omega}=\pi$

$\therefore\ \omega=2.$

মধ্যবিন্দুতে (x=0), $v=a\omega=4$

$\therefore\ a=2$ cms.

বিন্দুটি যখন প্রান্তবিন্দু হইতে 1 cm. দূরত্বে থাকে তখন মধ্যবিন্দু হইতে ইহার দূরত্ব $=x=a-1=1$ cm. এই দূরত্বে বিন্দুর বেগ

$$v=\omega\sqrt{a^2-1^2}=2\sqrt{3}\ \text{cm./sec.}$$

(2) L দৈর্ঘ্যের একটি হাল্কা স্প্রিংকে উল্লম্ব বরাবর ঝোলান আছে। উহার নীচের মুক্ত প্রান্তে একটি ভারী ভর m চাপানর জন্য উহার l প্রসারণ হয়। দেখাও যে উল্লম্ব বরাবর দোলন সুসঙ্গত হইবে এবং ইহার পর্যায়কাল

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

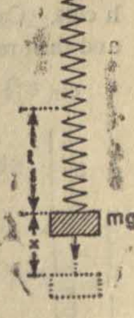
A light spring of length L is suspended vertically from a point. It carries a heavy mass m at its lower free end which stretches it through a distance l. Show that the vertical oscillations of the system are simple harmonic in nature and have a time period

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

মনে করি L cm হইল স্প্রিং-এর সাধারণ দৈর্ঘ্য। স্প্রিং-এর মুক্ত প্রান্তে ওজন mg চাপানর জন্য ইহা প্রসারিত হইল। l=স্প্রিং-এর প্রসারণ (চিত্র 20·10)। এই অবস্থায় ওজন mg স্প্রিং-এর টান T-এর সহিত সংতুলিত (balanced) হয়;

$$T=mg$$

যদি স্প্রিং-এর প্রসারণ কম হয় তাহা হইলে হুকের নিয়ম অনুসারে স্প্রিং-এর টান প্রসারণ দৈর্ঘ্যের সহিত সমানুপাতিক হয়। সুতরাং একক দৈর্ঘ্য প্রসারণের জন্য স্প্রিং-এর টান $=\frac{T}{l}$। মনে করি m ভরকে আরো নীচে x দূরত্বে টানিয়া



চিত্র 20.10

ছাড়িয়া দেওয়া হইল। x দূরত্বে নীচে স্প্রিং-এর মোট টান $=\frac{T}{l}(l+x)=\frac{mg}{l}(l+x)$

আর বস্তুর ওজন=mg.

$\therefore$ ঊর্ধ্বমুখী বল $= \frac{mg}{l}(l+x) - mg = \frac{mgx}{l}$

$\therefore$ বস্তুর ঊর্ধ্বমুখী ত্বরণ $= f = \frac{gx}{l} = \omega^2 x$

এখানে, $\omega^2 = \frac{g}{l}$

ত্বরণ নির্দিষ্ট বিন্দু অভিমুখে ক্রিয়া করে এবং ইহার মান এই বিন্দু হইতে বস্তুর দূরত্বের সহিত সমানুপাতিক। সুতরাং বস্তুর গতি S.H.M. এবং ইহার পর্যায় কাল

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

[যদি স্প্রিং-এর প্রস্থচ্ছেদ $= a$ হয় তবে mg ওজন চাপানর পর

পীড়ন (stress) $= \frac{mg}{a}$ এবং বিকৃতি (strain) $= \frac{l}{L}$

ইয়ং স্থিতিস্থাপকতাংক $Y = \frac{mg}{a} \cdot \frac{L}{l}$

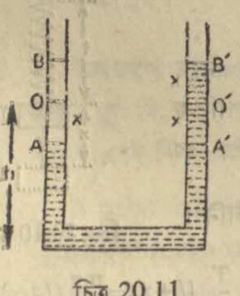
$\therefore \quad \frac{l}{g} = \frac{mL}{aY}$

$\therefore$ পর্যায় কাল $T = 2\pi\sqrt{\frac{mL}{aY}}$]

(3) সম প্রস্থচ্ছেদের একটি উল্লম্ব U-আকৃতির নলে h সে. মি. পর্যন্ত জল আছে। নলের একদিকের জলতল একটু নামাইয়া ছাড়িয়া দিলে উহার যে দোলন হইবে তাহার পর্যায়কাল নির্ণয় কর।

A vertical U-tube of uniform cross section contains water upto h cms. Calculate the time period, if water on one side is depressed and then released.

মনে করি U-নলের জলতলের প্রাথমিক অবস্থান OO′ বরাবর (চিত্র 20.11)।



চিত্র 20.11

একটি বাহুতে জলের তলকে O হইতে A পর্যন্ত x দূরত্বে নামান হইল। x একটি ক্ষুদ্র দূরত্ব। অন্য বাহুতে জলের তল O′ হইতে উঠিয়া B′ পর্যন্ত x দূরত্বে যাইবে।

মনে করি নলের একক দৈর্ঘ্যে জলের ভর $= m$ গ্রাম।

$\therefore$ 2x দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট জলস্তম্ভের ওজন $= 2xmg$.

এই বল U নলের জল (ভর $= 2hm$)-এর উপর ক্রিয়া করে এবং জলের A তলকে

উপরের দিকে ঠেলিয়া দেয়। সুতরাং জলের তলের ত্বরণ

$$f=\frac{2xmg}{2hm}=\frac{xg}{h}$$

ত্বরণ জলের তলের সরণের (x) সহিত সমানুপাতিক এবং ইহা x-এর বৃদ্ধির বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে। সুতরাং জলের তলের গতি সরল সুসঙ্গত হইবে।

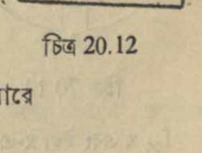
$$f=\omega^2x, \quad \omega^2=\frac{g}{h}$$

$$\therefore \text{ পর্যায় কাল}=T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{h}{g}}$$

(4) একটি মসৃন পিস্টনযুক্ত কোন চোঙে কিছু পরিমাণ গ্যাস আছে। গ্যাসকে সমউষ্ণতায় সংকুচিত করিয়া ছাড়িয়া দিলে দেখাও যে পিস্টনের গতি সরল সুসঙ্গত হইবে। উহার পর্যায় কাল নির্ণয় কর।

A certain quantity of gas is enclosed in a cylinder fitted with a smooth piston. If the gas is compressed isothermally and then released show that the motion of the piston is simple harmonic. Find its time period.

মনে করি গ্যাসের প্রারম্ভিক চাপ P এবং আয়তন V। এখন পিস্টনটিকে A অবস্থান হইতে B অবস্থানে x দূরত্বে নামান হইল (চিত্র 20·12)। x একটি ক্ষুদ্র দূরত্ব। ভিতরের গ্যাস ইহাতে সংকুচিত হইবে এবং পিস্টনকে উপরের দিকে ঠেলিয়া দিতে চেষ্টা করিবে। মনে করি পিস্টনের B অবস্থানে গ্যাসের চাপ P+p এবং আয়তন V—v (p এবং v অত্যন্ত ক্ষুদ্র হইবে)। এই পরিবর্তনে গ্যাসের উষ্ণতার কোন পরিবর্তন ঘটান হয় না। তাহা হইলে বয়েলের সূত্র অনুসারে



চিত্র 20.12

$$PV=(P+p)(V-v)=PV+pV-vP-vp$$

যেহেতু vp অন্যান্য পদ অপেক্ষা খুবই ছোট সেহেতু ইহাকে বাদ দেওয়া হইল।

$$\therefore \; p=\frac{vP}{V}=\frac{axP}{V} \quad a=\text{পিস্টনের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল।}$$

গ্যাসের ভিতর যে অতিরিক্ত চাপের সৃষ্টি হয় তাহা হইল p ; যে বল পিস্টনটিকে উপরের দিকে ঠেলিয়া দেয় তাহা হইল

$$F=ap=\frac{a^2P}{V}x$$

যদি পিস্টনের ভর M হয় তাহা হইলে যে ত্বরণের সহিত উহা উপরের দিকে যায় তাহা

$$f=\frac{F}{M}=\frac{a^2P}{MV}x=\omega^2x \quad \omega^2=\frac{a^2P}{MV}$$

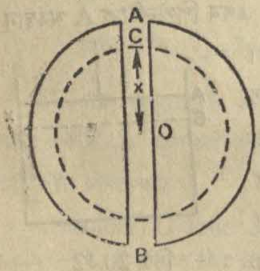
পিস্টনের ত্বরণ $f \propto x$ এবং উহা x-এর বৃদ্ধির বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে। সুতরাং পিস্টনের গতি S. H. M.

$$\text{পর্যায় কাল}=T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{MV}{a^2P}}$$

(5) পৃথিবীর সর্বত্র সম ঘনত্বের হইলে এবং উহার কেন্দ্রগামী একটি লম্বা সোজা গর্ত পৃথিবীর একপ্রান্ত হইতে অন্য প্রান্ত পর্যন্ত কাটিলে এবং এই গর্তে কোন বস্তু ছাড়িলে দেখাও যে বস্তুর গতি সরল সুসঙ্গত হইবে। উহার পর্যায়কাল বাহির কর।

If the earth were a homogeneous sphere, and a straight hole were bored in it through its centre, show that the body dropped into the hole will execute a simple harmonic motion. Find its time period.

পৃথিবীর কেন্দ্র দিয়া চলিয়া গিয়াছে এমন একটি সোজা গর্ত AB (চিত্র 20·13)।



চিত্র 20 13

মনে করি পৃথিবীর কেন্দ্র O হইতে x দূরত্বে C-তে m ভর বিশিষ্ট কোন বস্তু আছে। এই বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল

$$F=G\,\frac{\frac{4}{3}\pi x^3\rho\, m}{x^2}$$

ρ=পৃথিবীর ঘনত্ব (পৃথিবীর ঘনত্ব সর্বত্র সমান ধরা হইয়াছে)। এই অবস্থায় কেন্দ্র অভিমুখে বস্তুর ত্বরণ $f=\frac{F}{m}=\frac{4}{3}G\pi\rho x=\omega^2x$

$f \propto x$ এবং ইহা x-এর বৃদ্ধির বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে। অতএব বস্তুর গতি S. H. M.

পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজনিত ত্বরণ $g=G\frac{M}{R^2}$

M=পৃথিবীর ভর=$\frac{4}{3}\pi R^3\rho$, R=পৃথিবীর ব্যাসার্দ্ধ

$$\therefore\ g=G.\tfrac{4}{3}\pi\rho R$$

$$\therefore\ G.\tfrac{4}{3}\pi\rho=\frac{g}{R}=\omega^2$$

$\therefore$ বস্তুটির পর্যায় কাল $T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$

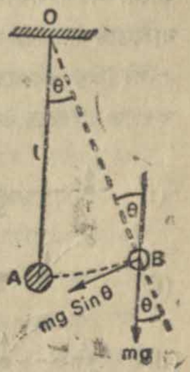
$R=6.4\times 10^8$ cms, $g=980$ cms/sec^2

$\therefore$ T=5.05 secs.

(6) সরল দোলকের পর্যায়কাল নির্ণয় কর।

Find the time period of a simple pendulum.

সরল দোলকের তারের একপ্রান্ত O বিন্দুতে দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ এবং অন্য প্রান্তের সহিত দোলনবস্তু সংযোজিত আছে (চিত্র 20·14)। OA উল্লম্ব বরাবর আছে এবং A হইল দোলকের সাম্য অবস্থান। দোলকটিকে উল্লম্বতলে B পর্যন্ত লইয়া যাওয়া হইল। $\angle AOB=\theta$ একটি ক্ষুদ্র কোণ (4° অপেক্ষা ছোট)। যদি দোলনবস্তুর ভর m হয় তাহা হইলে AB বৃত্তচাপের B বিন্দুতে স্পর্শক বরাবর বল $=mg\sin\theta=mg\,\theta$, যেহেতু θ একটি ক্ষুদ্র কোণ।



চিত্র 20.14

$\therefore$ স্পর্শক বরাবর ত্বরণ $=f=\frac{mg\theta}{m}=g\theta$

এখানে θ-কে রেডিয়ানে মাপিতে হইবে।

আবার $\theta=\frac{\text{বৃত্তচাপ AB}}{l}$

$l=$ দোলন দৈর্ঘ্য।

মনে করি, বৃত্তচাপ AB=x= দোলনবস্তুর সাম্য অবস্থান হইতে পরিবর্তনের মান।

$\therefore f=\frac{g}{l}.\ x=\omega^2 x$

$\therefore$ ত্বরণ $\propto x$ এবং ইহা x-এর বৃদ্ধির বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে। সুতরাং দোলনবস্তুটির গতি S. H. M. হইবে।

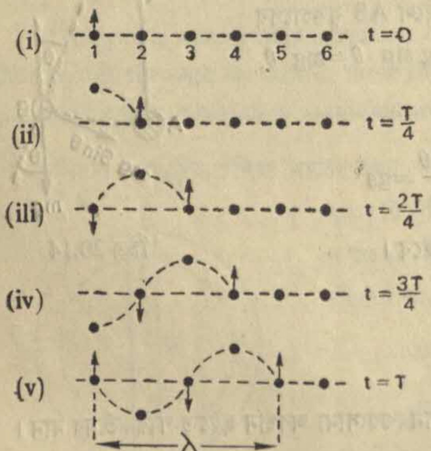
দোলন কাল $=T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

[মনে রাখিতে হইবে যে দোলনকাল দোলন বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না। সরল দোলকের দোলন নীতি প্রথমে গ্যালিলিও 1582 সালে পরীক্ষা করিয়া আবিষ্কার করেন।]

একবিংশ পরিচ্ছেদ

তরঙ্গ (Wave)

21·1 তরঙ্গ : একটি লম্বা তারের এক প্রান্ত বাঁধা আছে। মুক্ত প্রান্তটি ধরিয়া উঠানামা করিলে দেখা যাইবে যে তারের মধ্য দিয়া তরঙ্গ প্রবাহিত হইতেছে। একটু ভালো করিয়া লক্ষ্য করিলে দেখা যাইবে যে তারের কোন অংশই কিন্তু সামনের দিকে যাইতেছে না, বরঞ্চ তারের কণাগুলি উপরে নীচে উঠানামা করিতেছে। সমস্ত কণাগুলিই কিন্তু একসঙ্গে উঠিতেছে বা নামিতেছে না। গতি একটি কণা হইতে পরবর্তী কণাতে যাইতেছে এবং তাহার ফলে দেখা যাইবে যে তারের উপর দিয়া তরঙ্গ প্রবাহিত হইতেছে। কণাগুলির উপরে নীচে উঠানামার পর্যায়কাল একই। মনে করি উহা T। 21·1 চিত্রে আমরা 6টি কণার গতি বিশ্লেষণ করিতেছি। মনে করি একটি কণা হইতে পরবর্তী কণায় গতি যাইতে সময় লাগে $\frac{T}{4}$. (i) চিত্রে কণাদের প্রাথমিক অবস্থান দেখান হইয়াছে। এই সময়ে প্রথম কণাটি উপরের দিকে মাত্র চলিতে আরম্ভ করিয়াছে। T/4 সময় পরে প্রথম কণাটি উপরে চলিয়া গিয়াছে এবং দ্বিতীয় কণাটি মাত্র চলিতে আরম্ভ করিয়াছে (চিত্র ii)। এই সময়ে প্রথম কণাটি উহার কম্পনের উপরের দিকের প্রান্ত বিন্দুতে পৌঁছাইয়াছে এবং এখান হইতে কণাটি নীচের দিকে নামিতে শুরু করিবে।



চিত্র 21.1

$\frac{T}{2}$ সময় পরে (চিত্র iii) প্রথম কণাটি উহার পূর্ব অবস্থায় ফিরিয়া আসিয়াছে এবং আরো নীচের দিকে মাত্র চলিতে আরম্ভ করিয়াছে। দ্বিতীয় কণাটি উপরের প্রান্তবিন্দুতে চলিয়া গিয়াছে এবং তৃতীয়টি মাত্র চলিতে আরম্ভ করিয়াছে। $\frac{3T}{4}$ সময় পরে অবস্থা চিত্র (iv)-এ দেখান হইয়াছে। এই সময়ে প্রথম কণাটি উহার নীচের প্রান্তবিন্দুতে পৌঁছাইয়াছে। T সময় পরে কণাদের বিভিন্ন অবস্থান চিত্র (v)-এ দেখান হইয়াছে। এই সময়ে প্রথম কণাটি একটি পূর্ণ কম্পন শেষ করিয়াছে। এইভাবে কণাদের উঠা

নামার ফলে তারের মধ্যে তরঙ্গের সৃষ্টি হয়। তরঙ্গটি তারের মধ্য দিয়া একপ্রান্ত হইতে অন্যপ্রান্তে প্রবাহিত হয়। (v) চিত্রে দ্বিতীয় কণাটি তরঙ্গের সর্বনিম্ন অবস্থানে আছে এবং চতুর্থ কণাটি সর্বোচ্চ অবস্থানে আছে। **তরঙ্গের সর্বনিম্ন অবস্থানকে তরঙ্গপাদ (trough) এবং সর্বোচ্চ অবস্থানকে তরঙ্গশীর্ষ (crest) বলে।** কণাগুলি একই বিস্তারের সহিত S. H. M.-তে উঠানামা করে, তবে উহাদের দশা (phase) ভিন্ন হয়। একটি তরঙ্গশীর্ষ (বা তরঙ্গপাদ) হইতে পরবর্তী তরঙ্গশীর্ষ (বা তরঙ্গপাদ)-এর দূরত্বকে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য (wave length) বলে। **একই দশায় অবস্থিত দুইটি নিকটতম কণিকার দূরত্বই তরঙ্গদৈর্ঘ্য।** (v) চিত্রে প্রথম ও পঞ্চম কণিকা একই দশায় আছে। সুতরাং, ইহাদের দূরত্ব=তরঙ্গ দৈর্ঘ্য (λ)। কোন কনিকার পর্যায়কালে তরঙ্গ যত দূরত্বে যায় তাহা তরঙ্গ দৈর্ঘ্য। প্রথম কনিকা যখন একটি পর্যায়কাল সম্পূর্ণ করে তরঙ্গ তখন প্রথম হইতে পঞ্চম কনিকা পর্যন্ত যায়।

মাধ্যমের কোন জায়গায় যদি আলোড়নের সৃষ্টি হয় তাহা হইলে মাধ্যমের কণাগুলি উহাদের সাম্য অবস্থানের এদিক ওদিক গতির দ্বারা আলোড়নটিকে মাধ্যমের মধ্য দিয়া প্রবাহিত করিয়া দেয়। এই ধরণের গতিকে তরঙ্গ গতি (wave motion) বলে।

পুকুরের জলে ঢিল ফেলিলে জলের মধ্য দিয়া ঢেউ প্রবাহিত হয়। জলকণাগুলি উপরে নীচে (প্রায়) উঠানামা করিতে থাকে এবং তরঙ্গ জলের মধ্যে দিয়া চলিয়া যায়।

দুই ধরণের কম্পনের জন্য তরঙ্গের সৃষ্টি হইতে পারে (১) তির্যক তরঙ্গ (transverse wave) (২) অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ (longitudinal wave)।

21.2 তির্যক তরঙ্গ : মাধ্যমের কণাগুলি যদি তরঙ্গের গতির দিকের সহিত লম্বভাবে কাঁপিতে থাকে তবে সেই তরঙ্গকে তির্যক তরঙ্গ বলে।

একটি তারের এক প্রান্ত বাঁধিয়া অন্য প্রান্ত হাত দিয়া উঠানামা করিলে তরঙ্গটি তারের মধ্য দিয়া একপ্রান্ত হইতে অন্যপ্রান্তে যায়। কিন্তু কণাগুলি তারের সহিত লম্বভাবে কাঁপিতে থাকে। কণাগুলির কম্পনে কি ভাবে তির্যক তরঙ্গের সৃষ্টি হয় তাহার বর্ণনা আমরা 2.1 চিত্রে দিয়াছি।

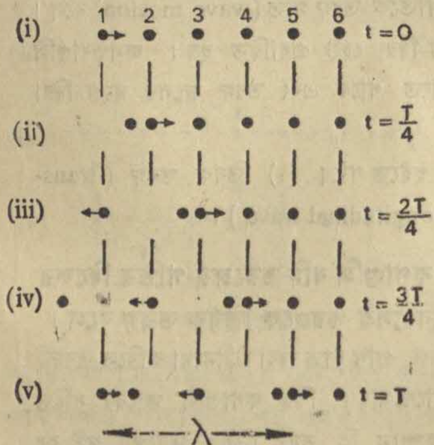
21.3 অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ : মাধ্যমের কণাগুলি তরঙ্গের গতির দিকে একই রেখায় থাকে এবং কণাগুলি এই রেখা বরাবর এদিক ওদিক কাঁপে, তাহা হইলে সেই তরঙ্গকে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ বলে।

একটি স্প্রিং-এর একপ্রান্ত আবদ্ধ আছে। এখন মুক্ত প্রান্ত হাত দিয়া স্প্রিং বরাবর সামনে পিছনে টানা হইল। দেখা যাইবে যে মুক্ত প্রান্তের এই আলোড়ন স্প্রিং-এর

মধ্য দিয়া প্রবাহিত হইবে। গতি স্প্রিং-এর এক পাক হইতে অন্য পাকে যাইবে। কোন মুহূর্তে স্প্রিং-এর কোন অংশ উহার সাধারণ দৈর্ঘ্য অপেক্ষা সংকুচিত হইবে, আবার কোন অংশ প্রসারিত হইবে। এইভাবে সংকোচন (compression) এবংপ্রসারণ (rarefaction) দ্বারা তরঙ্গ স্প্রিং-এর মধ্য দিয়া প্রবাহিত হইবে।

কোন গ্যাসের মধ্য দিয়া শব্দ মাধ্যমের অণুগুলির সংকোচন ও প্রসারণ দ্বারা প্রবাহিত হয়। যে কোন মাধ্যমেই শব্দ তরঙ্গ অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গে চলে।

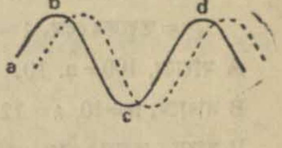
21.2 চিত্রে আমরা 6টি কণার গতি আলোচনা করিতেছি। কণাগুলি তরঙ্গের গতি বরাবর কাঁপিতে থাকে। মনে করি, উহাদের পর্যায় কাল T। মনে করি একটি কণা হইতে পরবর্তী কণার গতি যাইতে সময় লাগে $\frac{T}{4}$। (i) চিত্রে কণাগুলির প্রাথমিক অবস্থান দেখান হইয়াছে। এই সময়ে প্রথম কণাটি সামনের দিকে মাত্র চলিতে আরম্ভ করিয়াছে। $\frac{T}{4}$ সময় পরে (চিত্র ii) প্রথম কণাটি দ্বিতীয় কণাটির কাছাকাছি আসে। প্রথম ও দ্বিতীয় কণার মধ্যে স্থান সংকুচিত হয়। প্রথম কণাটি উহার কম্পনের ডানদিকের প্রান্ত-বিন্দুতে আসিয়া উপস্থিত হয়। এখান হইতে কণাটি আবার ফিরিয়া চলিয়া যাইবে। দ্বিতীয় কণাটি এই সময়ে মাত্র সামনে চলিতে আরম্ভ করিয়াছে। $\frac{T}{2}$ সময় পরে (চিত্র iii) প্রথম কণা উহার পূর্ব অবস্থানে ফিরিয়া আসে এবং বামদিকে মাত্র চলিতে থাকে। সেই সময়ে দ্বিতীয় ও তৃতীয় কণিকা কাছাকাছি আসে। $\frac{3T}{4}$ সময় পরে (চিত্র iv) প্রথম কণিকা বামদিকের প্রান্তবিন্দুতে আসিয়া উপস্থিত হয়। প্রথম দ্বিতীয় ও তৃতীয় কণিকা উহাদের স্বাভাবিক দূরত্ব অপেক্ষাও দূরে থাকে। T সময় পরে কণিকাদের অবস্থান v চিত্রে দেখান হইয়াছে। প্রথম ও দ্বিতীয়, চতুর্থ ও পঞ্চম কণিকারা কাছাকাছি থাকে। আবার দ্বিতীয়, তৃতীয় ও চতুর্থ কণিকা উহাদের প্রাথমিক স্বাভাবিক দূরত্ব অপেক্ষাও দূরে থাকে। এইভাবে সংকোচন ও প্রসারণ দ্বারা



চিত্র 21.2

আলোড়ন মাধ্যমের ভিতর দিয়া অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের সাহায্যে যায়। কণিকাগুলি তরঙ্গের গতির রেখায় সরল স্পন্দিত গতিতে চলে, তবে উহাদের দশা ভিন্ন হয়। একই দশায় অবস্থিত দুইটি নিকটতম কণিকার দূরত্বকে তরঙ্গদৈর্ঘ্য বলে। (v) চিত্রে প্রথম ও পঞ্চম কণিকা একই দশায় আছে। ইহাদের দূরত্ব=তরঙ্গ দৈর্ঘ্য (λ)। আবার কোন কণিকার এক পর্যায়কালে তরঙ্গ যত দূরত্বে যায় তাহাই তরঙ্গ দৈর্ঘ্য। প্রথম কণিকা যখন একটি পর্যায়কাল সম্পূর্ণ করে তরঙ্গ তখন প্রথম হইতে পঞ্চম কণিকা পর্যন্ত যায়।

21.4 চল তরঙ্গ (Progressive wave) : কোন তরঙ্গের তরঙ্গশীর্ষ এবং তরঙ্গপাদ (কিংবা সংকোচন এবং প্রসারণ) যদি এক বিন্দু হইতে অন্যবিন্দুতে তরঙ্গের গতির দিকে চলিতে থাকে তবে তাহাকে চল তরঙ্গ (Progressive or propagating wave) বলে। কোন বিরাট স্থির পুকুরে একটা ঢিল ফেলিলে সেখান হইতে তরঙ্গ বাহিরের দিকে চলিতে থাকে। ইহা চল তরঙ্গের একটি উদাহরণ। কোন এক মুহূর্তে চল তরঙ্গ যদি abcd অবস্থানে থাকে পর মুহূর্তে উহা ডট্ রেখার অবস্থান গ্রহণ করে—তরঙ্গশীর্ষ এবং তরঙ্গপাদ দুইই একটু আগাইয়া যায় (চিত্র 21.3)।



চিত্র 21.3

21.5 কম্পনাঙ্ক (Frequency) : তরঙ্গের গতির জন্য প্রতি সেকেণ্ডে একটি কণিকা যতবার কম্পন সম্পূর্ণ করে তাহাকে কম্পনাঙ্ক বলে। যদি কণিকার পর্যায়কাল T সেকেণ্ড হয় তবে কম্পনাঙ্ক n হইল

$$n=\frac{1}{T}$$

21.6 তরঙ্গদৈর্ঘ্য, কম্পনাঙ্ক ও তরঙ্গগতির সম্পর্ক (Relation between wavelength, frequency and velocity of the wave) : যদি কোন কণিকার পর্যায়কাল T হয় তবে T সময়ে তরঙ্গ λ (তরঙ্গদৈর্ঘ্য) দূরত্ব যায়। অতএব তরঙ্গের

বেগ $V=\frac{\lambda}{T}$

যেহেতু $n=\frac{1}{T}$, $\quad\therefore v=n\lambda$ ... (21.1)

সমীকরণ $n=\frac{v}{\lambda}$ হইতে আমরা তরঙ্গের কম্পনাঙ্কের নিম্নরূপ সংজ্ঞা দিতে পারি : কোন বিন্দুর উপর দিয়া প্রতি সেকেণ্ডে যতগুলি পূর্ণ্যদৈর্ঘ্য তরঙ্গ বাহিয়া যায় তাহাকে তরঙ্গের কম্পনাঙ্ক বলে।

উদাহরণ (Example) :

কোন নির্দিষ্ট কম্পনাঙ্কের সহিত কাঁপিতেছে এমন কোন বস্তু A মাধ্যমের ভিতর দিয়া 10 সে. মি. দৈর্ঘ্যের এবং B মাধ্যমের ভিতর দিয়া 12 সে. মি. দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ প্রেরণ করে। A মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ 100 সে. মি./সেকেণ্ড। B মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ নির্ণয় করে। (A body vibrating with certain frequency sends waves 10 cms. long through a medium A and 12 cms. long through a medium B. The velocity of waves in A is 100 cms./sec. Find the velocity in B.)

আমরা জানি $v=n\lambda$

v = তরঙ্গের বেগ, λ = তরঙ্গদৈর্ঘ্য, n = কম্পনাঙ্ক

A মাধ্যমে, $100=n.\ 10$, $\therefore\ n=10$

B মাধ্যমে, $n=10$, $\lambda=12$ cms., $v=120$ cms./sec.

B মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ = 120 cms./sec.

21.7 বিস্তার (Amplitude) : তরঙ্গের গতির সঙ্গে সঙ্গে মাধ্যমের কণিকাগুলি সরল সুসঙ্গত গতিতে চলে। কণিকার সরল সুসঙ্গত গতির বিস্তারকে (মধ্য অবস্থান হইতে কণিকার সর্বোচ্চ দূরত্বকে) তরঙ্গের বিস্তার বলে।

21.8 দশা (Phase) : প্রত্যেকটি কণিকার গতি সরল সুসঙ্গত হইলেও কোন মুহূর্তে উহারা একই সঙ্গে একই দিকে যায় না, বিভিন্ন কণিকা বিভিন্ন দশায় থাকে। আমরা নিম্নলিখিত S.H.M. দ্বারা প্রথম কণিকার সরণ y বর্ণনা করিতে পারি

$$y=a\sin\omega t. \quad \cdots \quad (21\cdot2)$$

কণিকার দশা = ωt, কৌণিক বেগ = $\omega=2\pi n$,

n = কম্পনাঙ্ক = $\frac{1}{T}$, T = পর্যায়কাল।

(21.2) সমীকরণটি প্রথম কণিকার গতি বর্ণনা করিতেছে। আবার যেহেতু $n=\frac{v}{\lambda}$, আমরা প্রথম কণিকার জন্য লিখিতে পারি

$$y=a\sin\frac{2\pi}{\lambda}.vt \quad \cdots \quad (21\cdot3)$$

পরবর্তী কণিকাগুলি পরে চলিতে আরম্ভ করে। প্রথম কণিকা হইতে x দূরত্বে অবস্থিত কোন কণিকার গতির জন্য আমরা লিখিতে পারি

$$y=a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x) \quad \cdots \quad (21\cdot4)$$

যখন $x=\lambda$. $y=a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-\lambda)=a\sin\frac{2\pi}{\lambda}vt$

অতএব প্রথম ও λ-দূরত্বে অবস্থিত কণিকা দুইটি একই দশায় থাকে। প্রথম কণিকা হইতে x_1 এবং x_2 দূরত্বে অবস্থিত দুইটি কণিকার দশা যথাক্রমে

$$\phi_1=\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x_1);\ \phi_2=\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x_2)$$

$\therefore$ ইহাদের দশার অন্তর$=\phi_1-\phi_2=\frac{2\pi}{\lambda}(x_2-x_1)$

$x_2-x_1=$দুইটি কণিকার পথের দূরত্ব

$\therefore$ **দশার অন্তর**$=\frac{2\pi}{\lambda}\times$ **পথের দূরত্ব** ... ... (21 5)

অতএব দুইটি কণিকার দশার অন্তর যদি 2π হয় (কণিকা দুইটি একই দশায় অবস্থিত) তাহা হইলে উহাদের মধ্যের দূরত্বকে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য (λ) বলে।

আমরা জানি দুইটি কণিকা একই দশায় থাকে যখন $\phi_1-\phi_2=2n\pi$, $n=0, 1, 2......$। অতএব দুইটি কণিকা একই দশায় থাকিলে উহাদের পথের দূরত্ব$=n\lambda$, $n=0, 1, 2......$। আবার যখন $\phi_1-\phi_2=(2n+1)\pi$, $n=0, 1, 2,......$ কণিকা দুইটি বিপরীত দশায় থাকে, তখন উহাদের পথের দূরত্ব$=(2n+1)\frac{\lambda}{2}$, $n=0, 1, 2,\cdots$

21.9 তরঙ্গের প্রতিফলন ও প্রতিগমন (Reflection and Transmission of waves) : কোন তরঙ্গ এক মাধ্যমের ভিতর দিয়া গিয়া যখন দ্বিতীয় মাধ্যমে পড়ে তখন তরঙ্গের এক অংশ প্রথম মাধ্যমে প্রতিফলিত (reflected) হইয়া ফিরিয়া আসে, এক অংশ দ্বিতীয় মাধ্যমে প্রতিগামী (transmitted) হয় এবং অন্য অংশ শোষিত (absorbed) হয়।

আলোক তরঙ্গের মত শব্দ তরঙ্গও একই নিয়মে প্রতিফলিত ও প্রতিসারিত (refracted) হয়। প্রতিফলনের সময় (i) আপতিত রশ্মি, প্রতিফলিত রশ্মি ও প্রতিফলন তলের উপর অভিলম্ব একই তলে থাকে, এবং (ii) আপতন কোণ$=$ প্রতিফলন কোণ। প্রতিসরণের সময় (i) আপতিত রশ্মি, প্রতিসরিত রশ্মি ও প্রতিসারিত তলের উপর অভিলম্ব একই তলে থাকে, এবং (ii) আলোক কিংবা শব্দ তরঙ্গ যখন এক মাধ্যম হইতে অন্য মাধ্যমে যায় তখন ইহার বেগের পরিবর্তন হয়। যদি প্রথম ও দ্বিতীয় মাধ্যমে বেগ v_1 এবং v_2 হয় তবে

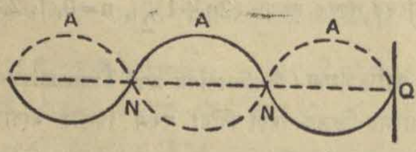
$$\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{v_1}{v_2}$$

$i=$আপতন কোণ, $r=$প্রতিসরণ কোণ।

21.10 তরঙ্গের উপরিস্থাপন (Superposition of waves) : একটি কণিকার উপর একসঙ্গে একাধিক তরঙ্গ ক্রিয়া করিলে প্রত্যেকটি তরঙ্গের জন্যই কণিকার সরণ ঘটে। কণিকার লব্ধি সরণ তরঙ্গগুলির সরণের ভেক্টর যোগ হয়। ইহাকে উপরিস্থাপন নীতি (Superposition principle) বলে। বিভিন্ন অবস্থায় তরঙ্গের উপরিস্থাপনের ফলে স্থাণু তরঙ্গ (Stationary wave), ব্যাতিচার (Interference), অধিকম্প (Beat) ইত্যাদি ঘটনার সৃষ্টি হয়।

21.10 (i) স্থাণুতরঙ্গ (Stationary waves) : কোন তরঙ্গের তরঙ্গশীর্ষ এবং তরঙ্গপাদ, কিংবা সংকোচন ও প্রসারণ যদি একই জায়গায় থাকে, সম্মুখে অগ্রসর না হয়, তাহাকে স্থাণু তরঙ্গ বলে। একই বিস্তার ও একই তরঙ্গ দৈর্ঘ্য যুক্ত দুইটি প্রগামী তরঙ্গ কোন মাধ্যমের ভিতর দিয়া একই গতিতে বিপরীত দিকে যায় এবং একটির উপর অন্যটি আরোপিত হয় তাহা হইলে স্থাণু তরঙ্গের সৃষ্টি হয়।

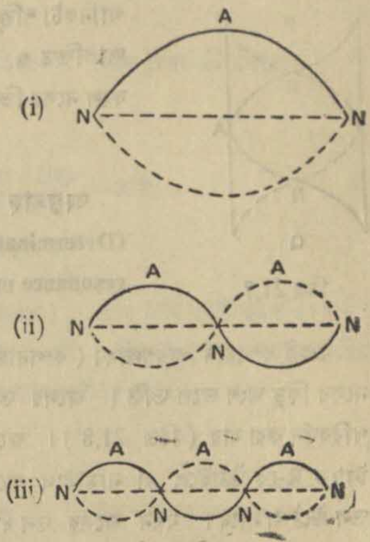
উদাহরণ : (a) তারের কম্পন : একটি লম্বা তারের একপ্রান্ত Q দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ আছে (চিত্র 21.4)। অন্য প্রান্তটি হাতের সাহায্যে একটি নির্দিষ্ট পর্যায় কালের সহিত উঠানামা করিলে দেখা যাইবে যে তরঙ্গ তারের মধ্য দিয়া প্রবাহিত হইতেছে। তরঙ্গ Q বিন্দুতে গিয়া প্রতিফলিত হইবে এবং প্রতিফলিত তরঙ্গ বিপরীত দিকে আসিবে। আপতিত ও প্রতিফলিত তরঙ্গের ফলে স্থাণু তরঙ্গের সৃষ্টি হইবে। ইহার ফলে কোন কোন বিন্দু (N) একদম স্থির থাকিবে (চিত্র 21.4)। ইহাদের নিস্পন্দ বিন্দু (nodes) বলে। আবার কোন কোন বিন্দু সর্বোচ্চ বিস্তারের সহিত কাঁপিতে থাকে। ইহাদের সুস্পন্দ বিন্দু (antinodes) বলে। একটি নিস্পন্দ বিন্দু দুইটি সুস্পন্দ বিন্দুর ঠিক মাঝখানে থাকে। দুইটি নিকটবর্তী সুস্পন্দ বিন্দু (বা নিস্পন্দ বিন্দু)-র মধ্যবর্তী দূরত্ব $=\frac{\lambda}{2}$ $\lambda=$ তরঙ্গ দৈর্ঘ্য।



চিত্র 21.4

একটি তারের দুই প্রান্ত আবদ্ধ থাকিলে তারের দুই আবদ্ধ প্রান্তের কোন গতি হয় না এবং দুই প্রান্তে নিস্পন্দ বিন্দুর সৃষ্টি হয় (চিত্র 21·5)। ইহাদের মধ্যে যদি একটি সুস্পন্দ বিন্দু থাকে এবং সমগ্র তারটি একটি অখণ্ড অংশে কাঁপিতে থাকে তাহা হইলে তারটি মূল কম্পনাঙ্কের (fundamental frequency) সহিত কাঁপে (চিত্র i)।

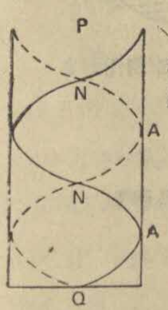
তারের দৈর্ঘ্য যদি l হয় তাহা হইলে তরঙ্গদৈর্ঘ্য $= 2l$। মনে করি মূল কম্পনাঙ্ক $= n$ আবার তার যদি দুইটি অংশে কাঁপে (চিত্র ii) অর্থাৎ দুই প্রান্তবিন্দুর মাঝখানে একটি নিস্পন্দ বিন্দু থাকে তাহা হইলে উহা 2n কম্পনাঙ্কের সহিত কাপে। এই অবস্থায় তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $= l$। তারটি যদি তিন অংশে কাঁপে (চিত্র iii) অর্থাৎ দুই প্রান্তবিন্দুর মধ্যে দুইটি নিস্পন্দ বিন্দু থাকে তাহা হইলে 3n কম্পনাঙ্কের সহিত কাঁপে। এখানে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $= \frac{2l}{3}$। তারটি যখন 2n, 3n,···ইত্যাদি কম্পনাঙ্কের সহিত কাঁপে তখন বলা হয় যে ইহার কম্পনে অধিস্বর (over tone) আছে।



চিত্র 21.5

(b) নলের বায়ুস্তম্ভে শব্দতরঙ্গের প্রতিফলন :

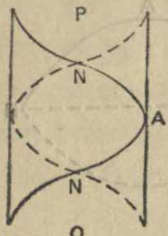
(i) আবদ্ধ প্রান্ত : মনে করি PQ নলের Q প্রান্ত বদ্ধ (চিত্র 21 6)। যখন শব্দের অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ Q প্রান্তে আসিয়া পড়ে তখন আবদ্ধ প্রান্ত হইতে তরঙ্গ প্রতিফলিত হয়। Q প্রান্তের সংলগ্ন বাতাসের স্তর কোন গতিলাভ করে না এবং এখানে একটি নিস্পন্দ বিন্দুর সৃষ্টি হয়। আপতিত ও প্রতিফলিত তরঙ্গের যুগ্মক্রিয়ায় নলের ভিতর বায়ুস্তম্ভে অনুদৈর্ঘ্য স্থায়ু তরঙ্গের সৃষ্টি হয়। ইহার ফলে যে সকল বিন্দু (N) স্থির থাকে এবং কোন গতি পায় না তাহাদের নিস্পন্দ বিন্দু বলে। আবার যে সকল বিন্দু (A) সর্বোচ্চ বিস্তারের সহিত কাঁপে তাহাদের সুস্পন্দ বিন্দু বলে। দুইটি নিকটবর্তী নিস্পন্দ বিন্দু (বা সুস্পন্দ বিন্দু)-র ভিতর দূরত্ব $= \frac{\lambda}{2}$, $\lambda =$ তরঙ্গ দৈর্ঘ্য।



চিত্র 21.6

(ii) মুক্ত প্রান্ত : নলের মুক্ত প্রান্তে শব্দ তরঙ্গ আসিয়া পৌঁছাইলে মুক্ত প্রান্ত হইতেও তরঙ্গ প্রতিফলিত হয়। এ ক্ষেত্রে মুক্তপ্রান্ত সংলগ্ন বায়ুকনিকা সর্বোচ্চ বিস্তারের সহিত কাঁপিতে থাকে (চিত্র 21.7)। ফলে মুক্ত প্রান্তে একটি সুস্পন্দ বিন্দুর সৃষ্টি হয়।

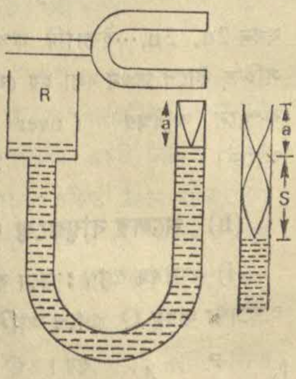
এক্ষেত্রে মুক্ত প্রান্তে তরঙ্গের প্রতিফলন কেবলমাত্র আংশিক হয়, কারণ, তরঙ্গের খানিকটা শক্তি নলের বাহিরে মুক্ত প্রান্ত দিয়া চলিয়া যায়। আপতিত ও প্রতিফলিত তরঙ্গের বিস্তার একই হয় না। ফলে নলের ভিতরে কোন বিন্দুই পুরাপুরি স্থির থাকে না।



চিত্র 21.7

অনুনাদ পদ্ধতিতে বাতাসে শব্দের গতি নির্ণয় (Determination of the speed of sound in air by resonance method) :

একটি কম্পমান স্বরশলাকা (কম্পনাঙ্ক = n) নলের খোলা প্রান্তে ধরা হইল। নলের কিছু অংশ জলে ভর্তি। জলের তলের পরিবর্তন করিয়া নলের বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য পরিবর্তন করা যায় (চিত্র 21.8)। জলের ট্যাংক R-কে উঠাইলে বা নামাইলে জলের তল উঠে বা নামে। যখন জলের তল ধীরে ধীরে নীচে নামান হয় তখন এক অবস্থায় শব্দের তীব্রতা সবচেয়ে বেশী হয়। মনে করি নলের উপর হইতে জলতলের দূরত্ব = a। জলের তল আরো নীচে নামান হইল। আবার শব্দের তীব্রতা বেশী হইবে যখন নলের উপর হইতে জলতলের দূরত্ব = a + s। তীব্রতা সবচেয়ে বেশী হয় যখন বায়ুস্তম্ভের কম্পনাঙ্কের সহিত স্বরশলাকার অনুনাদ হয়। মনে করি,



চিত্র 21.8

s = দুইটি নিকটবর্তী নিস্পন্দ বিন্দুর দূরত্ব

= দুইটি পারস্পরিক (successive) অনুনাদ অবস্থানে জলতলের দূরত্ব

$= \frac{\lambda}{2}$

λ = তরঙ্গ দৈর্ঘ্য

শব্দের বেগ $v = n\lambda = n.2s$.

উদাহরণ :

একটি খোলা নলের দৈর্ঘ্য 50 সে. মি.। শব্দের বেগ 320 মি. / সেকেণ্ডে ধরিয়া মূল স্বরের কম্পনাঙ্ক নির্ণয় কর। (An open pipe is 50 cms. long. If the

velocity of sound is taken to be 320 metres per sec. find the frequency of its fundamental note.)

নলের মুক্ত প্রান্ত দুইটিতে সুস্পন্দ বিন্দু হইবে। তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $=\lambda$ হইলে

নলের দৈর্ঘ্য $=\frac{\lambda}{2}=50$ cm.

$\therefore\ \lambda=100$ cms এবং $n=\frac{v}{\lambda}=\frac{320\times 100}{100}=320$

$\therefore$ মূল স্বরের কম্পনাঙ্ক $=320$ কম্পন/সেকেণ্ড

21-10 (ii) **ব্যতিচার (Interference) :** মনে করি দুইটি তরঙ্গ একই দিক প্রবাহিত হইতেছে। উহাদের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য λ একই। উহারা t সময়ে কোন কণিকার উপর একসঙ্গে ক্রিয়া করিয়া y_1 এবং y_2 সরণের সৃষ্টি করিয়াছে।

$$y_1=a_1 \text{ Sin } \frac{2\pi}{\lambda}(vt-x) \tag{1}$$

$$y_2=a_2 \text{ Sin } \left\{\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)+\delta\right\} \tag{2}$$

তরঙ্গ দুইটির বিস্তার a_1 এবং a_2, উহাদের দশার অন্তর $=\delta_1$

আমরা লিখিতে পারি

$$y_1=a_1 \text{ Sin } (\omega t-\alpha_1) \tag{3}$$

$$y_2=a_2 \text{ Sin } (\omega t-\alpha_2) \tag{4}$$

এখানে $\alpha_1=\frac{2\pi}{\lambda}x$, $\alpha_2=\frac{2\pi}{\lambda}(x-\delta)$, $\omega=\frac{2\pi}{\lambda}v$

দুইটি তরঙ্গের উপরিস্থাপনের ফলে মনে করি কণিকার লব্ধি সরণ y, এবং কণিকাটি যে সরল সুষম গতি লাভ করে তাহার বিস্তার মনে করি R।

$$\therefore\ y=y_1+y_2=R \text{ Sin } (\omega t-\alpha) \tag{5}$$

এই সমীকরণ যদি যে কোন সময়ের জন্য সত্য হয়, তাহা হইলে

$$\text{(i) } \omega t=0 \text{ জন্য, } R \text{ Sin } \alpha=a_1 \text{ Sin } \alpha_1+a_2 \text{ Sin } \alpha_2 \tag{6}$$

$$\text{এবং (ii) } \omega t=\frac{\pi}{2} \text{ জন্য, } R \text{ Cos } \alpha=a_1 \text{ Cos } \alpha_1+a_2 \text{ Cos } \alpha_2 \tag{7}$$

(6) ও (7) হইতে পাই

$$\tan\ \alpha=\frac{a_1 \text{ Sin } \alpha_1+a_2 \text{ Sin } \alpha_2}{a_1 \text{ Cos } \alpha_1+a_2 \text{ Cos } \alpha_2} \tag{8}$$

$$\text{এবং } R^2=a_1^2+a_2^2+2a_1a_2 \text{ Cos } \delta \tag{9}$$

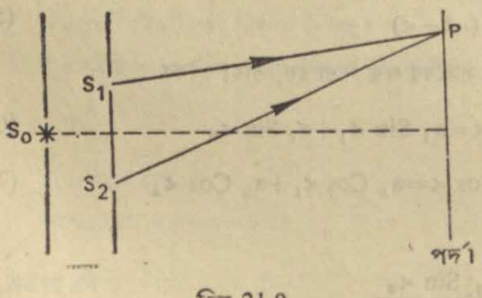
(9) সমীকরণের জন্য আমরা (6) ও (7)-এর বর্গ লইয়া যোগ করিয়াছি। দুইটি তরঙ্গের যুগ্ম ক্রিয়ায় কণিকার গতি (5) সমীকরণ হইতে পাই ; α এবং R-এর মান (8) ও (9) হইতে নির্ণয় করি।

বিশেষ অবস্থা : (i) $\delta=2n\pi$, n=0. 1, 2,……অর্থাৎ দুইটি তরঙ্গ একই দশায় কণিকার উপর ক্রিয়া করিতেছে। লব্ধি সরণের বিস্তার=$R= a_1+a_2$. অতএব দুইটি তরঙ্গ পরস্পর মিলিত হইয়া কণিকার সর্বোচ্চ বিস্তারের সৃষ্টি করে। ইহাকে তরঙ্গের গঠনাত্মক বা রচনাত্মক ব্যতিচার (Constructive interference) বলে।

(ii) $\delta=(2n+1)\pi$, n=0, 1, 2,……অর্থাৎ তরঙ্গ দুইটি বিপরীত দশায় কণিকার উপর ক্রিয়া করিতেছে। এই অবস্থায় (9) সমীকরণে Cos δ ইহার সর্বনিম্ন মান (−1) পায় এবং লব্ধি কম্পনের বিস্তার ও সর্বনিম্ন হয় $R=a_1 \sim a_2$. অতএব দুইটি তরঙ্গ বিপরীত দশায় ক্রিয়া করিয়া কণিকার সর্বনিম্ন বিস্তারের সৃষ্টি করে। ইহাকে তরঙ্গের ধ্বংসাত্মক ব্যতিচার (destructive interference) বলে।

অতএব দুইটি তরঙ্গ বিভিন্ন দশায় বিভিন্ন বিন্দুতে মিলিত হইয়া কণিকার বিভিন্ন বিস্তার সৃষ্টি করিতে পারে। এই ঘটনাকে ব্যতিচার বলে। সমান তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের দুইটি তরঙ্গের ক্রিয়ায় কোন স্থানে মনে করি ব্যতিচারের প্যাটার্নের সৃষ্টি হইয়াছে অর্থাৎ কোথাও কণিকা সর্বোচ্চ বিস্তারের সহিত কাঁপিতেছে, আবার কোথাও সর্বনিম্ন বিস্তারের সহিত কাঁপিতেছে। এই প্যাটার্নকে স্থায়ী করিতে হইলে কোন বিন্দুতে দশার অন্তর δ-কে অপরিবর্তিত রাখিতে হইবে। অর্থাৎ তরঙ্গ দুইটির উৎসের আপেক্ষিক দশা অপরিবর্তিত থাকিবে। এই ধরণের উৎসকে সম্বন্ধ উৎস (coherent sources) বলে।

ইয়ংয়ের পরীক্ষা (Young's Experiment) : S_0 উৎস হইতে কোন নির্দিষ্ট তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলোক তরঙ্গ নির্গত হইতেছে (চিত্র 21.9)। S_1 এবং S_2 হইল পর্দার উপর সদৃশ দুইটি স্লিট (slit) [রৈখিক ছিদ্র]। S_1 এবং S_2 হইতে আলোক তরঙ্গ নির্গত হইবে, উহারা একই উৎস S_0 দ্বারা আলোকিত। ইহার ফলে S_1 এবং S_2 সম্বন্ধ উৎস হইবে। S_1 এবং S_2 হইতে সমান দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ পর্দার



চিত্র 21.9

কোন বিন্দু P-তে আসিয়া পড়ে। P বিন্দুতে আপতিত তরঙ্গ দুইটির পথের দূরত্ব = $\triangle = S_2P - S_1P$। আমরা জানি এই পথের দূরত্ব যদি $n\lambda$ ($n=0, 1, 2, \cdots\cdots$) হয় (সমীকরণ (21·5) তাহা হইলে তরঙ্গ দুইটি একই দশায় P বিন্দুতে ক্রিয়া করিবে এবং সর্বোচ্চ বিস্তারের সৃষ্টি করিবে। আবার এই পথের দূরত্ব $\triangle$ যদি $(2n+1)\ \frac{\lambda}{2}$ হয় ($n=0, 1, 2, \cdots\cdots$), তাহা হইলে ইহারা বিপরীত দশায় ক্রিয়া করিবে। পর্দার বিভিন্ন স্থানের জন্য বিভিন্ন মানের $\triangle$ হইবে এবং বিন্দুর সরণের বিস্তার বিভিন্ন হইবে। সর্বোচ্চ বিস্তারের স্থানে উজ্জ্বল আলোক এবং সর্বনিম্ন বিস্তারের স্থানে কম আলোক দেখা যাইবে। পর্দায় উজ্জ্বল ও অন্ধকার স্থান দেখিতে পাওয়া যাইবে। ইহা তরঙ্গের ব্যতিচারের ফলে উৎপন্ন হইয়াছে।

21.10 (iii) অধিকম্প (Beat) : প্রায় সমান কম্পনাঙ্কের দুইটি স্বর শলাকা হইতে এক সংগে শব্দ নির্গত হইলেও উহারা কান হইতে একই দূরত্বে থাকিলে একসংগে কানের পর্দায় শব্দ আসিয়া আঘাত করে। ইহাদের মিলিত ক্রিয়ায় আমরা যে শব্দ শুনি তাহা পর্যায়ক্রমে জোরে ও আস্তে হয়। আমরা বলি যে ইহাতে অধিকম্পের উৎপত্তি হইয়াছে। অধিকম্পের উৎপত্তির জন্য দুইটি স্বরশলাকার কম্পনাঙ্কের অন্তর কম হওয়া দরকার। যদি উহাদের কম্পনাঙ্কের অন্তর গড় মানের 6%-এর চেয়ে বেশী হয় তবে সাধারণতঃ আমরা দুইটি স্বরশলাকার আওয়াজ আলাদা ভাবে শুনিতে ও বুঝিতে পারি এবং ইহাতে অধিকম্পের উৎপত্তি হয় না। যদি একটির কম্পনাঙ্ক $\upsilon_1=200$ cps (cycles per second) এবং অন্যটির কম্পনাঙ্ক ইহার চেয়ে 5 cps বেশী বা কম হয় তাহা হইলে আমাদের কান ও মস্তিষ্ক ইহাদের আওয়াজ আলাদা করিতে পারে না। এই অবস্থায় দুইটি স্বরশলাকার যুগ্ম ক্রিয়ায় অধিকম্পের উৎপত্তি হয় অর্থাৎ মিলিত শব্দের তীব্রতা (loudness) পর্যায়ক্রমে বাড়িতে ও কমিতে থাকে। নিয়ম হইতেছে **স্বরশলাকার কম্পনাঙ্ক υ_1 এবং υ_2 হইলে প্রতি সেকেণ্ডে $\upsilon_1 \sim \upsilon_2$ সংখ্যক অধিকম্প শোনা যায়।** একটি তীব্র (বা ক্ষীণ) শব্দ হইতে পরবর্তী তীব্র (বা ক্ষীণ) শব্দ শুনিতে যে সময় লাগে তাহাকে অধিকম্পের পর্যায়কাল বলে এবং এই সময়ে একটি অধিকম্প উৎপন্ন হয়।

মনে করি একটি স্বরশলাকার কম্পনাঙ্ক 200 cps এবং অন্যটির 195 cps। দুইটি স্বরশলাকাকেই এক সঙ্গে কাঁপান হইল। ইহাদের দ্বারা বাতাসে সংকোচন ও প্রসারণ হইবে এবং শব্দ তরঙ্গ প্রবাহিত হইবে। মনে করি প্রথমে কানের পর্দায় দুইটি স্বরশলাকা একসংগে সংকোচনের সৃষ্টি করিয়াছে। দুইটি কম্পনই একই দশায় থাকায় উহাদের মিলনে একটা তীব্র আওয়াজ উৎপন্ন হইবে। $\frac{1}{10}$ সেকেণ্ড

পর প্রথম স্বরশলাকা 20 কম্পন সম্পূর্ণ করে এবং দ্বিতীয়টি করে $19\frac{1}{2}$ কম্পন। সুতরাং প্রথম স্বরশলাকা হইতে সংকোচন এবং দ্বিতীয়টি হইতে প্রসারণ কানের পর্দায় মিলিত হইবে। ইহাদের কম্পন বিপরীত দশায় থাকে। একটি ক্রিয়া অপরটি নষ্ট করিয়া দেয় এবং ফলে একটি ক্ষীণ শব্দ উৎপন্ন হইবে। আবার $\frac{2}{10}$ সেকেণ্ড পর দুইটি কম্পন একই দশায় আসিবে—আওয়াজ তীব্র হইবে। এইভাবে পর্যায়ক্রমে তীব্র ও ক্ষীণ শব্দ শোনা যাইবে। এক্ষেত্রে প্রতি সেকেণ্ডে 5টি অধিকম্পের সৃষ্টি হয়।

উদাহরণ : একটি স্বরশলাকা প্রথমে 256 কম্পনাঙ্কের অন্য একটি স্বরশলাকার সহিত একই স্বরে কাঁপিত। ইহার বাহুতে অল্প পরিমাণে মোম লাগানোর ফলে ইহা এখন সেকেণ্ডে 4টি অধিকম্প সৃষ্টি করে। এখন এই স্বরশলাকার কম্পনাঙ্ক কত? (A tuning fork originally in unison with another fork of frequency 256 produces 4 beats per second when a little wax is attached to it. What is its frequency now ?)

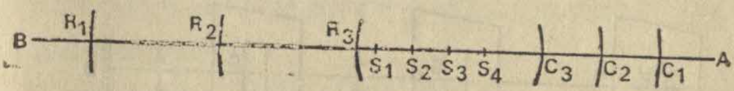
যেহেতু সেকেণ্ডে 4টি অধিকম্প হয় ইহার কম্পনাঙ্ক $256+4=260$ অথবা $256-4=252$। কিন্তু স্বরশলাকার বাহুতে মোম দিলে কম্পনাঙ্ক কমিয়া যায়। অতএব এখন ইহার কম্পনাঙ্ক 252।

21.11 ডপলার ক্রিয়া (Doppler's effect) : রেল স্টেশনের প্ল্যাটফর্মে কোন লোক দাঁড়াইয়া আছে। হুইসল্‌কারী কোন ইঞ্জিন যদি লোকটির দিকে আসে তখন হুইস্‌ল বেশ চড়া (কম্পনাঙ্ক বেশী) মনে হইবে। আবার ইঞ্জিন যখন লোকটি হইতে দূরে চলিয়া যায় তখন হুইস্‌ল কম চড়া (কম্পনাঙ্ক কম) মনে হইবে। প্রথম ক্ষেত্রে হুইস্‌লের তারত্ব (pitch) বেশী এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে তারত্ব কম মনে হয়। শব্দসৃষ্টিকারী বস্তুটি যদি স্থির শ্রোতার দিকে আসে, অথবা শ্রোতা যদি শব্দসৃষ্টিকারী স্থির বস্তুর দিকে যায়, তখন কম্পনাঙ্ক বেশী মনে হয়। আর শব্দের উৎস যদি স্থির শ্রোতা হইতে দূরে চলিয়া যায় অথবা শ্রোতা স্থির উৎস হইতে দূরে চলিয়া যায়, তখন কম্পনাঙ্ক কম মনে হয়। **শব্দের উৎস এবং শ্রোতার আপেক্ষিক গতির জন্য কম্পনাঙ্কের আপাত পরিবর্তন ঘটে—এই ঘটনাকে ডপলার ক্রিয়া বলে।**

যখন শব্দের উৎস এবং শ্রোতা স্থির থাকে তখন প্রতি সেকেণ্ডে শ্রোতার কানে যতগুলি পূর্ণ দৈর্ঘ্য তরঙ্গ আসিয়া পড়ে তাহা উৎস হইতে প্রতি সেকেণ্ডে নির্গত পূর্ণ দৈর্ঘ্য তরঙ্গের সংখ্যার সহিত সমান হয়। অর্থাৎ এই অবস্থায় উৎসের শব্দের কম্পনাঙ্ক এবং শ্রোতার কাছে প্রতীয়মান কম্পনাঙ্ক সমান হয়। কিন্তু যখন শ্রোতা এবং উৎস পরস্পরের দিকে অগ্রসর হয় তখন উৎস হইতে প্রতি সেকেণ্ডে নির্গত

তরঙ্গের সংখ্যা একই থাকে, তবে শ্রোতার কানে প্রতি সেকেণ্ডে বেশী সংখ্যক তরঙ্গ আসিয়া পড়ে, ফলে শ্রোতার কাছে বেশী কম্পনাঙ্ক প্রতীয়মান হয়। আবার শ্রোতা এবং উৎস যদি পরস্পরের নিকট হইতে দূরে সরিয়া যায় তবে শ্রোতার কানে প্রতি সেকেণ্ডে কম সংখ্যাক তরঙ্গ আসিয়া পড়ে এবং কম্পনাঙ্ক কম বলিয়া মনে হয়।

ডপলার ক্রিয়ার চিত্র : মনে করি কোন শব্দের উৎস a বেগে A শ্রোতার দিকে চলিয়াছে (চিত্র 21·10)। শব্দের বেগ = V এবং $a < V$। মনে করি 0, t, 2t...



চিত্র 21.10

সময়ে উৎসের অবস্থান যথাক্রমে $S_1, S_2, S_3 \cdots$। এখন 3t সময়ে পরে S_1 হইতে নির্গত শব্দ A-এর দিকে C_1 পর্যন্ত এবং শ্রোতা B-র দিকে R_1 পর্যন্ত যাইবে।

$$S_1 C_1 = S_1 R_1 = 3tV$$

t সময়ে উৎস S_2 অবস্থানে থাকে। অতএব S_2 অবস্থানে উৎস হইতে শব্দ বাহির হইয়া 2t সময়ে A-এর দিকে C_2 পর্যন্ত এবং B-এর দিকে R_2 পর্যন্ত যাইবে।

$$S_2 C_2 = S_2 R_2 = 2tV$$

2t সময়ে উৎস S_3 অবস্থানে থাকে। অতএব S_3 অবস্থান হইতে শব্দ নির্গত হইয়া t সময়ে A-এর দিকে C_3 পর্যন্ত এবং B-এর দিকে R_3 পর্যন্ত যাইবে।

$$S_3 C_3 = S_3 R_3 = t\,V$$

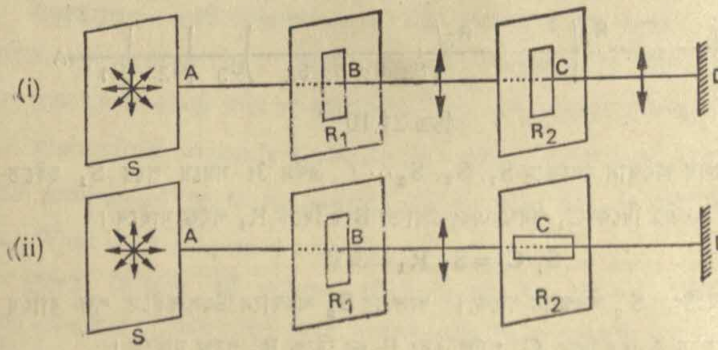
শব্দের উৎসের প্রাথমিক অবস্থান ছিল S_1। এখন 3t সময়ের পরে উৎসের বিভিন্ন অবস্থান S_1, S_2, S_3 হইতে নির্গত শব্দ তরঙ্গাগ্র (wave front)-এর অবস্থান চিত্রে দেখান হইয়াছে। A-এর দিকে তরঙ্গগুলি কাছাকাছি এবং B-এর দিকে তরঙ্গগুলি দূরে দূরে থাকে। ফলে A-এর দিকে তরঙ্গদৈর্ঘ্য কম এবং B-এর দিকে তরঙ্গদৈর্ঘ্য বেশী মনে হয়। এখন

শব্দের বেগ = তরঙ্গদৈর্ঘ্য × কম্পনাঙ্ক

সুতরাং A-এর কাছে কম্পনাঙ্ক বেশী এবং B-এর কাছে কম্পনাঙ্ক কম বলিয়া প্রতীয়মান হয়। মনে রাখিতে হইবে যে ডপলার ক্রিয়ার জন্য উৎসের বেগ যেন শব্দের বেগের চেয়ে বেশী না হয়।

21·12 সমবর্তন (Polarisation) : মনে করি ABCD একটি লম্বা তার দুইটি সরু স্লিট (slit) R_1 এবং R_2-এর মধ্য দিয়া গিয়াছে (চিত্র 21.11)।

স্লিটের ফাঁক তারের ব্যাসের চেয়ে সামান্য বেশী। তারের D প্রান্ত দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ এবং A প্রান্তকে হাত দিয়া তারের দৈর্ঘ্যের সহিত লম্বভাবে কাঁপান হইল। তারের AB অংশে তির্যক তরঙ্গের সৃষ্টি হইবে। এই অংশের যে কোন বিন্দু তারের সহিত লম্বভাবে যে কোন দিকে কাঁপিতে পারে। তারের সহিত লম্বভাবে বিভিন্ন দিকের কম্পন S-এ দেখান হইয়াছে। কিন্তু R_1 স্লিটের মধ্য দিয়া কেবলমাত্র এক ধরণের কম্পনই যাইতে পারে। যে সকল কম্পন R_1 স্লিটের সহিত



চিত্র 21.11

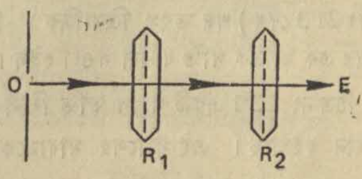
সমান্তরাল তাহারাই R_1-এর মধ্য দিয়া প্রবাহিত হইতে পারে। অতএব BC অংশে তারের বিভিন্ন বিন্দুর কম্পনের একটি নির্দিষ্ট দিক আছে এবং ইহার দিক R_1 স্লিটের সহিত সমান্তরাল। BC অংশে যে তরঙ্গের সৃষ্টি হয় তাহাকে সমবর্তিত তরঙ্গ **(polarised wave)** বলে। তারের AB অংশে যে তরঙ্গের সৃষ্টি হয় তাহাতে তারের কোন বিন্দুর কম্পনের কোন নির্দিষ্ট দিক নাই—এই তরঙ্গকে অসমবর্তিত তরঙ্গ **(unpolarised wave)** বলে। অতএব R_1 স্লিটের একটি বিশেষ গুণ আছে যে ইহা অসমবর্তিত তরঙ্গের বিভিন্ন দিকের কম্পন হইতে কেবলমাত্র একটি বিশেষ দিকের কম্পনই বাছিয়া লইতে পারে এবং সমবর্তিত তরঙ্গ সৃষ্টি করে। R_1 স্লিটকে সমবর্তন উৎপাদক **(polariser)** বলে।

(i) চিত্রে R_2 স্লিট R_1-এর সহিত সমান্তরাল। ইহার ফলে BC-এর মধ্যে যে তির্যক তরঙ্গের সৃষ্টি হয় তাহা R_2-এর মধ্য দিয়া প্রবাহিত হইতে পারে এবং আমরা CD অংশেও তির্যক তরঙ্গ পাই। R_2 স্লিটকে যদি আমরা ক্রমশ ঘুরাইতে থাকি তাহা হইলে CD অংশের কম্পন ক্রমশ কমিতে থাকিবে। R_2 যখন R_1-এর সহিত লম্বভাবে থাকে তখন BC-এর তরঙ্গ R_2 দিয়া প্রবাহিত হইতে পারে না এবং তারের CD অংশে কোন কম্পন থাকে না (চিত্র ii)। অতএব R_2 এক অবস্থানে সমবর্তিত তরঙ্গকে

প্রবাহিত করিয়া দেয় এবং অন্য অবস্থানে সমবর্তিত তরঙ্গকে বন্ধ করিয়া দেয়। R_2 স্লিটকে বিশ্লেষক (analyser) বলে।

তারের তির্যক তরঙ্গে একটি নির্দিষ্ট দিকে কম্পনের সৃষ্টি করিয়া আমরা সমবর্তিত তরঙ্গ সৃষ্টি করিতে পারি। ঠিক একই ঘটনা হয় আলোক তরঙ্গের ক্ষেত্রে। আলোকের তির্যক তরঙ্গের গতির সহিত লম্বভাবে কম্পন যে কোন দিকে থাকিলে অসমবর্তিত আলোক (unpolarised light) পাই। অসমবর্তিত আলোক তরঙ্গ হইতে একটি বিশেষ পদ্ধতিতে একটি নির্দিষ্ট দিকের কম্পন বাছিয়া লইলে আমরা সমবর্তিত আলোক (polarised light) পাই।

সাধারণ আলোক (সূর্যের আলোক কিংবা কোন সাধারণ উৎস হইতে নির্গত আলোক) অসমবর্তিত হইয়া থাকে। O বিন্দু হইতে নির্গত অসমবর্তিত আলোক টারমালিন কেলাস (tourmalin crystal) R_1-এর ভিতর দিয়া গিয়া সমবর্তিত হয় (চিত্র 21·12)। R_1 কেলাস ঠিক তারের তির্যক তরঙ্গের R_1 স্লিটের মত ব্যবহার করে। যখন R_2 টারমালিন কেলাসের অক্ষ R_1-এর সহিত সমান্তরাল হয় তখন সমবর্তিত আলোক R_2-এর মধ্য দিয়া চলিয়া যায়। অতএব এই অবস্থায় R_2-এর পিছনে চোখ (E) রাখিলে আমরা চোখে আলোক পাইব। R_2-কে ধীরে ধীরে ঘুরাইলে আলোর উজ্জ্বলতা ক্রমশ কমিতে থাকে এবং যখন R_2-এর অক্ষ R_1-য়ের অক্ষের সহিত লম্ব হয় তখন কোন আলোই চোখে আসিয়া পড়ে না। R_2-এর সাহায্যে আমরা সমবর্তিত আলোক বিশ্লেষণ করিতে পারি—ইহাকে বিশ্লেষক বলে। অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গে সমবর্তন ঘটে না। আলোর সমবর্তন ঘটনা প্রমাণ করে যে আলোক তরঙ্গ তির্যক।



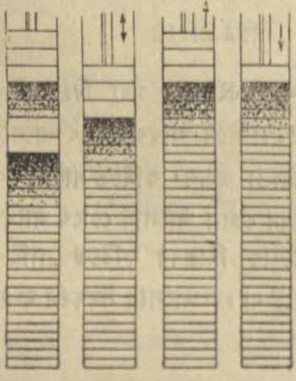
চিত্র 21.12

দ্বাবিংশ পরিচ্ছেদ

শব্দ তরঙ্গ ও আলোক তরঙ্গ

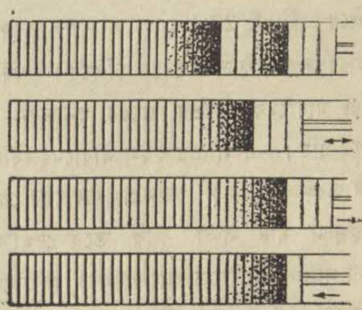
22.1 **শব্দ তরঙ্গের প্রকৃতি :** শব্দ তরঙ্গ হইল অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ (Longitudinal wave)। এই তরঙ্গ জড়, তরল এবং বায়বীয় পদার্থের ভিতর দিয়া যাইতে পারে। কিন্তু কোন বাস্তব মাধ্যম ব্যতীত শূন্যস্থানের ভিতর দিয়া এই তরঙ্গ যাইতে পারে না। এই তরঙ্গের বেগের দিক এবং মাধ্যমের বস্তুকণার কম্পনের দিক একই। শব্দতরঙ্গ যখন কোন মাধ্যমের ভিতর দিয়া যায় তখন সেই মাধ্যমের বস্তুকণাকে কম্পিত করে। ইহা তারের ভিতরে তির্যক কম্পনের অনুরূপ। তবে শব্দ তরঙ্গের কম্পমান অনুদৈর্ঘ্য কম্পন (Art 21·3 দেখ) শব্দ তরঙ্গ ত্রিমাত্রিক। কিন্তু আমাদের আলোচনার সুবিধার জন্য শব্দের এক মাত্রিক গতি ধরিয়া লওয়া হইল।

চিত্র নং 22·1 একটি গ্যাস ভর্তি সিলিণ্ডার এবং ইহার একপ্রান্তে একটি পিস্টন দেখান হইয়াছে। এই গ্যাসের মাধ্যমকে সোজা রেখার দ্বারা কতগুলি স্তরে ভাগ করা হইয়াছে। প্রত্যেক স্তরের ভর একরকম। এই সোজা রেখাগুলি যখন কাছাকাছি আসে তখন বুঝিতে হইবে ঐ স্তরগুলির ভরের ঘনত্ব এবং চাপ বাড়িয়া গিয়াছে। যখন পরস্পর রেখা দুইটি দূরে সরিয়া যায় তখন বুঝিতে হইবে সেই স্তরের চাপ এবং ঘনত্ব কম। এই গ্যাসের মাধ্যমকে কতগুলি পৃথক পৃথক অণুর দ্বারা তৈরী না ভাবিয়া ইহাকে একটি সমসত্ব ধারাবাহিক (Continuous) মাধ্যম ধরিয়া লওয়া হইল। এখন যদি পিস্টনটিকে হঠাৎ সামান্য ভিতরের দিকে ঠেলিয়া দেওয়া যায় তবে দেখা যাইবে পিস্টনের সংলগ্ন মাধ্যমের এই সংকুচিত অংশটি সিলিণ্ডারের ভিতরে বাম দিক হইতে ডান দিকে চলিতে থাকিবে। মাধ্যম নিজে কিন্তু একস্থান হইতে অন্যস্থানে যাইবে না। শুধু চাপের পরিবর্তনটি একস্তর হইতে অন্য স্তরে সঞ্চালিত হইবে। আবার পিস্টনটিকে যদি হঠাৎ সামান্য বাহিরের দিকে টানিয়া লওয়া যায় তবে পিষ্টনের সংলগ্ন মাধ্যমের ঘনত্ব এবং চাপ কমিয়া যাইবে। এই নিম্নচাপও



চিত্র 22.1

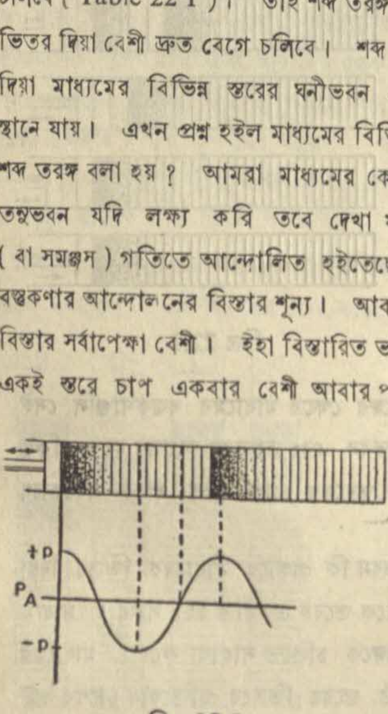
একস্তর হইতে অন্যস্তরে সঞ্চালিত হইবে এবং এইরূপে ইহা মাধ্যমের ভিতর দিয়া চলিতে থাকিবে। এইবার পিস্টনটি যদি বার বার সামান্য ভিতরে এবং বাহিরে চলিতে থাকে তবে মাধ্যমের ভিতর পাশাপাশি অনেকগুলি সংকুচিত এবং প্রসারিত স্তরের সৃষ্টি হইবে এবং মাধ্যমের এই অবস্থা মাধ্যমের ভিতর দিয়া একটি নির্দিষ্ট গতিতে চলিতে থাকিবে। শব্দতরঙ্গও এই ভাবে মাধ্যমের ভিতর দিয়া একস্থান হইতে অন্যস্থানে যায়। এখন পিস্টনের বদলে যদি একটি কম্পমান স্বরশলাকা রাখা যায় তবে দেখা যাইবে স্বর শলাকার বাহু দক্ষিণে এবং বামে পর্যাবৃত্ত গতিতে আন্দোলিত হইতেছে এবং একই প্রকার সংকুচিত এবং প্রসারিত বায়ু স্তরের সৃষ্টি করিতেছে (চিত্র নং 22·1)। মাধ্যমের এই সংকোচনকে বলা হয় **ঘনীভবন** (**compression**) এবং প্রসারণকে বলা হয় **তনুভবন** (**rarefaction**)। এই ঘনীভবন এবং তনুভবন তারের ভিতরে তির্যক কম্পনের অনুরূপ। শুধু তফাৎ হইল শব্দতরঙ্গের ক্ষেত্রে মাধ্যমের বস্তুকণাগুলি সেই দিকেই কম্পিত হয় যে দিকে মাধ্যমের ঘনীভবন এবং তনুভবন অগ্রসর হয়। কিন্তু তারের ক্ষেত্রে বস্তুকণার কম্পনের দিক এবং তরঙ্গের চলার দিক থাকে সমকোণে (**transverse**)।



চিত্র 22.1

এখন দেখা যাউক এই ঘনীভবন এবং তনুভবন কি প্রকারে মাধ্যমের ভিতর দিয়া অগ্রসর হয়। যদি মাধ্যমের স্থিতিস্থাপকতা থাকে তবেই একমাত্র ইহা সম্ভব। মাধ্যম নিজে চলে না, শুধু মাধ্যমের বস্তুকণাগুলি তরঙ্গকে চলিতে সাহায্য করে। মাধ্যমের স্থিতিস্থাপকতার জন্য ঘনীভূত স্তরের বিকৃতি স্তরের ভিতরে প্রতিরোধ চাপের সৃষ্টি করে এবং এই প্রতিরোধ চাপ ঘনীভূত স্তরকে পরমুহূর্তে প্রথমাবস্থায় ফিরাইয়া আনে কিন্তু সম্মুখস্থ পরের স্তর ঘনীভূত হয়। যখনই সম্মুখস্থ স্তর ঘনীভূত হইতে থাকিবে অর্থাৎ পশ্চাতের স্তর প্রথমাবস্থায় ফিরিয়া আসার সময় এই স্তরের উপর চাপ সৃষ্টি করিতে থাকিবে তখন এই স্তরের ভিতরেও প্রতিরোধ চাপের সৃষ্টি হইতে থাকিবে এবং ঘনীভবনের পর প্রতিরোধ চাপ এই স্তরকে পূর্বাবস্থায় ফিরাইয়া আনিবে। এই স্তরের চাপ পরের স্তরে সঞ্চালিত হইবে। এইরূপে এক স্তরের চাপ সম্মুখস্থ স্তরে সঞ্চালিত হয়। সুতরাং মাধ্যমের স্থিতিস্থাপকতার জন্যই ঘনীভবন মাধ্যমের একস্থান হইতে

অন্যস্থানে যাইতে পারে। এইরূপে তনুভবনও মাধ্যমের ভিতর দিয়া একস্থান হইতে অন্য-স্থানে যায়। শব্দতরঙ্গকে তাই যান্ত্রিক তরঙ্গ (mechanical wave) বলা যাইতে পারে। কারণ এই তরঙ্গ মাধ্যমের ভিতরে কোন যান্ত্রিক উপায়ে সৃষ্টি করা যায়। মাধ্যমের স্থিতিস্থাপকতা না থাকিলে এই যান্ত্রিক তরঙ্গ উহার ভিতর দিয়া চলিতে পারিত না। যে মাধ্যমের স্থিতিস্থাপকতা যত বেশী তাহার ভিতর দিয়া এই তরঙ্গ তত বেশী দ্রুত গতিতে চলিবে (Table 22·1)। তাই শব্দ তরঙ্গ বায়ু এবং জল অপেক্ষা লোহা কিম্বা তামার ভিতর দিয়া বেশী দ্রুত বেগে চলিবে। শব্দ তরঙ্গ উৎস হইতে একটি মাধ্যমের ভিতর দিয়া মাধ্যমের বিভিন্ন স্তরের ঘনীভবন ও তনুভবনের সাহায্যে একস্থান হইতে অন্য-স্থানে যায়। এখন প্রশ্ন হইল মাধ্যমের বিভিন্ন স্তরের ঘনীভবন ও তনুভবনকে কেন শব্দ তরঙ্গ বলা হয় ? আমরা মাধ্যমের কোন এক স্তরের (চিত্র 22·1) ঘনীভবন এবং তনুভবন যদি লক্ষ্য করি তবে দেখা যাইবে ঐ স্থানের বস্তুকণাগুলি সরল সুসঙ্গত (বা সমঞ্জস) গতিতে আন্দোলিত হইতেছে। মাধ্যমের যেখানে চাপ বেশী সেখানে বস্তুকণার আন্দোলনের বিস্তার শূন্য। আবার যেখানে চাপের পরিবর্তন শূন্য সেখানে বিস্তার সর্বাপেক্ষা বেশী। ইহা বিস্তারিত ভাবে পরে আলোচনা করা হইবে। কাজেই একই স্তরে চাপ একবার বেশী আবার পরক্ষণে স্বাভাবিক (normal) চাপ অপেক্ষা কম। সুতরাং মাধ্যমের বিভিন্ন জায়গায় চাপের যদি একটি লেখচিত্র অংকন করা যায় তবে উহা তরঙ্গের ন্যায় দেখাইবে (চিত্র নং 22·2)। ঐ চিত্রে সিলিণ্ডারের ভিতর গ্যাস মাধ্যমের বিভিন্ন স্তরের চাপের পরি-বর্তন নিয়ে একটি লেখ দ্বারা দেখান হইল। বায়ুমণ্ডলের চাপ ধরা হইল P_A এবং চাপের পরিবর্তন p। এখন নিম্নের লেখটি একটি তরঙ্গের ন্যায় দেখাইবে। সুতরাং ইহাকে শব্দ তরঙ্গ বলা যাইতে পারে। উপরোক্ত আলোচনা হইতে ইহা বুঝা যাইতেছে যে শব্দ তরঙ্গ বাস্তব স্থিতিস্থাপক মাধ্যম ব্যতীত চলিতে পারে না।



চিত্র 22.2

শব্দ বাস্তব মাধ্যম ব্যতীত চলিতে পারে না তাহা পরীক্ষার দ্বারা প্রমাণ : একটি কাচের আধারের ভিতর একটি ইলেকট্রিক বেল ঝুলাইয়া দেওয়া হইল। এখন পাত্রটির মুখ বন্ধ করিয়া দেওয়া হইল এবং তাহাতে একটি বায়ু নিষ্কাশন পাম্প লাগাইবার ব্যবস্থা করা হইল যাহার ভিতর দিয়া পাত্রটিকে বায়ুশূন্য করা যায়।

এইবার ইলেক্ট্রি বেলটি বাজান হইল। দেখা যাইবে বেলটির আওয়াজ স্পষ্টই শুনিতে পাওয়া যাইতেছে। এইবার বায়ুনিষ্কাশন পাম্প চালান হইল। পাম্প চলাকালীন আওয়াজ আস্তে আস্তে ক্ষীণ হইতে ক্ষীণতর হইয়া আসিবে এবং অবশেষে যখন পাত্রটি প্রায় বায়ুশূন্য হইয়া যাইবে তখন আর বিশেষ কোন আওয়াজ শুনিতে পাওয়া যাইবে না। পাম্পটি বন্ধ করিয়া আধারের মধ্যে বায়ু প্রবেশ করাইলে বেলটি পুনরায় বাজিতে থাকিবে ইহা হইতে প্রমাণ হয় শব্দ শূন্য স্থানের ভিতর দিয়া চলিতে পারে না।

22.2 শব্দের বেগ (Velocity of Sound): পূর্বেই আলোচনা করা হইয়াছে শব্দ কোন স্থিতিস্থাপক মাধ্যম ব্যতীত একস্থান হইতে অন্যস্থানে যাইতে পারে না। ঘনীভবন বা তনুভবন যে গতিতে মাধ্যমের ভিতর দিয়া চলে তাহাই শব্দের বেগ। তাই একটি নির্দিষ্ট দূরত্ব অতিক্রম করিতে শব্দের একটা নির্দিষ্ট সময়ের প্রয়োজন হয়। ১৮২২ খৃষ্টাব্দে কয়েকজন ফরাসী বিজ্ঞানী ইহা পরীক্ষার দ্বারা প্রমাণ করেন। তাঁহারা ১৮ মাইল দূরত্বে দুইটি পাহাড়ের উপর বন্দুক ও স্টপ ঘড়ি সহ দুইজন পর্যবেক্ষক নিযুক্ত করেন। একজন বন্দুক ছুড়িলে অন্য পর্যবেক্ষক বন্দুক ছোড়ার মুহূর্তে বন্দুক হইতে আলোর ঝলক দেখিয়া তৎক্ষণাৎ স্টপ ঘড়ি চালাইল এবং শব্দ কানে শুনিবার পর স্টপঘড়ি বন্ধ করিল। স্টপ ঘড়ির পাঠ হইতে শব্দ কত সময়ে দুই পাহাড়ের ভিতর দূরত্ব অতিক্রম করিল তাহা জানা যাইবে। যদি পাহাড় দুইটির দূরত্ব হয় s এবং t সময়ের ব্যবধানে শব্দ এই দূরত্ব অতিক্রম করে তবে শব্দের বেগ হইবে

$$V = \frac{s}{t}$$

ইহা ছাড়াও বায়ুতে শব্দের বেগ মাপার আরও অনেক পদ্ধতি আছে। ইহাদের ভিতর বায়ুস্তম্ভের অনুনাদের সাহায্যে শব্দের বেগ নিরূপণ একটি পদ্ধতি যাহাতে পরীক্ষাগত ত্রুটি অনেক কম [Art 21.10(i) দেখ]। পরীক্ষার দ্বারা দেখা গিয়াছে শব্দের বেগ (V) বিভিন্ন মাধ্যমে বিভিন্ন রকম। পূর্বেই আমরা আলোচনা করিয়াছি মাধ্যমের স্থিতিস্থাপকতার জন্যই শব্দ সেই মাধ্যমের ভিতর দিয়া চলিতে পারে। স্যার নিউটন প্রথম শব্দের বেগের সহিত মাধ্যমের স্থিতিস্থাপকতার সম্পর্ক নির্ধারণ করেন। তিনি যে সূত্রটি নির্ধারণ করেন তাহা হইল

$$V = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (22.1)$$

K হইল মাধ্যমের আয়তন গুণাঙ্ক এবং ρ মাধ্যমের ঘনত্ব। সুতরাং নিউটনের সমীকরণ হইতে দেখা যাইতেছে যে শব্দের বেগ শুধু মাধ্যমের স্থিতিস্থাপকতা নয় উহার ঘনত্বের উপর নির্ভর করে। আমরা জানি শব্দ তরঙ্গ ত্রিমাত্রিক। তাই ঘনীভবন ও তনুভবনও

ত্রিমাত্রিক হইবে। ঘনীভবন এবং তনুভবনের জন্য মাধ্যমের স্তরে যে বিকৃতি ঘটিবে তাহা আয়তন বিকৃতি এবং তাহার জন্য যে প্রতিরোধ চাপের সৃষ্টি হইবে তাহা আয়তন পীড়ন। তাই শব্দের বেগ আয়তন গুণাঙ্কের উপর নির্ভর করিবে। কিন্তু দেখা গেল নিউটনের সূত্রদ্বারা কেবল ভাল স্থিতিস্থাপক এবং ভাল তাপ পরিবাহিক মাধ্যমের ক্ষেত্রেই শব্দের গতি সঠিক ভাবে নির্ণয় করা যায়। কিন্তু যে সমস্ত মাধ্যমের স্থিতিস্থাপকতা ভাল নয় এবং মাধ্যমের তাপ পরিবাহিতা কম সেই সমস্ত মাধ্যমের ক্ষেত্রে শব্দের গতি নিউটনের সূত্রদ্বারা নির্ণয় করিলে দেখা যায় উহা পরীক্ষার দ্বারা লব্ধ শব্দের বেগ হইতে কম। যেমন বায়বীয় মাধ্যমের ক্ষেত্রে নিউনের সূত্রের দ্বারা শব্দের বেগ সঠিক ভাবে নির্ণয় করা যায় না। আমরা জানি বায়ুর স্থিতিস্থাপকতা এবং তাপ পরিবাহিতা কম। কাজেই নিউটন যে অনুমানের (assumption) উপর নির্ভর করিয়া (22.1) সমীকরণটি নির্ধারণ করিয়াছিলেন তাহা এই রকম মাধ্যমের ক্ষেত্রে ভাল ভাবে প্রযোজ্য নয়। তিনি ধরিয়া লইয়াছিলেন যে শব্দ তরঙ্গ যখন কোন গ্যাস বা বায়ু মাধ্যমের ভিতর দিয়া বিস্তৃতি লাভ করে তখন মাধ্যমের ঘনীভবন বা তনুভবনের ফলে মাধ্যমের সেই স্তরের তাপমাত্রার কোন পরিবর্তন হয় না। এই অবস্থায় দেখান যায়, $K=P$। যেখানে P হইল বায়ুমণ্ডলের চাপ। সুতরাং নিউটনের গতিবেগ সম্পর্কিত সূত্রকে বায়বীয় মাধ্যমের ক্ষেত্রে দেখা যায়,

$$V=\sqrt{\frac{P}{\rho}}\ \frac{cm}{Sec} \qquad (22.2)$$

এই সমীকরণের সাহায্যে N. T. P. তে শব্দের বেগ নির্ধারণ করিলে দেখা যাইবে,

$$V=\sqrt{\frac{76\times 13.6\times 980}{.001293}}=280\ m/Sec.$$

[N. T. P তে বায়ুর ঘনত্ব $= .001293\ gm/cm^3$]

কিন্তু N. T. P তে পরীক্ষার দ্বারা নিরূপিত শব্দের বেগের মান 332 m/Sec। কাজেই দেখা যাইতেছে যে বায়বীয় মাধ্যমের ক্ষেত্রে নিউটনের সূত্রের সাহায্যে শব্দের বেগ সঠিক ভাবে নির্ধারণ করা সম্ভব নয়।

22.3 লাপ্লাসের সূত্র (Laplace's formula): পূর্বেই আলোচনা করা হইয়াছে কিরূপে পরীক্ষার দ্বারা শব্দের বেগ নিরূপণ করা যায়। দেখা গিয়াছে শব্দের বেগ বায়ুমণ্ডলের আর্দ্রতা এবং তাপমাত্রার উপর নির্ভর করে। একটি নির্দিষ্ট আর্দ্রতায় এবং তাপমাত্রায় শব্দের বেগ মাপিয়া দেখা গেল যে নিউটনের সূত্র (22.2.) হইতে নির্ধারিত ফলের সহিত ভাল মিলিতেছে না। লাপ্লাস এই গরমিলের কারণ নির্ধারণ করেন। তিনি বলেন বায়ুর তাপ পরিবহন ক্ষমতা অত্যন্ত কম। বায়বীয়

মাধ্যমে ঘনীভবন এবং তনুভবন এত দ্রুত হয় যে তাহার জন্য তাপবৃদ্ধি এবং তাপ হ্রাস অবশ্যম্ভাবী। বায়ুর তাপ পরিবাহিতা অত্যন্ত কম বলিয়া তাপ একস্থান হইতে অন্যস্থানে দ্রুত চলিয়া যাইতে পারে না। তাই ঘনীভবন স্তরে তাপ বৃদ্ধি হইবেই। তিনি নিউটনের সিদ্ধান্ত সম্বন্ধে সন্দেহ প্রকাশ করেন। তিনি বলেন মাধ্যমের তাপ পরিবাহিতা যদি বেশী হয় তবে সেই ক্ষেত্রে নিউটনের সিদ্ধান্ত প্রযোজ্য হইবে। তাই ধাতব মাধ্যমের ক্ষেত্রে সমীকরণ (22.1) ব্যবহার করা যাইবে। কিন্তু বায়বীয় মাধ্যমের তাপ পরিবাহিতা কম তাই এই ক্ষেত্রে নিউটনের সিদ্ধান্ত প্রযোজ্য হইবে না। যেহেতু ঘনীভূত স্তর হইতে তাপ সঙ্গে সঙ্গে পরিবাহিত হইতে পারে না তাই ইহা একটি রুদ্ধ তাপ (Adiabetic) প্রক্রিয়া। এই প্রক্রিয়ায় গ্যাসের অবস্থার সমীকরণ হইল,

$$PV^{\gamma} = \text{ধ্রুবক} = C \quad \cdots \quad (22.3)$$

যেখানে P, V হইল বায়ুর চাপ এবং আয়তন এবং

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\text{স্থির চাপে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ}}{\text{স্থির আয়তনে আপেক্ষিক তাপ}}$$

এখন P এবং V এর মানের যদি অতি সামান্য পরিবর্তন হয় তবে সমীকরণ (22.3) কে নিম্নরূপে লেখা যাইবে,

$$(P+p)\ (V+v)^{\gamma} = C.$$

এখানে p এবং v হইল চাপ এবং আয়তনের পরিবর্তন এবং $P>>p$ ও $V>>v$ সুতরাং লিখিতে পারি,

$$(P+p)V^{\gamma}\left(1+\frac{v}{V}\right)^{\gamma} = C$$

দ্বিপদ (Binomial) সম্প্রসারণের পর

$$(P+p)V^{\gamma}\left(1+\frac{\gamma v}{V}+\cdots\right) = C.$$

যেহেতু $\frac{v}{V} << 1$ তাই দ্বিতীয় সংখ্যা পর্যন্ত রাখিয়া অন্যান্য সংখ্যাগুলিকে বাদ দেওয়া হইল। সুতরাং

$$PV^{\gamma} + pV^{\gamma} + \gamma Pv\ V^{\gamma-1} + \gamma pv\ \ V^{\gamma-1} = C.$$

($\gamma pv\ V^{\gamma-1}$ র মান অত্যন্ত ছোট বলিয়া বাদ দেওয়া হইল। অতএব

$$PV^{\gamma} + pV^{\gamma} + \gamma Pv\ V^{\gamma-1} = C\ PV^{\gamma}$$

অথবা, $pV^{\gamma} + \gamma P v V^{\gamma-1} = 0$

বা $V^{\gamma}[p + \gamma v V^{-1} P] = 0$

$\therefore \quad p + \frac{\gamma v P}{V} = 0$

$\therefore \quad \gamma P = -\frac{p}{v/V}$

আমরা জানি আয়তন গুণাঙ্ক $K = -\frac{p}{v/V}$। সুতরাং সমীকরণ (22·2)টি পরিবর্তন হইয়া যাইবে। উপরোক্ত সিদ্ধান্ত অনুযায়ী গ্যাস মাধ্যমে শব্দের বেগ নিউটনের সূত্রের বদলে নিম্নলিখিত সূত্রানুযায়ী নির্ণীত হইবে—

$$V = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} \quad \cdots \quad (22.4)$$

এখন N. T. P তে বাতাসে শব্দের বেগ,

$$V = \sqrt{\frac{1{\cdot}41 \times 76 \times 13{\cdot}6 \times 980}{{\cdot}001293}} = 332{\cdot}5 \text{ m/sec}$$

এখানে $\gamma = 1{\cdot}41$, সুতরাং দেখা যাইতেছে যে পরীক্ষা লব্ধ ফলের সহিত লাপ্লাস সূত্রের দ্বারা নির্ণীত ফল ভালই মিলিয়া যাইতেছে। ইহা হইতে বুঝা যাইতেছে যে মাধ্যমের স্থিতিস্থাপকতা এবং ঘনত্বই শব্দের বেগ নির্ধারণ করে। ঘনত্ব অপেক্ষা স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক অনেক বেশী বলিয়া শব্দের বেগ নির্ধারণে ইহার প্রাধান্যই বেশী।

Table 22.1 : বিভিন্ন মাধ্যমে শব্দের বেগ

মাধ্যম	বেগ metres/Sec (20°C)
রবার	54
বায়ু	331·3
জল	1450
তামা	3560
লোহা	5130

22.4. গতিশীল অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের সমীকরণ (Equation of travelling longitudinal wave) :

যখন শব্দ তরঙ্গ অগ্রসর হয় তখন মাধ্যমের ঘনীভবন এবং তনুভবন স্তরের যে কোন বিন্দুর সরল সুসঙ্গত গতি হয়। এই বিন্দু বা বস্তুকণা যে দিকে শব্দ তরঙ্গ অগ্রসর হয়

সেই রেখায় সম্মুখে ও পশ্চাতে চলিতে থাকে। কোন সময়ে (t) যদি এই বিন্দুটির স্থানচ্যুতির মান হয় y তবে উহার সরল সুসঙ্গত গতির জন্য লিখিতে পারি (সমীকরণ 21·4),

$$y = a \text{ Sin} \frac{2\pi}{\lambda} (Vt - x) \cdots \cdots \qquad (22{\cdot}5)$$

ইহা গতিশীল অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের সমীকরণ। ইহাকে আবার চাপের পরিবর্তনের দ্বারাও প্রকাশ করা যায়। শব্দ তরঙ্গ যখন অগ্রসর হয় তখন মাধ্যমের যে স্তরে ঘনীভবন আছে পরমুহূর্তে সেই স্তর তনুভবনে রূপান্তরিত হয়। কাজেই মাধ্যমের একই স্থানে একবার চাপ বাড়ে এবং পরক্ষণে কমে। সুতরাং মাধ্যমের ভিতর যখন শব্দ তরঙ্গ অগ্রসর হয় তখন মাধ্যমের যে কোন বিন্দুতে (বিন্দু বলিতে ছোট আয়তন বুঝাইতেছে যাহার মান প্রায় শূন্যের কাছাকাছি) চাপেরও সরল সুসঙ্গত গতি হয়। যদি কোন সময়ে (t) চাপের পরিবর্তন হয় p তবে দেখান যায়,

$$p = p_o \text{ Cos } \frac{2\pi}{\lambda} (Vt - x) \quad \cdots \qquad (22{\cdot}6)$$

যেখানে $p_o = K\rho V^2 a$

ρ = মাধ্যমের ঘনত্ব ; V = শব্দের বেগ

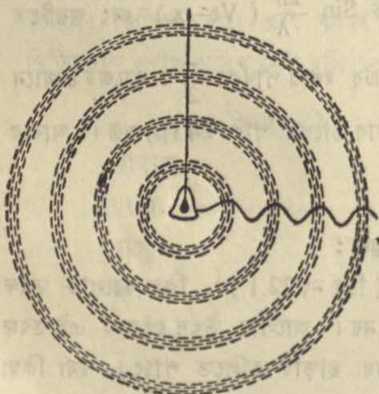
p_o কে বলা হয় চাপ বিস্তার।

(22·5) এবং (22·6) হইতে দেখা যাইতেছে যে দুইটি গতিশীল অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের ভিতর একটি বিশেষ পার্থক্য আছে। একটিতে আছে $\text{Sin} \frac{2\pi}{\lambda} (Vt - x)$ এবং অন্যটিতে $\text{Cos} \frac{2\pi}{\lambda} (Vt - x)$। সুতরাং একটি অন্যটির দশার পার্থক্য $\frac{\pi}{2}$। কাজেই যেখানে বস্তুকণার স্থানচ্যুতি সর্বাপেক্ষা বেশী সেখানকার চাপের পরিবর্তন (p) শূন্য। আবার যেখানে চাপ বেশী, বস্তুকণার স্থানচ্যুতি শূন্য।

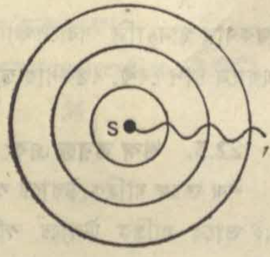
22.5. শব্দ তরঙ্গ এবং আলোক তরঙ্গ :

শব্দ তরঙ্গ যান্ত্রিক উপায়ে সৃষ্টি করা যায় (চিত্র নং 22.1)। কিন্তু আলোক তরঙ্গ এই ভাবে যান্ত্রিক উপায়ে সৃষ্টি করা সম্ভব নয়। আলোর উৎস হইতেই এই তরঙ্গ সৃষ্টি হয়। এই তরঙ্গ কোন বাস্তব মাধ্যম ছাড়াই চলিতে পারে। সূর্য্য কিম্বা তারকার আলো যখন পৃথিবীতে আসে তাহা বেশ কিছুটা শূন্য স্থানের ভিতর দিয়া আসে। কিন্তু শূন্যস্থানের ভিতর দিয়া এই তরঙ্গ কি ভাবে অগ্রসর হয়? শব্দ তরঙ্গের ক্ষেত্রে দেখিয়াছি ইহা স্থিতিস্থাপক মাধ্যমের ভিতর দিয়া অগ্রসর হয়। মাধ্যম ছাড়া এই তরঙ্গ চলিতে পারে না। তাহা ছাড়া আমাদের সাধারণ ধারণা অনুযায়ী আমরা

জানি মাধ্যম ছাড়া শূন্য স্থানে তরঙ্গ সৃষ্টি করা যায় না। তাই আলোক তরঙ্গের জন্য একটি কাল্পনিক মাধ্যম ধরিয়া লওয়া হইয়াছে। এই মাধ্যমের নাম ইথার। পরীক্ষার দ্বারা ইহার অস্তিত্ব এখনও পর্যন্ত প্রমাণ করা সম্ভব হয় নাই। এই মাধ্যমের পূর্ণ স্থিতিস্থাপকতা আছে। ইহা বিশ্বের সমস্ত বস্তুর ভিতর এবং শূন্য স্থানেও বর্তমান। আলোক তরঙ্গ এই মাধ্যমের ভিতর দিয়া অগ্রসর হয়। আলোক তরঙ্গ যখন ইথার মাধ্যমের ভিতর দিয়া অগ্রসর হয় তখন ইহার কণাগুলি এই তরঙ্গকে অগ্রসর হইতে সাহায্য করে। এই তরঙ্গ অগ্রসর হওয়ার সময় ইহার কণাগুলি সরল সুসঙ্গত গতিতে দুলিতে থাকে। এই কম্পন একটি ইথার কণা হইতে অন্য ইথার কণায় সঞ্চারিত হয়। তবে ইহার কণার কম্পনের দিক এবং তরঙ্গের গতির দিক সমকোণে থাকে। ইহা একটি তির্যক তরঙ্গ। শব্দতরঙ্গের ন্যায় ইহা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ নয় কিম্বা ইহার অগ্রগতির জন্য কোন বাস্তব মাধ্যমের প্রয়োজন হয় না। ইহাতে মাধ্যমের ঘনীভবন ও তনুভবন হয় না। তবে এই তরঙ্গও শব্দতরঙ্গের ন্যায় ত্রিমাত্রিক। এক খণ্ড পাথর স্তব্ধজলে ফেলিলে জলের পৃষ্ঠে যে তরঙ্গের সৃষ্টি হয় তাহা দ্বিমাত্রিক। এই তরঙ্গগুলি দেখিতে বৃত্তাকার। এই বৃত্তাকার তরঙ্গকে ব্যাসার্ধের চতুর্দিকে ঘুরাইলে যে তরঙ্গ পাওয়া যাইবে তাহা ত্রিমাত্রিক। এই ত্রিমাত্রিক তরঙ্গটিকে দেখিতে অনেকটা ফাঁপা গোলাকৃতি বলের মত দেখাইবে। ত্রিমাত্রিক তরঙ্গের আকৃতি উৎসের আকৃতির উপর নির্ভর



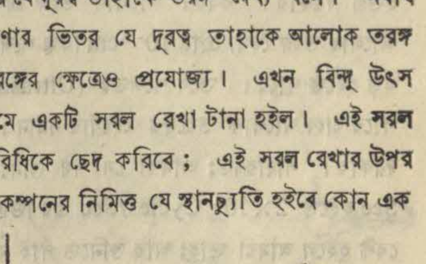
চিত্র 22.3 (a)



চিত্র 22.3 (b)

করিবে। একটি বিন্দু আলোক উৎস হইতে যে আলোক তরঙ্গের সৃষ্টি হইবে তাহা অনেকটা ফাঁপা বলের মতো। এই তরঙ্গ ইথার মাধ্যমের ভিতর দিয়া অগ্রসর হয়। গোলাকৃতি তরঙ্গ পৃষ্ঠে যে ইথার কণাগুলি থাকে তাহারা সরল সুসঙ্গত গতিতে দুলিতে থাকে। যেহেতু ইথার একটি পূর্ণ স্থিতিস্থাপক মাধ্যম তাই একটি ইথার

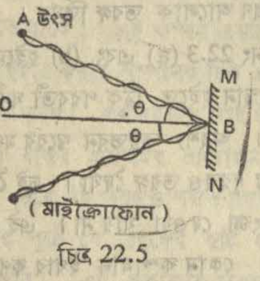
কণা যখন দোলে তখন তাহার পার্শ্ববর্তী ইথার কণাকেও দোলাইয়া দেয়। আবার এই ইথার কণা তাহার পরবর্তী ইথার কণাকে কম্পিত করে। এই ভাবে আলোক তরঙ্গ অগ্রসর হয়। তরঙ্গ অগ্রসর হওয়ার অর্থ গোলাকৃতি তরঙ্গের ব্যাসার্ধ বৃদ্ধি। শব্দ-তরঙ্গও ত্রিমাত্রিক অবস্থায় গোলাকৃতি হইবে যদি শব্দ উৎসটি একটি বিন্দু হয় এবং গোলাকৃতি শব্দতরঙ্গ বায়ুমণ্ডলের ভিতর দিয়া অগ্রসর হইবে। অর্থাৎ এই ক্ষেত্রে ঘনীভবন এবং তনুভবন স্তরগুলি দেখিতে গোলাকৃতি হইবে। আলোক তরঙ্গের ক্ষেত্রে মাধ্যমের ঘনীভবন বা তনুভবন নাই কারণ আলোক তরঙ্গ তির্যক। ইহার কণার কম্পনই মাধ্যমে তরঙ্গ সৃষ্টি করে। চিত্র নং 22.3 (a) এবং (b) হইতে ইহা বুঝা যাইবে। শব্দ তরঙ্গের এক ঘনীভবন স্তরের মধ্যস্থান হইতে ঠিক পরবর্তী ঘনীভবন স্তরের মধ্যস্থান পর্য্যন্ত দৈর্ঘ্যকে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বলে। অবশ্য তনুভবন স্তরের মধ্যস্থান হইতে ঠিক পরবর্তী তনুভবন স্তরের মধ্যস্থান পর্য্যন্ত দূরত্বও তরঙ্গ দৈর্ঘ্য। দুই দৈর্ঘ্যই সমান। কিন্তু এইরূপে আলোক তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের সংজ্ঞা দেওয়া যায় না। এই ক্ষেত্রে কম্পমান ইথার কণার দশার সাহায্য লওয়া হয়। কোন কম্পমান ইথার কণার যে দশা সেই দশায় ঠিক পরবর্তী ইথার কণার যে দূরত্ব তাহাকে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বলে। অর্থাৎ একই দশায় নিকটতম দুইটি ইথার কণার ভিতর যে দূরত্ব তাহাকে আলোক তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বলে। অবশ্য এই সংজ্ঞা শব্দ তরঙ্গের ক্ষেত্রেও প্রযোজ্য। এখন বিন্দু উৎস হইতে (চিত্র নং 22.3) ইথার মাধ্যমে একটি সরল রেখা টানা হইল। এই সরল রেখাটি সমস্ত গোলাকৃতি তরঙ্গের পরিধিকে ছেদ করিবে; এই সরল রেখার উপর যে ইথার কণাগুলি আছে তাহাদের কম্পনের নিমিত্ত যে স্থানচ্যুতি হইবে কোন এক সময়ে যদি তাহাদের ভেক্টর চিত্র অংকন করা যায় তবে তরঙ্গের একমাত্রিক বেগে তাহা কেমন দেখাইবে তাহা চিত্র নং (22.4) এ দেখান হইয়াছে। এখন এই স্থানচ্যুত ইথার কণার অবস্থান বিন্দুগুলিকে যদি একটি রেখার দ্বারা যোগ করিয়া দেওয়া হয় তবে উহা তরঙ্গের ন্যায় দেখাইবে। এখন এই তরঙ্গের যে কোন পরস্পর দুইটি নিকটতম ইথার কণার যাহাদের স্থানচ্যুতি একই দিকে এবং দশা সমান তাহাদের দূরত্বের ব্যবধানকে আলোক তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বলে। চিত্র নং 22.4 এর A এবং B-এর ভিতর যে দূরত্ব তাহা তরঙ্গ দৈর্ঘ্য। অর্থাৎ এক তরঙ্গ শীর্ষ হইতে পরবর্তী তরঙ্গ শীর্ষ পর্য্যন্ত



চিত্র 22.4

দূরত্বই তরঙ্গ দৈর্ঘ্য। তরঙ্গ পাদ হইতে পরবর্তী তরঙ্গ পাদ পর্যন্ত দূরত্বকেও তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বলে। **আলোক তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের একক এনষ্ট্রম (A°)। এক এনষ্ট্রম (1 A°) $=10^{-8}$ cm.** । যেহেতু আলোক তরঙ্গ খুব ছোট তাই নূতন এককে উহার দৈর্ঘ্য মাপা হয়।

22.6. শব্দ তরঙ্গ ও আলোক তরঙ্গের ধর্মের সাদৃশ্য : শব্দ তরঙ্গ এবং আলোক তরঙ্গের ভিতর কতগুলি ধর্মের সাদৃশ্য দেখা যায়। যেমন উভয়েই প্রতিফলন এবং প্রতিসরণের সূত্রগুলি মানিয়া চলে। আমাদের অভিজ্ঞতা হইতে জানি যে বড় দেওয়াল, বাড়ী বা পাহাড়ের সামনে দাঁড়াইয়া কোন শব্দ করিলে শব্দটি প্রতিফলিত হইয়া ফিরিয়া আসে। মনে করি MN একটি প্রতিফলক। AB শব্দ তরঙ্গ উহার উপর পড়িয়া B বিন্দু হইতে BC-র দিকে প্রতিফলিত হইয়াছে (চিত্র নং 22.5)। এখানে আপতন কোণ $\angle ABO$ এবং প্রতিফলন কোণ $\angle OBC$ সমান। আলোক তরঙ্গের ক্ষেত্রেও—ইহা সত্য। তবে আলোক তরঙ্গের ক্ষেত্রে প্রতিফলকটি খুব মসৃণ হওয়া দরকার। কারণ আলোক তরঙ্গ দৈর্ঘ্য শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য হইতে অনেক ছোট।



চিত্র 22.5

আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য প্রায় 10^{-5}cm কিন্তু শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য এক সেন্টিমিটারের চাইতেও বড় হইতে পারে। তবে শব্দেতর (Ultrasonic) তরঙ্গের ক্ষেত্রে 10^{-5} cm হইতে পারে যাহা আলোক তরঙ্গের দৈর্ঘ্যের সমান। এই ক্ষেত্রেও প্রতিফলকটি মসৃণ হওয়া দরকার। সাধারণতঃ আমরা যে শব্দ শুনিতে পাই তাহাদের কম্পনাঙ্ক 20 Cycles/Sec হইতে 2×10^4 Cycles/Sec এর ভিতর থাকে। শব্দের কম্পনাঙ্ক ইহা হইতে বেশী হইলে আমরা তাহা আর শুনিতে পাই না। ইহাকে শব্দেতর তরঙ্গ বলে। ইহার কম্পনাঙ্ক অনেক বেশী হইতে পারে ($\sim 10^8$ Cycles/Sec)।

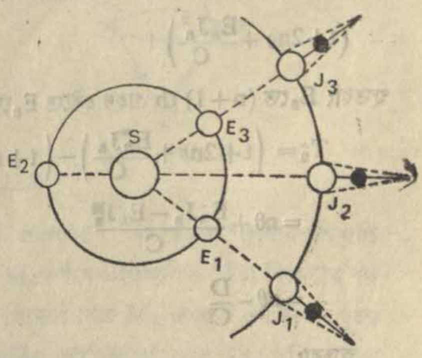
বাতাসে শব্দ করিলে তাহা জলের তলা হইতেও শুনিতে পাওয়া যায়। কারণ জলের ভিতরে শব্দের প্রতিসরণ হয়। তেমনি আলোরও প্রতিসরণ হয়। তাহা ছাড়া আলোর ন্যায় শব্দেরও ছায়া অঞ্চল আছে। যেমন খুব উচ্চ দেওয়ালের এক দিকে আওয়াজ করিলে অন্য দিকে তাহা শুনিতে পাওয়া যায় না বা অত্যন্ত আস্তে আস্তে শুনিতে পাওয়া যায়। শব্দের ন্যায় আলোরও একটা নির্দিষ্ট বেগ আছে। তাহা ছাড়া আরও অন্যান্য ধর্মের মিল আছে। যেমন ব্যতিচার (interference) উভয় ক্ষেত্রেই দেখা যায়। ব্যতিচারের ঘটনা পরে বিস্তারিত ভাবে আলোচনা করা হইবে।

22.7. আলোর বেগ (Velocity of light) :

শব্দ অপেক্ষা আলোর গতি অনেক দ্রুত। সেইজন্য যে যন্ত্রের সাহায্যে শব্দের বেগ-মাপা যায় তাহার সাহায্যে আলোর বেগ মাপা সম্ভব নয়। প্রাচীনকালে মানুষের ধারণা ছিল আলোর বেগ অসীম। বৈজ্ঞানিক গ্যালিলিও প্রথম বলেন আলোর বেগ অসীম নয়, তবে অত্যন্ত দ্রুত। ১৬৭৫ খৃষ্টাব্দে বৈজ্ঞানিক রোমার প্রথম পরীক্ষার দ্বারা আলোর বেগ নিরূপণ করেন এবং দেখান যে আলের বেগ অসীম নয়। শূন্য-স্থানে (Vacuum) আলোর বেগ প্রায় প্রতি সেকেণ্ডে 186000 মাইল। বৈজ্ঞানিক আইনষ্টাইন বলেন, শূন্যস্থানে আলোর বেগই বিশ্বে বেগের চরম সীমা, কোন বস্তু ইহা অপেক্ষা বেশি বেগে চলিতে পারে না। বিভিন্ন বৈজ্ঞানিক বিভিন্ন সময়ে আলোর বেগ মাপেন। ইহাদের কয়েকটি নিম্নে আলোচনা করা হইল।

(i) রোমার পদ্ধতি (Roemer Method) :

বৃহস্পতিগ্রহের চারিটি উপগ্রহ আছে। রোমার আলোর বেগ মাপার জন্য বৃহস্পতির সবচেয়ে কাছের উপগ্রহটি বাছিয়া লন। এই উপগ্রহটি বৃহস্পতিকে 1 দিন 18 ঘণ্টা 28 মিনিটে একবার প্রদক্ষিণ করে। প্রদক্ষিণ কালে একবার করিয়া গ্রহণ হয়। কারণ উপগ্রহটি প্রদক্ষিণ কালে একবার বৃহস্পতির ছায়া অঞ্চলে প্রবেশ করে। কিন্তু বৃহস্পতির সূর্য্যকে একবার প্রদক্ষিণ করিতে সময় লাগে 11.8 বৎসর। যখন পৃথিবী এবং বৃহস্পতির অবস্থান E_1 এবং J_1 (চিত্র নং 22.6) তখন প্রথম উপগ্রহটির গ্রহণকাল পর্যবেক্ষণ করা হইল এবং ঘড়িতে তাহার পাঠ লওয়া হইল। এখন যদি পর্যবেক্ষক বৃহস্পতি গ্রহে থাকিত তবে তাহার ঘড়ি অনুযায়ী গ্রহণের সময় হইত t। কিন্তু বৃহস্পতি হইতে আলো আসিয়া পর্যবেক্ষকের চোখে পড়িলে তবেই



চিত্র 22.6

পৃথিবীর উপর পর্যবেক্ষক সেই গ্রহণ দেখিতে পাইবে। কাজেই পৃথিবীর উপর পর্যবেক্ষকের কাছে গ্রহণ কাল হইবে $\left(t+\frac{E_1J_1}{C}\right)$, যেখানে C হইল আলোর বেগ। যেহেতু পৃথিবীর গতি বৃহস্পতির চাইতে অনেক বেশী তাই পৃথিবী যখন E_2তে যাইবে তখন বৃহস্পতি J_2তে অবস্থান করিবে। অবশ্য তাহার ভিতর উপগ্রহের অনেকবার গ্রহণ হইয়া

যাইবে। ধরা যাউক এই সময়ের ভিতরে উপগ্রহের (n+1) বার গ্রহণ হইয়া গিয়াছে ও পর পর দুইটি গ্রহণের ভিতর সময় θ। সুতরাং পৃথিবীর E_2-তে অবস্থান কালে যখন গ্রহণ হইবে তখন সময় হইবে $\left(t + n\theta + \frac{E_2J_2}{C}\right)$। সুতরাং প্রথম গ্রহণ এবং (n+1) th গ্রহণের ভিতর সময়ের ব্যবধান,

$$T_1=\left(t+n\theta+\frac{E_2J_2}{C}\right)-\left(t+\frac{E_1J_1}{C}\right)$$

$$=n\theta+\frac{E_2J_2-E_1J_1}{C}$$

$$=n\theta+\frac{D}{C}$$

D হইল পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাস। রোমার পৃথিবী এবং বৃহস্পতির কক্ষপথকে বৃত্তাকার ধরিয়া লইয়াছিলেন। পৃথিবীর অবস্থান যখন E_3তে তখন বৃহস্পতির অবস্থান J_3; আবার গ্রহণের সময়ের পাঠ লওয়া হইল। E_2 হইতে E_3 তে যাওয়ার সময়ের ভিতর আবার (n+1) সংখক গ্রহণ হইবে। অর্থাৎ E_1 হইতে E_3র ভিতর মোট গ্রহণ হইবে (2n+1) বার। সুতরাং (2n+1) th গ্রহণের সময় হইবে

$$\left(t+2n\theta+\frac{E_3J_3}{C}\right)।$$

সুতরাং E_2তে (n+1) th গ্রহণ হইতে E_3তে (2n+1) th গ্রহণের সময়ের ব্যবধান,

$$T_2=\left(t+2n\theta+\frac{E_3J_3}{C}\right)-\left(t+n\theta+\frac{E_2J_2}{C}\right)$$

$$=n\theta+\frac{E_3J_3-E_2J_2}{C}$$

$$=n\theta-\frac{D}{C}$$

সুতরাং

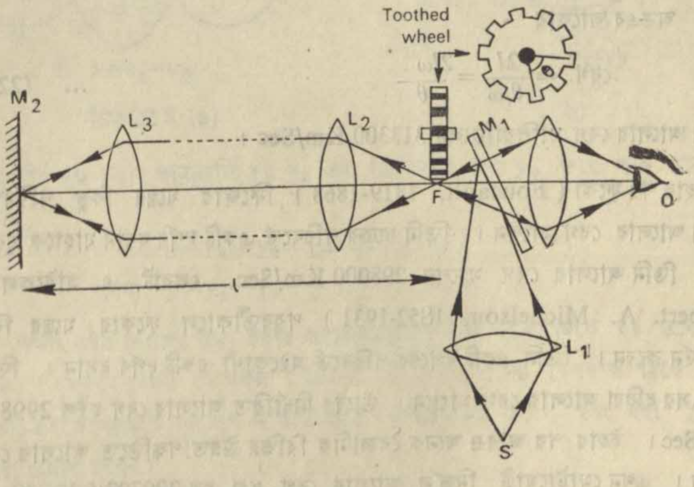
$$T_1-T_2=\frac{2D}{C} \qquad (22.7)$$

রোমার মাপিয়াছিলেন $T_1-T_2=33.2$ minutes এবং পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাস প্রায় 191×10^6 মাইল। সুতরাং রোমার আলোর বেগ নির্ণয় করিয়াছিলেন 192000 miles/sec।

রোমার আলোর বেগ নির্ধারণ নির্ভুল নয় কারণ পৃথিবীর কক্ষপথ বৃত্তাকার নয়। তাহা ছাড়া সময় মাপিবার জন্য তখন কোন ভাল ব্যবস্থাও ছিল না।

(ii) ফিজোর পদ্ধতি (Fizeau's Method) : ফিজো (1819-1896) প্রথম গ্রহ বা উপগ্রহের সাহায্য ছাড়াই পৃথিবীর উপর আলোর বেগ মাপেন। চিত্র নং (22·7) তে ফিজো যে যন্ত্রের দ্বারা আলোর বেগ মাপিয়াছিলেন তাহা দেখান হইল।

আলোর উৎস S হইতে আলোক রশ্মিকে L_1 লেন্স্ এবং M_1 প্রতিফলকের সাহায্যে F বিন্দুতে মিলিত করা হইল। L_2 লেন্সকে এমন ভাবে রাখা হইল যাহাতে F বিন্দুতে L_2 লেন্সের প্রধান ফোকাসটি পড়ে। সুতরাং আলোক রশ্মিগুলি L_2 লেন্সে প্রতিসরণের পর সমান্তরাল হইয়া যাইবে। M_1 প্রতিফলকটি এমন ভাবে তৈরী যাহাতে কিছু আলো প্রতিফলিত হয় এবং বাকী অংশের প্রতিসরণ হয়। M_1



চিত্র 22.7

প্রতিফলকটিকে বলা হয় Half Silvered mirror। সমান্তরাল আলোকরশ্মিগুলি L_3 লেন্সের ভিতর দিয়া প্রতিসরণের পর M_2 দর্পণে প্রতিফলিত হইয়া নিজেদের পথ পাল্টা পাল্টি করিয়া ফিরিয়া আসিবে। ফিজোর যন্ত্রে M_2 এবং F এর ভিতর দূরত্ব ছিল (*l*) 5·36 মাইল। আলো যখন ফিরিয়া আসিয়া M_2 এর উপর পড়িবে কিছু অংশ আলোর প্রতিসরণ হইবে এবং বাকী অংশের প্রতিফলন হইবে। Oতে পর্যবেক্ষক S উৎসের প্রতিবিম্ব (image) দেখিতে পাইবে। F বিন্দুতে একটি চাকা বসান আছে। এই চাকা ঘুরিতে থাকিলে রশ্মি গুচ্ছ পর্যায়ক্রমে চাকার দাঁতে আটকাইবে এবং দুই দাঁতের ফাঁক দিয়া আসিয়া প্রতিবিম্ব সৃষ্টি করিবে। দাঁতের পরিসর এবং দুই দাঁতের মধ্যে দূরত্ব সমান। চাকার বেগ আস্তে আস্তে বাড়ান হইল যাহাতে আলোকরশ্মি 2*l* দূরত্ব ঘুরিয়া আসিতে যে সময় লাগিবে সেই সময়ের মধ্যে চাকার

একটি ফাঁকের স্থানে পরবর্তী ফাঁক আসিয়া যাইবে। অথবা একটি দাঁতের পরিবর্তে পরবর্তী দাঁত আসিয়া যাইবে। প্রথম ক্ষেত্রে S উৎসের পরিষ্কার প্রতিবিম্ব O বিন্দু হইতে দেখা যাইবে এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে কোন প্রতিবিম্ব দেখা যাইবে না। যখন কোন প্রতিবিম্ব দেখা যাইবে না, মনে করি তখন চক্রের কৌণিক বেগ ω। যদি পরপর দুইটি দাঁত চাকার কেন্দ্রে θ কোণ সৃষ্টি করে তবে পরপর দুইটি দাঁত একস্থানে আসিতে সময় লাগিবে θ/ω। সুতরাং আলোক রশ্মির $2l$ দূরত্ব অতিক্রম করিতে সময় লাগে θ/ω। অতএব আলোর

$$\text{বেগ} = \frac{2l}{\theta/\omega} = \frac{2l\omega}{\theta} \qquad \dots \quad (22{\cdot}8)$$

ফিজো আলোর বেগ মাপিয়াছিলেন 313300 Km/Sec।

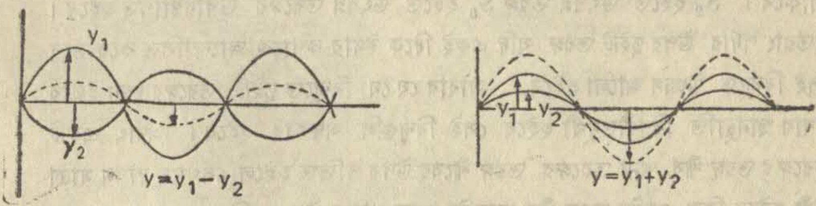
ইহার পর ফুকো (Foucault, 1819-1868) ফিজোর যন্ত্রের কিছু পরিবর্তন করিয়া আলোর বেগ মাপেন। তিনি চক্রের পরিবর্তে একটি দর্পণ বসান যাহাকে ঘুরান যায়। তিনি আলোর বেগ মাপেন 298000 Km/Sec. এলবার্ট. এ. মাইকেলসন্ (Albert. A. Michelson, 1852-1931) পরবর্তীকালে ফুকোর যন্ত্রের কিছু পরিবর্তন করেন। তিনি একটি দর্পণের পরিবর্তে অষ্টকোণী একটি দর্পন বসান। তিনি 50 বৎসর ধরিয়া আলোর বেগ মাপেন। তাঁহার নির্ধারিত আলোর বেগ হইল 299853 Km/Sec। ইহার পর আরও অনেক বৈজ্ঞানিক বিভিন্ন উন্নত পদ্ধতিতে আলোর বেগ মাপেন। এখন মোটামোটি নির্ভুল আলোর বেগ ধরা হয় 299792·5 Km/Sec। ইহা 1964 সালে মাপা হয়। তবে সাধারণতঃ আলোর বেগ 3×10^{10} cm/Sec ধরিয়া লইয়া আমরা বিভিন্ন সমস্যার সমাধান করিয়া থাকি।

22. 8. আলোর ব্যতিচার (Interference of light) :

পূর্বেই আলোচনা করা হইয়াছে, শব্দের ন্যায় আলোও তরঙ্গের সাহায্যে একস্থান হইতে অন্যস্থানে যায়। এই আলোক তরঙ্গ তির্যক। ইথার মাধ্যমের কণাগুলির সরল সুসঙ্গত গতির সাহায্যে আলোক তরঙ্গ অগ্রসর হয়। কিন্তু ইথার কণার কম্পনের দিক তরঙ্গের বেগের দিকের সহিত সমকোণে থাকিবে। যখন দুইটি আলোক তরঙ্গ একটি অন্যটির উপর উপরিস্থাপিত (Superposition) হয় তখন যে লব্ধি তরঙ্গের সৃষ্টি হয় তাহাকে ব্যতিচার বলে। ইহা প্রথম টমাস ইয়ং (Thomas Young) আবিষ্কার করেন। তিনি 1801 সালে এই গবেষণামূলক প্রবন্ধটি রয়্যাল সোসাইটিতে পাঠ করেন। এই তত্ত্ব অনুযায়ী যখন কোন মাধ্যম একাধিক তরঙ্গ দ্বারা একই সঙ্গে বিঘ্নিত (disturbed হয় তখন মাধ্যমের যে কোন বিন্দুতে কণার যে লব্ধি স্থানচ্যুতি হইবে

তাহা প্রত্যেকটি তরঙ্গের নিমিত্ত স্থানচ্যুতির (displacement) algebric যোগফল হইবে। তবে তরঙ্গগুলির বেগ একই দিকে অথবা প্রায় একই দিকে হইতে হইবে।

এই তত্ত্ব অনুযায়ী যখন দুইটি তরঙ্গ একটি অপরটির উপর পতিত হয় তখন যদি



চিত্র 22.8 (a) (b)

প্রথমটির জন্য কণার স্থানচ্যুতি হয় y_1 এবং দ্বিতীয়টির জন্য y_2 তবে লব্ধি স্থানচ্যুতি হইবে,

$$y = y_1 + y_2 \ldots \text{[চিত্র 22·8 (a)]}$$

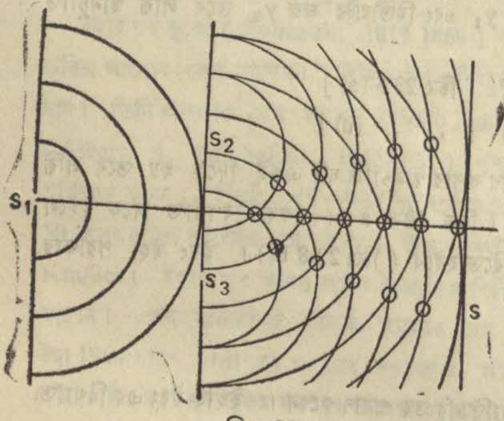
$$\text{অথবা} \quad y = y_1 - y_2 \quad \text{[,, ,, (b)]}$$

অর্থাৎ দুইটি তরঙ্গের জন্য ইথার কণার স্থানচ্যুতি যদি একই দিকে হয় তবে লব্ধি স্থানচ্যুতি হইবে দুইটির যোগফল (চিত্র 22·8 a)। কিন্তু বিপরীত দিকে হইলে একটি হইতে অন্যটিকে বিয়োগ করিতে হইবে (চিত্র 22·8 b)। ইয়ং ইহা পরীক্ষার দ্বারা প্রমাণ করেন।

ইয়ং-এর পরীক্ষা :

ইয়ং আলোক তরঙ্গের দ্বারা ব্যতিচার তত্ত্ব প্রমাণ করেন। ইহাই ইয়ং এর বিখ্যাত আলোর ব্যতিচার পরীক্ষা যাহার দ্বারা তিনি প্রমাণ করেন যে আলোক তরঙ্গের সাহায্যে একস্থান হইতে অন্যস্থানে যায়। তাঁহার পরীক্ষাটি ছিল অত্যন্ত সাধারণ যাহা চিত্র (22.9) তে দেখান হইয়াছে। একটি কার্ড বোর্ডে ক্ষুদ্র একটি পিন্ ছিদ্র (pin hole) S_1 দিয়া সূর্যের আলো অন্য একটি কার্ড বোর্ডের উপর পড়িল। দ্বিতীয় কার্ড বোর্ডে খুব কাছাকাছি দুইটি অনুরূপ ক্ষুদ্র ছিদ্র S_2 ও S_3 আছে। এখন S_1 এর ভিতর দিয়া যে সূর্যের আলো প্রবেশ করিয়াছিল তাহা S_2 ও S_3-র ভিতর দিয়া যাইয়া একটি পর্দা S এর উপর পড়িল। যেহেতু S_2 এবং S_3 ছিদ্র দুইটি S_1 এর সহিত এক লাইনে নাই তাই আলো যদি সরলরেখায় চলে তবে পর্দা S এর উপর কোন আলো পড়া উচিত নয়। কিন্তু দেখা গেল পর্দা S এর উপরে কতগুলি উজ্জল আলোক বিন্দু। পরস্পর দুইটি আলোক বিন্দুর মাঝখানে আছে অন্ধকার বিন্দু। এখন S_2 এবং S_3-র ভিতর যে কোন একটি ছিদ্রকে বন্ধ করিয়া দিলে দেখা যাইবে আলোক বিন্দুগুলিও পর্দার উপর থাকিবে

না। ইয়ং পর্দার উপর আলোক বিন্দুগুলিকে এইরূপে ব্যাখ্যা করেন যে প্রথম ছিদ্র S_1 এর ভিতর দিয়া যে আলোক তরঙ্গ ডান দিকে আসিতেছে তাহা গোলাকৃতি তরঙ্গ। S_1 এই গোলাকৃতি তরঙ্গের উৎস। এখন এই তরঙ্গ S_2 এবং S_3র ভিতরের ইথার কণাগুলিকে একই সঙ্গে আন্দোলিত করিবে। সুতরাং S_2 এবং S_3 দুইটি সম্বন্ধ উৎস (Coherent Sources) হইবে। S_2 এবং S_3 হইতে গোলাকৃতি তরঙ্গ সৃষ্টি হইতে থাকিবে। S_2 হইতে উৎপন্ন তরঙ্গ S_3 হইতে উৎপন্ন তরঙ্গের উপরিস্থাপিত হইবে। সুতরাং পর্দার উপর দুইটি তরঙ্গ যদি একই দিকে ইথার কণাকে আন্দোলিত করে তবে সেই বিন্দুতে উজ্জ্বল আলো হইবে। আবার যে যে বিন্দুতে দুইটি তরঙ্গের জন্য ইথার কণার স্থানচ্যুতি বিপরীতমুখী হইবে সেই বিন্দুগুলি অন্ধকার হইবে। অর্থাৎ একটি তরঙ্গের তরঙ্গ শীর্ষ অন্য তরঙ্গের তরঙ্গ শীর্ষের উপর পতিত হইলে সেখানে দীপন মাত্রা বেশী হইবে কিন্তু একটির তরঙ্গ শীর্ষ অন্যটির তরঙ্গ পাদের উপর পড়িলে সেখানে অন্ধকার দেখাইবে। ইয়ং এই পরীক্ষার দ্বারা দেখান যে দুইটি তরঙ্গ একটির উপর অপরটি পতিত হইলে যে লব্ধি তরঙ্গেই সৃষ্টি হয় তাহার বিস্তার তরঙ্গ দুইটির বিস্তারের algebric যোগফল। আবার আলোর দীপন মাত্রা কোন বিন্দুতে তরঙ্গের বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক। সুতরাং যেখানে দুইটি বিস্তারের যোগ হইবে সেই বিন্দুতে দীপন মাত্রা বেশী হইবে

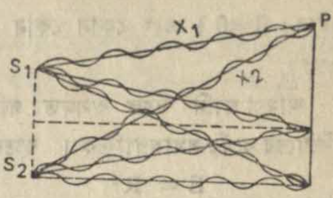


চিত্র 22.9

আবার যেখানে বিয়োগ হইবে সেখানে দীপন মাত্রা খুব কম বা শূন্য হইবে। তবে মনে রাখা দরকার শব্দ তরঙ্গের ক্ষেত্রেও ব্যতিচার তত্ত্ব প্রযোজ্য হইবে যদি শব্দ উৎস দুইটি সম্বন্ধ উৎস হয়।

22.9. ব্যতিচারের তত্ত্ব (Theory of interference) : মনে করি S_1 এবং S_2 দুইটি বিন্দু সম্বন্ধ উৎস এবং S একটি পর্দা (চিত্র 22.10)। পর্দার উপরে P যে কোন একটি বিন্দু। P বিন্দু হইতে S_1 এবং S_2-র দূরত্ব যথাক্রমে x_1 এবং x_2। এখন S_1 উৎস হইতে আলোক তরঙ্গ উৎপন্ন হইয়া উহা চতুর্দিকে ছড়াইয়া পড়িবে। এই তরঙ্গ x_1 দূরত্ব অতিক্রম করিয়া P বিন্দুতে ইথার কণাকে আন্দোলিত করিবে।

তদ্রূপ S_2 উৎস হইতে যে তরঙ্গ উৎপন্ন হইবে তাহাও চতুর্দিকে ছড়াইয়া পড়িবে ও এই তরঙ্গ x_2 দূরত্ব অতিক্রম করিয়া একই সঙ্গে P বিন্দুতে ইথার-কণাকে দোলাইবে। যদি P বিন্দুতে ইথার-কণার বিস্তার প্রত্যেক তরঙ্গের জন্য হয় a এবং তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য λ, তবে P ইথার-কণার t সময়ে স্থানচ্যুতি y_1-কে সমীকরণ (22.5) অনুযায়ী লেখা যায়,



চিত্র 22.10

$$y_1 = a \ \text{Sin} \frac{2\pi}{\lambda}(ct - x_1) \qquad \ldots \qquad (22.9)$$

আবার S_2 উৎস হইতে যে তরঙ্গ উৎপন্ন হইয়া একই সময়ে P বিন্দুকে দোলাইবে তাহার সমীকরণ,

$$y_2 = a \ \text{Sin} \ \frac{2\pi}{\lambda}(ct - x_2) \qquad \ldots \qquad (22.10)$$

এই দুইটি তরঙ্গ P বিন্দুতে যে লব্ধি-তরঙ্গের সৃষ্টি করিবে তাহা

$$y = y_1 + y_2 = a \ \text{Sin} \frac{2\pi}{\lambda}(ct - x_1) + a \ \text{Sin} \frac{2\pi}{\lambda}(ct - x_2).$$

$$= 2a \cos \frac{\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) \ \text{Sin} \ \frac{2\pi}{\lambda}\left(ct - \frac{x_1 + x_2}{2}\right) \ \ldots \ (2.11)$$

$$\left[\because \ \text{Sin A} + \text{Sin B} = 2 \cos \frac{A - B}{2} \ \ \text{Sin} \ \frac{A + B}{2} \right]$$

সুতরাং এই লব্ধি-তরঙ্গের বিস্তার হইল

$$R = 2a \cos \frac{\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) \qquad \ldots \qquad (22.12)$$

কারণ সমীকরণ (22.11)-এর এই অংশটুকুই সময়ের উপর নির্ভর করে না। $(x_2 - x_1)$ হইল দুইটি তরঙ্গ যে পথ অতিক্রম করিয়াছে তাহার ব্যবধান (path difference)। P বিন্দুকে পর্দার বিভিন্ন স্থানে লইলে $(x_2 - x_1)$-এর মানও বিভিন্ন হইবে। সুতরাং P বিন্দুর কোন কোন অবস্থানের জন্য $(x_2 - x_1)$-এর মানও এমন হইবে যে $\cos \frac{\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = 0$ হইবে। আবার P বিন্দুর কোন কোন অবস্থানের জন্য $\text{Cos} \frac{\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = 1$ হইবে। কাজেই দেখা যাইতেছে, একই তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের এবং একই বিস্তারের দুইটি তরঙ্গ একটি অন্যটির উপর স্থাপিত হইলে যে লব্ধি-তরঙ্গের

সৃষ্টি হইবে তাহাদের বিস্তার পর্দার উপরে P বিন্দুর কোন কোন অবস্থানের জন্য শূন্য হইবে ($R=0$) এবং কোন কোন বিন্দুতে $R=2a$ হইবে। ইহাকেই ব্যতিচার বলে।

আমরা জানি সরল সুসঙ্গত গতিতে ইথার-কণার মোট শক্তি (Energy) বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক। সুতরাং

$$E \propto R^2 \qquad \cdots (22.13)$$

P বিন্দুতে দীপন-মাত্রা ঐ বিন্দুতে ইথার-কণার মোট শক্তির সমানুপাতিক।

সুতরাং P বিন্দুতে দীপন-মাত্রা $I_p=KR^2=4\,K\,a^2\,Cos^2\frac{\pi}{\lambda}\,(x_2-x_1)$।

এখানে K একটি ধ্রুবক।

যখন $I_p=0$ হইবে তখন $Cos^2\frac{\pi}{\lambda}(x_2-x_1)$ এর মানও শূন্য হইবে। সুতরাং

$$\frac{\pi}{\lambda}(x_2-x_1)=\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \cdots, (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

অথবা, $x_2-x_1=\frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \cdots, (2n+1)\frac{\lambda}{2}$

n হইল একটি পূর্ণ সংখ্যা। যেখানে ব্যতিচারের পর দীপন-মাত্রা শূন্য হইবে তাহাকে **ধ্বংসাত্মক ব্যতিচার** (Destructive interference) বলে। আবার যখন দীপন-মাত্রা সর্বাপেক্ষা বেশী হইবে তখন $I_p=4K\,a^2$।

$$\text{সুতরাং } Cos^2\frac{\pi}{\lambda}(x_2-x_1)=1$$

অথবা, $\frac{\pi}{\lambda}(x_2-x_1)=0, \pi, 2\pi, \quad \cdots\cdots \quad n\pi$

$\therefore\ (x_2-x_1)=0, \lambda, 2\lambda, \quad \cdots\cdots \quad n\lambda$

দুইটি তরঙ্গের ভিতর পথের ব্যবধান যদি $\frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \cdots\cdots$ইত্যাদি হয় সেই বিন্দুগুলিতে দীপন-মাত্রা শূন্য হইবে। সেই বিন্দুগুলি অন্ধকার দেখাইবে। আবার যখন পথের ব্যবধান $0, \lambda, 2\lambda, \cdots$ইত্যাদি হইবে সেই বিন্দুগুলিতে দীপন-মাত্রা সবচাইতে বেশী হইবে। ইহাকে বলা হয় **গঠনাত্মক ব্যতিচার** (Constructive interference)। শব্দ-তরঙ্গের ক্ষেত্রেও এই তত্ত্ব প্রযোজ্য।

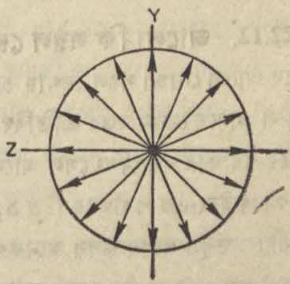
22.10. ব্যতিচারের শর্ত (Condition of interference) : (1) দুইটি উৎসের একই দশা থাকিতে হইবে অথবা দশার পার্থক্য থাকিলে তাহা ধ্রুবক হইতে হইবে, সময়ের সহিত পার্থক্যের পরিবর্তন হইবে না। যে উৎসগুলি এই শর্ত পালন করে তাহাদের সম্বদ্ধ উৎস (Coherent sources) বলে।

(2) দুইটি তরঙ্গের একই পর্যায় কাল (Time period) এবং একই তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য হইতে হইবে।

(3) দুইটি তরঙ্গের গতির দিক একই হইতে হইবে অথবা তাহাদের ভিতরে কোন কোণের সৃষ্টি হইলে তাহা ছোট হইতে হইবে। অর্থাৎ $\angle S_1PS_2$ (চিত্র 22·10) ছোট হইতে হইবে।

22 11. সমবর্তন (Polarisation) :

অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গে মাধ্যমের কণার কম্পনের দিক এবং তরঙ্গের অগ্রগতির দিক একই। কিন্তু আলোক-তরঙ্গের ক্ষেত্রে তাহা নয়। এখানে ইথার-কণার কম্পন তির্যক। (22·4 নং) চিত্রে ইথার-কণাগুলির যে কম্পনের দিক দেখান হইয়াছে তাহা শুধু একটি তলের উপর কম্পন। কিন্তু OX রেখার সমকোণে যে-কোন দিকে ইথার-কণাগুলি দুলিতে পারে। কাজেই (22·4 নং) চিত্রে ইথার-কণাগুলি কাগজের তলে এবং কাগজের তলের লম্বভাবে অথবা অন্য যে-কোন দিকে দুলিতে পারে। তবে অবশ্যই এই কম্পনের দিক OX রেখার সহিত সমকোণে থাকিতে হইবে। যদি এই তরঙ্গের একটি প্রস্থচ্ছেদ লই তবে ইথার-কণার কম্পনের দিকগুলি (22·11 নং) চিত্রের ন্যায় দেখাইবে। এই ক্ষেত্রে ধরিতে হইবে তরঙ্গ কাগজের তল হইতে পাঠকের দিকে অগ্রসর হইতেছে। এখন এই কম্পনগুলি লক্ষ্য করিলে মনে হইবে যেন ইথার-কণার কম্পনের দিকটি একটি বৃত্তাকারে ঘুরিতেছে। এই দোলনের দিকগুলিকে যদি এক একটি ভেক্টর (Vector) ধরিয়া লই তবে সবগুলিকে Y এবং Z দিকে মোট দুইটি ভেক্টরে ভাগ করা যাইবে। কাজেই বলা যায় যে আলোক-তরঙ্গে ইথার-কণা, যে দিকে তরঙ্গের অগ্রগতি হয় তাহার সমকোণে দুই দিকে দোলে। এই দিক দুইটিও সমকোণে থাকিবে। এখন এই

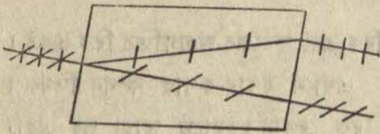


চিত্র—22·11

দুইটি কম্পনের যে-কোন একটিকে যদি তরঙ্গ হইতে বাদ দেওয়া যায় তবে তরঙ্গে মাত্র একটি কম্পন থাকিবে। ইহাকে তরঙ্গের সমবর্তন বলে। তারের তির্যক তরঙ্গে কি করিয়া সমবর্তন ঘটে তাহা পূর্বে (Art. 21.12) আলোচনা করা হইয়াছে।

আলোর ক্ষেত্রেও একই ঘটনা দেখা যায়। তবে এখানে পোলারাইজার হিসাবে কেলসাইট (Calcite) এবং কোয়ার্জ (Quartz) ক্রিস্টাল ব্যবহার করা হয়। কেলসাইট এবং কোয়ার্জ কাচের ন্যায় স্বচ্ছ। তাই উহাদের ভিতর দিয়াও আলোক-রশ্মি যাইতে পারে। কেলসাইটের বিশেষত্ব হইল ইহার ভিতর দিয়া দেখিলে একই

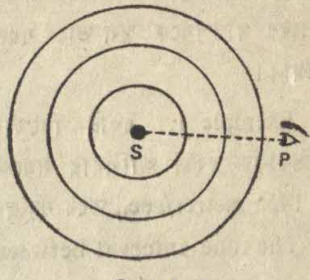
বস্তুর দুইটি প্রতিবিম্ব দেখা যাইবে। কারণ আলোকরশ্মি যখন কেলসাইটের ভিতর দিয়া যায় তখন সমকোণে কম্পন দুইটি বিচ্ছিন্ন হইয়া যায় এবং দুইটি আলাদা পোলারাইজড্ রশ্মি হিসাবে কেলসাইটের ভিতর চলিতে থাকে (চিত্র 22·12)। তাই দুইটি প্রতিবিম্ব দেখা যায়। এখন একটি বিশেষ ব্যবস্থার দ্বারা একটি রশ্মিকে বাদ দেওয়া যায়। তখন প্রতিসরণের পর যে আলো পাওয়া যাইবে তাহা হইবে পোলারাইজড্। যে ক্রিস্টাল পোলারাইজ্ড আলো তৈরি করে তাহাকে বলে পোলারাইজার। পোলারাইজার হইল কেলসাইট ক্রিস্টাল দ্বারা তৈরি এক ধরনের প্রিজম। ইহাকে বলে নিকল প্রিজ্ম (Nicol prism)। দুইটি নিকল প্রিজ্ম সমান্তরাল ভাবে রাখিলে দ্বিতীয় প্রিজ্মের ভিতর দিয়াও পোলারাইজড্ আলো বাহির হইয়া যাইবে। এখন দ্বিতীয় প্রিজ্মটিকে ঘুরাইলে যখন উহা প্রথম প্রিজ্মের সমকোণে আসিবে তখন দ্বিতীয় প্রিজ্মের ভিতর দিয়া কোন আলো বাহির হইবে না, সমস্ত অন্ধকার দেখাইবে। ইহা হইতে প্রমাণ হয় আলোক-তরঙ্গ তির্যক। দ্বিতীয় প্রিজ্মকে বলা হয় এনালাইজার।



(চিত্র 22·12)

22.12. আলো কি সরল রেখায় চলে ? পূর্বে লোকের ধারণা ছিল সমসত্ত্ব মাধ্যমে আলো সোজা সরল রেখায় চলে। এই ধারণার সাহায্যে আলো কি ভাবে দর্পণে বা লেন্সে কোন বস্তুর প্রতিবিম্ব সৃষ্টি করে তাহার ব্যাখ্যা করা হইয়াছিল। কিন্তু ইয়ং-এর পরীক্ষার পর দেখা গেল আলো সোজা সরল রেখায় চলে, এই ধারণা সম্পূর্ণ সত্য নয়। কারণ ইয়ং-এর পরীক্ষায় ছিদ্র S_1, S_2 এবং P কিংবা S_1, S_3 এবং P এক লাইনে ছিল না। তবুও পর্দার উপর অনেকগুলি উজ্জ্বল আলোকবিন্দু দেখা গেল। বৈজ্ঞানিক ইয়ং পরীক্ষার দ্বারা প্রমাণ করেন আলোকরশ্মি তরঙ্গের মাধ্যমে একস্থান হইতে অন্যস্থানে যায়। তাহাছাড়াও বিন্দু-উৎসের সম্মুখে কোন বস্তু রাখিলে পর্দার উপরে তাহার যে ছায়া পড়ে তাহা পরীক্ষা করিয়া দেখিলে দেখা যাইবে যে, ছায়া অঞ্চলের সীমারেখাটি অত্যন্ত অস্পষ্ট এবং কিছু আলো ছায়া অঞ্চলের সীমারেখার ভিতরে ঢুকিয়া পড়িয়াছে। কোন বড় বস্তুর বদলে একটি সূচ লইলে দেখা যাইবে যে, সূচের ডগাটির কোন ভাল ছায়া পর্দার উপর পড়িতেছে না। ইহা হইতে মনে হয় যেন আলোকরশ্মি সামান্য বাঁকিয়া ছায়া অঞ্চলে প্রবেশ করিয়াছে। আলোর এই সামান্য বক্রগতিও আলোর তরঙ্গ প্রকৃতির দ্বারা ব্যাখ্যা করা হয়। কিন্তু আলো সোজা সরলরেখায় চলে এই ধারণার সাহায্যে মাইক্রোস্কোপ, টেলিস্কোপ এবং আরও অন্যান্য যন্ত্র তৈয়ারী করা হইয়াছিল এবং

ইহাদের বিভিন্ন কার্যকলাপ এই ধারণার সাহায্যেই ব্যাখ্যা করা হইয়াছিল। তবে যে ধারণার সাহায্যে এতগুলি পরীক্ষালব্ধ ফল (প্রতিফলন এবং প্রতিসরণের সূত্র, বিভিন্ন প্রকার দর্পণ এবং লেন্সের প্রতিবিম্ব সৃষ্টি এবং বিভিন্ন যন্ত্রপাতি) ব্যাখ্যা করা যায় তাহা কি ভুল?—না ইয়ং-এর পরীক্ষালব্ধ ফল ভুল? আলো ইথার মাধ্যমের ভিতরে কি ভাবে অগ্রসর হয় তাহা আলোচনা করিলেই ব্যাপারটা বুঝা যাইবে। 22·13 নং চিত্রে মনে করি, S একটি বিন্দু-উৎস যাহা হইতে ত্রিমাত্রিক গোলাকৃতি তরঙ্গের সৃষ্টি হইবে। এই তরঙ্গ ইথার মাধ্যমের ভিতর দিয়া অগ্রসর হইবে। P স্থান হইতে একজন পর্যবেক্ষক S উৎসটিকে দেখিতেছে। যখন তরঙ্গ তাহার চোখে পৌঁছাইবে তখনই সে উৎসটিকে দেখিতে পাইবে। এইরূপে একটির পর একটি ধারাবাহিক তরঙ্গ তাহার চোখে পৌঁছাইবে। কিন্তু এই গোলাকৃতি তরঙ্গের একটি ক্ষুদ্র অংশ মাত্র পর্যবেক্ষক দেখিতে পাইবে। বাকী অংশ অন্যান্য দিকে চলিয়া যাইবে। সুতরাং তাহার কাছে মনে হইবে আলো SP সরলরেখায় উৎস হইতে তাহার কাছে আসিয়াছে। তাই বলিতে পারি, আলোক-শক্তি (Energy) সরলরেখায় চলে। তাহাছাড়া আলোক-তরঙ্গের বিস্তার অত্যন্ত ছোট। তাই বলা যায়, আলো প্রায় সরলরেখায় চলে। তাই ইয়ং-এর পরীক্ষালব্ধ ফল আলোর তরঙ্গ-প্রকৃতির জন্য পাওয়া গিয়াছিল। কিন্তু তাহা প্রায় সরলরেখায় চলে বলিয়া দর্পণ এবং লেন্সের অন্যান্য পরীক্ষালব্ধ ফল, "আলো সরলরেখায় চলে" এই ধারণার দ্বারা ব্যাখ্যা করা যায়।



চিত্র 22·13

ইহার পরেও আলোর গতি প্রকৃতি সম্বন্ধে আরও অনেক তত্ত্ব আবিষ্কৃত হইয়াছে। যেমন তড়িৎ-চুম্বকীয় তত্ত্ব (Eloectromagnetic theory) এবং কোয়ান্টাম্ তত্ত্ব। তড়িৎ-চুম্বকীয় তত্ত্ব অনুযায়ী আলো তড়িৎ ক্ষেত্র এবং চুম্বক ক্ষেত্রের সমন্বয়ে তৈরী। কাজেই এই তত্ত্ব অনুযায়ী আলোক-শক্তি সঞ্চালনের জন্য ইথার মাধ্যমের প্রয়োজন নাই। ইহা ক্লার্ক ম্যাকসোয়াল আবিষ্কার করেন। তিনি দেখান যে, আলোক-তরঙ্গ, অবলোহিত তরঙ্গ (তাপ), বেতার-তরঙ্গ, X-রশ্মি এবং গামা রশ্মি তরঙ্গ সবই এক-রকম, শুধু তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের পার্থক্য। রেডিও তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য সবচাইতে বড় তাহার পর অবলোহিত তরঙ্গ, আলোক-তরঙ্গ, X-রশ্মি তরঙ্গ এবং সবচাইতে ছোট গামারশ্মি তরঙ্গ। তবে সব তরঙ্গেরই শূন্যস্থানে বেগ সমান। শুধু তাহাদের তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য, কম্পনাঙ্ক এবং শক্তি আলাদা। শূন্যস্থানে আলোর বেগ তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য বা কম্পনাঙ্কের

উপর নির্ভর করে না, ইহা সব তরঙ্গের জন্যই সমান (=C)। ইহার পর আবিষ্কৃত হয় কোয়ান্টাম্ তত্ত্ব। এই তত্ত্ব অনুযায়ী আলো কতকগুলি আলোক-কণার সমষ্টি। ইহাতেও ইথার মাধ্যমের কোন প্রয়োজন নাই। এই কণাগুলি আলোর বেগে চলে। তবে ইহাদের গতিপথ সম্বন্ধে নিশ্চয় করিয়া কিছু বলা যায় না। তবে সমসত্ত্ব মাধ্যমে ইহাদের গতিপথকে স্থূল ভাবে সরলরেখাই বলা চলে তবে কণাগুলিতে তরঙ্গ-প্রকৃতিও বর্তমান।

Exemple 1. একটি বিস্ফোরণের শব্দ এবং তাহা সমুদ্রের তলদেশ হইতে প্রতিফলিত হইয়া আসিবার সময়ের মধ্যে পার্থক্য 8 sec.। যদি জলে শব্দের বেগ হয় 1450 metres/sec., তবে সমুদ্রের গভীরতা কত ?

The time interval between the sound of an explosion and its echo by the bed of the ocean was found to be 8 sec. If the velocity of sound in water is 1450 metres/sec, what was the depth of the ocean ?

মনে করি সমুদ্রের গভীরতা x-metres। শব্দ-তরঙ্গ যাতায়াতে সমুদ্রের ভিতর 2x দূরত্ব অতিক্রম করিবে। সুতরাং

$$x=\frac{1450\times8}{2}=5800 \text{ metres}$$

Exemple 2. দুইটি লাউড্ স্পিকার হইতে একই কম্পনাঙ্কে এবং একই মাত্রায় শব্দ বাহির হইয়া চতুর্দিকে ছড়াইয়া পড়িতেছে। একটি লাউড্ স্পিকার হইতে 10 ft দূরে এবং অন্যটি হইতে 12·75 ft দূরে কোন এক বিন্দুতে শব্দের মাত্রা শূন্য। যদি দুইটি লাউড্ স্পিকার একই দশায় থাকে তবে শব্দের সর্বনিম্ন কম্পনাঙ্ক বাহির কর। বায়ুতে শব্দের বেগ 1100 ft/Sec।

Two loud speaker emitting sound of same frequency and also same intensity in all directions. The intensity of sound at a point which is 10 ft. from one loud speaker and 12·75 ft. from the other, is zero. It the two loud speakers are in phase, calculate the minimum frequency of sound. Velocity of sound in air is 1100 ft/sec.

যেহেতু দুইটি লাউড্ স্পিকারের একই দশা তাই যে তরঙ্গ লাউড্ স্পিকার দুইটি হইতে আসিতেছে তাহাদের মধ্যে ব্যতিচার হইবে। লাউড্ স্পিকার দুইটি হইতে সেই বিন্দু পর্যন্ত পথের ব্যবধান হইবে,

$$x_2-x_1=2\cdot75 \text{ ft.}$$

যখন $x_2-x_1=(2n+1)\lambda/_2$ তখন সেই বিন্দুতে কোন আওয়াজ হইবে না।

সুতরাং $x_2 - x_1 = \frac{2n+1}{2} . \frac{V}{f}$

[$\because$ $V = f\lambda$, f = কম্পনাঙ্ক, V = শব্দের বেগ]

অথবা, $f = \frac{2n+1}{2} . \frac{V}{2 \cdot 75}$

সর্বনিম্ন কম্পনাঙ্কের জন্য $n = 0$ হইবে।

[$\because$ $f = \frac{1}{2} . \frac{1100}{2 \cdot 75} = 200$ vib/sec.

22·13. শব্দের উৎস (Sources of Sound) **:** বস্তুর কম্পনই শব্দের সৃষ্টির জন্য দায়ী। বিভিন্ন প্রকার উপায়ে এই কম্পনের সৃষ্টি হয়, যথা বায়ুস্তম্ভের কম্পন, তারের কম্পন ইত্যাদি। বায়ুর কম্পনের সাহায্যে যে-সব যন্ত্রে শব্দের সৃষ্টি করা হয় তাহাদের কয়েকটির নাম হইল বাঁশি, হারমোনিয়াম ইত্যাদি। আবার তারের কম্পনের সাহায্যেও বিভিন্ন বাদ্যযন্ত্রে শব্দের সৃষ্টি করা হয়; যেমন সেতার, এস্রাজ প্রভৃতি। তবে পরীক্ষাগারে সাধারণত সুর শলাকার সাহায্যে শব্দের সৃষ্টি করা হয় কারণ এই শব্দের একটি মাত্র কম্পনাঙ্ক থাকে।

সুরযুক্ত এবং সুরবর্জিত শব্দ (Musical sound and noise) **:** বিভিন্ন বস্তু হইতে কম্পনের ফলে যে শব্দের সৃষ্টি হয় তাহাদের ভিতর সব শব্দই শ্রুতি সুখকর হয় না। যেমন রাস্তায় অনবরত গাড়ি চলাচলের ফলে যে শব্দের সৃষ্টি হয় তাহা শুনিতে মোটেই ভাল লাগে না। হাট বাজারের কোলাহলও অনুরূপ। যে-সমস্ত শব্দ শুনিতে সুখকর নয় তাহাদের সুরবর্জিত শব্দ বলে। আবার বাঁশি, সেতার প্রভৃতি বাদ্যযন্ত্রের শব্দ খুবই শ্রুতিমধুর। যে-সমস্ত শব্দ শুনিতে ভাল লাগে তাহাদের সুর যুক্ত শব্দ বলে। দেখা গিয়াছে শব্দের ভিতর কতকগুলি বৈশিষ্ট্য থাকিলে তবেই সেই শব্দ সুরযুক্ত হয়। যখন কোন শব্দ তৈরি করা হয় তখন তাহাতে এক বা একাধিক কম্পনাঙ্কের তরঙ্গ থাকে। বাদ্যযন্ত্র হইতে যে শব্দ বাহির হয় তাহাতে একাধিক কম্পনাঙ্কের তরঙ্গ থাকে। তাহাদের ভিতর সর্বনিম্ন কম্পনাঙ্ককে বলা হয় মূলসুর (fundamental)। তাছাড়া অন্যান্য কম্পনাঙ্কের ভিতর কিছু মূলসুরের সরল গুণিতক থাকে তাহাদের বলা হয় সমমেল (harmonics)। এই সমমেল ছাড়াও শব্দে অন্যান্য কম্পনাঙ্ক থাকিতে পারে। মূলসুর ছাড়া অন্যান্য কম্পনাঙ্কের সুরগুলিকে একত্রে বলা হয় উপসুর (overtone) এই উপসুরের উপরই শব্দের গুণ নির্ভর করে। অবশ্য প্রাবল্য (loudness) এবং তীক্ষ্ণতার উপরও শব্দের সুরসমৃদ্ধি নির্ভর করে। সুতরাং বলা যায় উৎসের পর্যায়বৃত্ত গতির ফলে যে মূলসুর এবং উপসুরের সৃষ্টি হয় তাহাদের দ্বারাই শব্দের

স্বরসমৃদ্ধি নির্ভর করে। কিন্তু উৎসের কম্পনাঙ্ক যদি অনিয়মিত স্থায়ী হয় তবে তাহা হইতে যে শব্দের উৎপত্তি হয় তাহা শ্রুতি সুখকর হয় না। ইহাদের স্বরবর্জিত শব্দ (noise) বলা হয়।

শব্দের লিপিবদ্ধ এবং পুনরুৎপাদন করার পদ্ধতি (Recording and Reproduction of sound) :

যে শব্দকে লিপিবদ্ধ করিতে হইবে তাহা একটি চোঙ-এর কাছে উৎপন্ন করা হয়। এই শব্দ চোঙের ভিতর দিয়া যাইয়া একটি বাক্সের ভিতরের বায়ুকে কম্পিত করিবে এবং শব্দের প্রাবল্য বৃদ্ধি পাইবে। বায়ুস্তম্ভের কম্পন একটি পাতলা পর্দাকে (diaphram) কম্পিত করিবে। সুতরাং পর্দাটিতে পরবশ কম্পনের সৃষ্টি হইবে। এই পর্দাতে একটি কাঁটা লাগান আছে। পর্দার কম্পনের সহিত কাঁটাটিও উপরে নীচে নামা উঠা করিবে। কাঁটার অপর দিক একটি মোমের চাকতির উপরে থাকে। চাকতিটি একটি সমকৌণিক গতিতে ঘুরিতে থাকে। কাঁটার উঠা নামার জন্য চাকতির উপরে বৃত্তাকার দাগ পড়িয়া যাইবে। শব্দের তীব্রতার উপর এই দাগের গভীরতা নির্ভর করিবে। এই বৃত্তাকার দাগ চাকতির পরিধি হইতে আস্তে আস্তে ছোট ব্যাসার্ধের হইয়া কেন্দ্রের দিকে যাইবে। ইলেকট্রোপ্লেটিং-এর সাহায্যে মোমের চাকতি হইতে এই লিপি ধাতুর পাতে তুলিয়া লওয়া হয়। তাহার পর ইহা সেলাকের তৈরি চাকতিতে চাপ দিয়া তুলিয়া লওয়া হয়। লিপি যখন সেলাকের চাকতিতে তুলিয়া লওয়া হয় তখন চাকতিটিকে গরম করা হয় যাহাতে সেলাক নরম হইয়া যায় এবং লিপি চাপে সহজে উহাতে উঠিয়া আসে। ইহাই বাজারে গ্রামোফোনের রেকর্ড হিসাবে বিক্রয় হয়।

এখন রেকর্ড হইতে শব্দ পুনরুৎপাদনের জন্য গ্রামোফোনে রেকর্ডটি বসাইয়া উহা সমকৌণিক গতিতে ঘোরান হয়। একটি পিন্ রেকর্ডের দাগে পরিধির কাছে বসান হয়। এই পিনটি একটি যন্ত্রের সহিত লাগান থাকে যাহার সাহায্যে পিনের কম্পনকে বহুগুণ বর্ধিত করা যায়। পিনটি যখন রেকর্ডের উপর ঘুরিতে থাকে তখন রেকর্ডে লিপির গভীরতা অনুযায়ী পিনটি কাঁপিতে থাকে এবং এই কম্পন গ্রামোফোন যন্ত্রের সাহায্যে বহুগুণ বর্ধিত হইয়া শব্দ বাহির হইয়া আসে। এই শব্দ উৎসের শব্দের অনুরূপ। এইরূপে গান এবং বক্তৃতার রেকর্ড করা এবং সেই রেকর্ড হইতে শব্দ উৎপাদন করা হয়।

প্রথম পরিচ্ছেদ

বস্তুকণার গতিবিদ্যা

প্রশ্ন ও উত্তর সংকেত :

1. স্থিতি ও গতি ব্যাখ্যা কর এবং দেখাও যে উহাদের বর্ণনা আপেক্ষিক।

Explain the terms rest and motion and show that they are relative terms. [Art. 1·1]

2. সংজ্ঞা দাও : দ্রুতি, বেগ, ত্বরণ, সমবেগ এবং সমত্বরণ।

Define : speed, velocity, acceleration, uniform velocity and uniform acceleration. [Art. 1·3-1·5]

3. পার্থক্য দেখাও : (i) স্কেলার ও ভেক্টর ; (ii) দূরত্ব ও সরণ, (iii) দ্রুতি ও বেগ।

Distinguish between ; (i) scalar and vector ; (ii) distance and displacement ; (iii) speed and velocity.

4. সমত্বরণের জন্য প্রমাণ কর :

(i) $v=u+ft$

(ii) $s=ut+\frac{1}{2}ft^2$

(iii) গড় বেগ $=\frac{u+v}{2}$

u, v, f, s, t উহাদের সাধারণ মানে বোঝায়।

Show that for a uniformly accelerated motion :

(i) $v=u+ft$ (ii) $s=ut+\frac{1}{2}ft^2$

(iii) Average velocity $=\frac{u+v}{2}$

u, v, f, s, t, have the usual meanings.

5. নিম্নলিখিত রাশিগুলির সংজ্ঞা দাও : (a) দ্রুতি, (b) বেগ, (c) ত্বরণ, (d) মন্দন।

Define the following quantities : (a) speed, (b) velocity, (c) acceleration, (d) retardation. [H. S. Exam. 1967]

6. প্রমাণ কর : $v^2=u^2+2fs$

Prove the equation $v^2=u^2+2fs$ [H. S. (Comp.) 1966]

7. A হইতে B-তে একটি গাড়ী যায় ঘণ্টায় 40 মাইল গড় দ্রুতিতে এবং B হইতে A-তে ফিরিয়া আসে ঘণ্টায় 30 মাইল গড় দ্রুতিতে। সম্পূর্ণ ভ্রমণের জন্য গাড়িটির গড় দ্রুতি কত ?

A car travels from A to B at an average speed of 40 m.p.h., and back from B to A at 30 m.p.h. What is the average speed over the whole journey ? [$34\frac{2}{7}$ m.p.h.]

8. স্থির অবস্থা হইতে একটি বস্তু 20 সে. মি./সেকেণ্ড^2 ত্বরণের সহিত চলে। নির্ণয় কর : (i) 8 সেকেণ্ডে বস্তু যে দূরত্ব অতিক্রম করে (ii) 10 মিটার দূরত্ব যাইবার পর ইহার বেগ, (iii) পঞ্চম সেকেণ্ডে বস্তু যে দূরত্ব অতিক্রম করে।

A body starting from rest has an acceleration 20 cm/sec^2. Calculate : (i) distance travelled by the body in 8 sec., (ii) its velocity after travelling 10 metres, (iii) distance travelled by it in the fifth second.

[Ans. (i) 640 cm. (ii) 200 cm./sec. (iii) 90 cm.]

9. স্থির অবস্থা হইতে 625 ফুট যাইবার পর একটি বস্তুর বেগ হইল 125 ফুট/সেকেণ্ড। ইহার ত্বরণ নির্ণয় কর।

After moving over 625 ft. from rest, a body has a velocity of 125 ft./sec ; find its acceleration. [Ans. 12·5 ft/sec^2]

10. স্থির অবস্থা হইতে একটি বস্তু সমত্বরণ 4 ফুট/সেকেণ্ড^2-এর সহিত চলে। (i) 2 ফুট, (ii) 18 ফুট, (iii) 200 ফুট যাইতে ইহার কত সময় লাগিবে বাহির কর।

A particle moves from rest with constant acceleration 4 ft./sec^2. Find the times taken to traverse (i) 2 ft., (ii) 18 ft., (iii) 200 ft. [Ans. (i) 1 sec., (ii) 3 sec., (iii) 10 sec.]

11. স্থির অবস্থা হইতে একটি বস্তু সমত্বরণ 10 সে. মি./সেকেণ্ড^2-এর সহিত চলে। (i) 1 সেকেণ্ড, (ii) 2 সেকেণ্ড, (iii) 3 সেকেণ্ড পরে বস্তুর বেগ নির্ণয় কর।

A body, starting from rest, moves with constant acceleration 10 cm./sec^2. Find the velocities at the end of (i) 1 sec. (ii) 2 sec., (iii) 3 sec.

[Ans. (i) 10 cm./sec. (ii) 20 cm./sec. (ii) 30 cm./sec.]

12. ঘণ্টায় 15 মাইল বেগে চলিতেছে এমন একটি ট্রেনকে সমমন্দনের সাহায্যে 2 সেকেণ্ডে স্থির করা হইল। মন্দন নির্ণয় কর। ট্রেনটি স্থির হইবার পূর্বে কত দূরত্ব যাইবে তাহা বাহির কর।

A train, which is moving at the rate of 15 miles per hour, is brought to rest in 2 seconds with a uniform retardation ; find this retardation and also the distance that the train travels before coming to rest. [Ans. 11 ft./sec^2, 22 ft.]

13. একটি বস্তুকণা সরলরেখায় সমত্বরণের সহিত চলে। ইহা A হইতে B

(দূরত্ব = 10 সে. মি.) 1 সেকেণ্ডে এবং B হইতে C (দূরত্ব = 30 সে. মি.) 2 সেকেণ্ডে যায়। C হইতে D (দূরত্ব = $43\frac{1}{3}$ সে. মি.) যাইতে কণিকাটি কত সময় লইবে তাহা নির্ণয় কর।

A particle moves along a straight line with constant acceleration. It moves from A to B, a distance of 10 cm. in 1 sec., and from B to C, a distance of 30 cm. in 2 sec. Find how long it takes to move from C to D, a distance of $43\frac{1}{3}$ cm.

[Ans. 2 sec.]

14. একটি কণিকা সমত্বরণের সহিত চলে। চলিবার পর পঞ্চম ও দশম সেকেণ্ডে উহা যথাক্রমে 15 সে. মি. ও 10 সে. মি. পথ যায়। ইহার প্রাথমিক বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় কর।

A particle is moving with uniform acceleration ; in the fifth and tenth second after starting it moves through 15 cm. and 10 cm. respectively ; find its initial velocity and its acceleration. [Ans. 19·5 cm./sec., —1 cm./sec^2]

15. একটি বস্তুকণা স্থির অবস্থা হইতে সমত্বরণ 16 ফুট/সেকেণ্ড^2-এর সহিত চলে। প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় ফুট যাইতে ইহার কত সময় লাগিবে নির্ণয় কর।

A particle moves from rest with constant acceleration 16 ft./sec^2. Find the times taken to traverse the first, second and third foot.

$$\left[\text{Ans. } \frac{1}{2}\,\frac{1}{\sqrt{2}}\text{ sec., } \frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\text{ sec., } \tfrac{1}{2}\left(\sqrt{\tfrac{3}{2}}-1\right)\text{ sec.}\right]$$

16. একটি ট্রেন এক স্টেশনে স্থির অবস্থা হইতে চলিয়া অন্য স্টেশনে স্থির অবস্থায় পৌছায় এক ঘণ্টায়। প্রথম 12 মিনিট ইহা সমত্বরণ 200 মাইল/ঘণ্টা^{2} এর সহিত যায় এবং ইহার পর গতি অপরিবর্তিত থাকে। কেবলমাত্র শেষ তিন মিনিটে ইহার উপর সমমন্দন প্রয়োগ করা হয়। দুই স্টেশনের ভিতর দূরত্ব নির্ণয় কর।

A train moves from rest to rest between two stations in 1 hour. For the first twelve minutes it moves with uniform acceleration 200 miles/hr^2, and thereafter its speed is constat until it is brought to rest with constant retardation acting for

three minutes. Find the distance between the two stations.

[35 miles]

17. একটি বিন্দু এক সরলরেখায় সমত্বরণের সহিত চলে। ইহা তৃতীয় ও চতুর্থ সেকেণ্ডে যথাক্রমে 7 সে.মি. এবং 9 সে.মি. দূরত্ব যায়। দশম সেকেণ্ডে ইহা কত দূরত্ব যাইবে।

A point is moving in a straight line with uniform acceleration. It is seen to cover a distance of 7 cm. in the third second of the motion and 9 cm. in the fourth second. How far does it go in the tenth second ? [Ans. 21 cm.]

18. একটি বস্তুকণা সমত্বরণের সহিত সরলরেখায় চলে। ইহা p-তম, q-তম এবং r-তম সেকেণ্ডে যথাক্রমে S_p, S_q এবং S_r দূরত্ব যায়। দেখাও যে

$$S_p(q-r)+S_q(r-p)+S_r(p-q)=0.$$

A particle is moving in a straight line with uniform acceleration It is seen to cover a distance of S_p in the pth second of the motion, S_q in the qth second and S_r in the rth second. Show that

$$S_p(q-r)+S_q(r-p)+S_r(p-q)=0.$$

19. সোজা রাস্তায় O বিন্দু হইতে একটি গাড়ি P স্থির অবস্থা হইতে সমত্বরন 3 ফুট/সেকেণ্ড²-এর সহিত চলে। 5 সেকেণ্ড পরে অন্য একটা গাড়ি Q স্থির অবস্থা হইতে সমত্বরন 4 ফুট/সেকেণ্ড²-এর সহিত P-এর পিছনে O বিন্দু হইতে চলে। বাহির কর : (a) P এবং Q-এর মধ্যে সর্বোচ্চ দূরত্ব, (b) Q কতক্ষন চলিবার পর P-কে ধরিয়া ফেলিবে।

A car P starts from rest from a point O of a straight road, and moves with uniform acceleration 3 ft/sec². Five seconds later, another car Q starts from rest at O and chases P with uniform acceleration 4 ft./sec². Find : (a) the greatest distance of P in front of Q, (b) the time Q is in motion before it overtakes P. [Ans. (a) 150 ft. (b) 32·32 sec.]

20. একটি কণিকা সমত্বরণের সহিত একটি সরলরেখায় চলে। একের পর এক সমান সময়ের অবকাশে কণিকাটি যে সকল দূরত্ব অতিক্রম করে তাহার-A. P.-তে থাকে প্রমাণ কর।

A particle moves with constant acceleration in a straight line. Prove that the distances described in successive equal intervals of time are in A. P. (Arithmetical progression).

21. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :

(a) যখন বেগ ধ্রুবক হয় তখন কোন সময়ের অবকাশে গড়বেগ কি কোন মুহূর্তের তাৎক্ষণিক বেগ হইতে ভিন্ন হয় ?

(b) কোন বস্তুর শূন্য বেগ থাকা সত্ত্বেও কি উহা ত্বরান্বিত হইতে পারে ?

(c) কোন বস্তুর সমদ্রুতি থাকা সত্ত্বেও কি উহার পরিবর্তিত বেগ থাকিতে পারে ?

(d) কোন বস্তুর সমবেগ থাকা সত্ত্বেও কি উহার পরিবর্তিত দ্রুতি থাকিতে পারে ?

(e) কোন বস্তুর প্রাথমিক বেগ ও ত্বরণ একই দিকে হইলে উহার বেগ কোন সময়ে শূন্য হইবে কি ?

(f) কোন বস্তুর প্রাথমিক বেগ ও ত্বরণ বিপরীত দিকে হইলে উহার বেগ শূন্য হইবে কি ?

Answer the following questions :

(a) When the velocity is constant, does the average velocity over any time interval differ from the instantaneous velocity at any instant ?

(b) Can a body have zero velocity and still be accelerating ?

(c) Can a body have a constant speed and still have a varying velocity ?

(d) Can a body have a uniform velocity and still have a varying speed ?

(e) If the initial velocity and acceleration of a body are in the same direction, will the velocity of the body be zero at any instant ?

(f) If the initial velocity and acceleration of a body are in the opposite directions, will the velocity of the body be zero at any instant ?

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ

স্কেলার ও ভেক্টর

প্রশ্ন ও উত্তর সংকেত

1. স্কেলার ও ভেক্টরের সংজ্ঞা দাও। উহাদের মধ্যে পার্থক্য বোঝাও। শূন্য ভেক্টর কি ?

Define : Scalar and Vector. Explain the difference between them. What is meant by Null vector ? [Art. 2·1, 2·2]

2. "বেগের সামান্তরিকের সূত্র" বিবৃত কর। লব্ধি বেগ কাহাকে বলে ? বেগের বিভাজন এবং সমন্বয় বলিতে কি বোঝ ?

State the theorem known as "Parallelogram of velocities." What is meant by resultant velocity ? What do you understand by resolution and composition of velocities ?

[Art. 2·3, 2·7]

3. বেগের বিভক্তাংশ কাহাকে বলে ? পরস্পর লম্ব বিভক্তাংশগুলি (উপাংশগুলি) কি ? দেখাও যে, কোন বেগকে পরস্পর লম্ব দুইটি বিভক্তাংশে বিভাজন করা যায়।

What is meant by components of a velocity ? What are rectangular components ? Show how a velocity may be resolved into two components at right angles to each other.

[Art. 2·6]

4. $\vec{P}$ বলের উপাংশ দুইটি নির্ণয় কর, একটি উপাংশ $\vec{P}$-এর দিকের সহিত 60° কোণ করিয়া আছে।

Find the rectangular components of a force $\vec{P}$, one of the components making an angle of 60° with the direction of the force $\vec{P}$· [$\frac{1}{2}\vec{P}$ and $\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{P}$]

5. একটি এরোপ্লেন উত্তরদিকের সহিত 30° করিয়া পূর্বদিকে 150 মাইল সরলরেখায় যায়। প্লেনটি উহার প্রাথমিক অবস্থান হইতে উত্তর ও পূর্বদিকে কত দূর যায় ?

An aero plane travels 150 miles on a straight line making an angle of 30° east of due north. How far north and how far east does the plane travel from its starting point ?

[Ans. North—75 miles, East—75 $\sqrt{3}$ miles]

6. পরস্পর θ কোণ করিয়া আছে এমন দুইটি বেগ u এবং v-এর লব্ধির মান এবং দিকের সমীকরণ নির্ণয় কর। নিম্নলিখিত বিশেষ অবস্থাগুলি আলোচনা কর : (i) $\theta = 0°$, (ii) $\theta = 90°$, (iii) $\theta = 180°$.

Obtain an expression for the magnitude and direction of the resultant of two velocities u and v inclined to one another at an angle θ. Discuss the special cases when $\theta = 0°$, $\theta = 90°$, and $\theta = 180°$. [Art. 2·10 (b)]

7. একটি নৌকা ঘণ্টায় 6 মাইল বেগে চলিতে পারে। যদি নদীর স্রোত ঘণ্টায় 2 মাইল হয় এবং নৌকাটি নদীর সহিত সোজা আড়াআড়ি চলিতে শুরু করিলে অপর পারে নৌকার প্রাথমিক লক্ষ্যবিন্দু হইতে কত দূরে উহা পৌঁছাইবে তাহা নির্ণয় কর, নদীর প্রস্থ = 300 ফুট।

A boat is rowed with a velocity of 6 miles per hour straight across a river which flows at the rate of 2 miles per hour. If its breadth be 300 ft., find how far down the river the boat will reach the opposite bank below the point at which it was originally directed. [Ans. 100 ft.]

8. সমান মানের দুইটি বল একটি বস্তুকণার উপর ক্রিয়া করে। প্রমাণ কর যে উহাদের লব্ধি উহাদের অন্তর্গত কোণকে দ্বিধাবিভক্ত করে।

Two forces of equal magnitude act on a particle. Prove that their resultant bisects the angle between them.

9. নির্দিষ্ট মানের দুইটি বল P এবং Q একটি বস্তুকণার উপর ক্রিয়া করে। প্রমাণ কর যে উহাদের লব্ধির মান P এবং Q-এর সমষ্টি ও অন্তরের মধ্যে আছে।

Two forces of given magnitudes P and Q act on a particle. prove that the magnitude of their resultant lies between the sum and difference of P and Q.

10. $\vec{P}$ এবং $\vec{Q}$ বল দুইটির অন্তর্গত কোণ θ। উহাদের লব্ধির মান P।

যদি $\vec{Q}$ বলকে বিপরীতমুখী করা যায় তাহা হইলে লব্ধির মান হয় 2P। কোণ θ-র মান এবং Q : P অনুপাত নির্ণয় কর।

The magnitude of the resultant of two forces $\vec{P}$ and $\vec{Q}$ which intersect at angle θ is P. If $\vec{Q}$ is reversed the resultant is of magnitude 2P. Find the value of θ and the ratio Q : P
[Ans. $\cos^{-1}(-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}})$, $\sqrt{3} : \sqrt{2}$]

11. বেগের ত্রিভুজ নিয়ম এবং বহুভুজ নিয়ম ব্যাখ্যা কর। বেগের সামান্তরিকের সূত্র হইতে কি ভাবে এই নিয়মগুলি পাওয়া যায় তাহা ব্যাখ্যা কর।

Enunciate the triangle rule and polygon rule of velocities and explain how these rules can be deduced from the parallelogram of velocities. [Art. 2·3]

12. আপেক্ষিক বেগ বলিতে কি বোঝায়? ইহা কিভাবে পাওয়া যাইতে পারে? বৃষ্টি সোজা নীচের দিকে পড়িতেছে; এক ব্যক্তি এই বৃষ্টিতে দ্রুতপদে গেলে সে কিভাবে ছাতা ধরিবে তাহা চিত্রের সাহায্যে বর্ণনা কর।

What is meant by the term relative velocity? How may it be obtained? Explain by means of a diagram how a person walking rapidly in rain descending vertically will hold his umbrella. [Art. 2·13]

13. একটি ট্রেন ঘণ্টায় 20 মাইল বেগে সোজা উত্তরদিকে এবং একটি পাখি ঘণ্টায় 20 মাইল বেগে সোজা পশ্চিমদিকে চলিয়াছে। ট্রেনের মধ্যে অবস্থিত কোন ব্যক্তির কাছে পাখিটি কোনদিকে উড়িতেছে দেখাইবে?

A train is moving at 20 m. p. h. due North, and a bird is flying at 20 m. p. h. due west. At what direction does the bird appear to a passenger to be flying? [Ans. southwest]

14 একটি রোলারকে টানা উহাকে ঠেলার চেয়ে কেন সহজ হয় তাহা ব্যাখ্যা কর।

Explain why it is easier to pull than to push a roller. [Art. 2·6]

15. আপেক্ষিক ত্বরণের সংজ্ঞা দাও। সমবেগে চলিতেছে এমন কোন বস্তুর সাপেক্ষে কোন বস্তুর ত্বরণ সমবেগের মানের উপর নির্ভর করে না—ইহা দেখাও।

Define relative acceleration. Show that the acceleration of a body relative to another body moving with uniform velocity does not depend on the magnitude of the velocity of the second body. [Art. 2.14]

16. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :

(a) ছুইটি একই মানের ভেক্টর সংযোজিত হইয়া শূন্য লব্ধি উৎপন্ন করিতে পারে কি ?

(b) ছুইটি বিভিন্ন মানের ভেক্টর সংযোজিত হইয়া শূন্য লব্ধি উৎপন্ন করিতে পারে কি ?

(c) তিনটি বিভিন্ন মানের ভেক্টর সংযোজিত হইয়া শূন্য ভেক্টর উৎপন্ন করিতে পারে কি ?

তৃতীয় পরিচ্ছেদ

নিউটনের গতিসূত্র

প্রশ্ন ও উত্তর সংকেত

1. নিউটনের গতিসূত্রগুলি বিবৃত কর এবং ব্যাখ্যা কর।

State and explain Newton's laws of motion [Art. 3, 3·1-3·3]

2. নিউটনের গতিসূত্রগুলি বল এবং দেখাও যে আমরা প্রথম সূত্র হইতে বলের সংজ্ঞা পাই এবং দ্বিতীয় সূত্র হইতে বলের পরিমাপ পাই।

State Newtons' laws of motion and show how from the first law, we obtain a definition of force, and from the second law a measure of the force. [Art 3., 3·1, 3·2]

3. সংজ্ঞা দাও : এক ডাইন, এক পাউণ্ডাল, এক নিউটন। (i) এক পাউণ্ডাল এবং (ii) এক নিউটনে কত ডাইন আছে বাহির কর।

Define : 1 dyne, 1 poundal, 1 Newton. Calculate the number of dynes in (i) 1 poundal and (ii) 1 Newton.
[Art 3·2]

4. দেখাও যে বস্তুগুলির ভর সমপরিমাণ বল যে ত্বরণ সৃষ্টি করে তাহাদের সহিত ব্যস্তানুপাতিক হয়।

Show that the ratio of masses is the inverse ratio of the accelerations produced by equal forces.

5. 8 পাউণ্ড ওজনের একটি বল কোন বস্তুর উপর 3 সেকেণ্ড ধরিয়া ক্রিয়া করিয়া উহাতে 6 ফুট / সেকেণ্ড বেগ উৎপন্ন করে। বস্তুর ভর পাউণ্ডে নির্ণয় কর।

A force of 8*l*b. weight acting on a certain mass for 3 seconds gives it a velocity of 6 ft./sec. Find the mass in *l*bs.

[Ans. 128 *l*bs.]

6. 10 গ্রামের একটি বস্তুর উপর 10 সেকেণ্ড ব্যাপিয়া একটি বল ক্রিয়া করে। ইহার পর বস্তুর উপর কোন বল ক্রিয়া করে না এবং বস্তুটি পরবর্তী 5 সেকেণ্ডে 50 সে.মি. যায়। বলের মান নির্ণয় কর।

A force acts for 10 sec. on a body of mass 10 gms. after which the force ceases to act and the body describes 50 cm. in the next 5 sec. Find the magnitude of the force.

[Ans. 10 dynes]

7. নিউটনের গতিসূত্র হইতে প্রমাণ কর যে P = mf এবং ইহা হইতে দুই পদ্ধতিতে বলের চরম একক ব্যাখ্যা কর।

Establish the equation P = mf from Newton's laws of motion and explain therefrom the absolute units of force in two systems. [Art. 3.2] [H. S. Exam. 1967]

8. বস্তুর জাড্য বলিতে কি বোঝায়? দৃষ্টান্তসহ ব্যাখ্যা কর। কোন চলন্ত ট্রামগাড়ি অথবা ট্রেন হইতে নামিতে গেলে তুমি কেন পিছনের দিকে হেলিয়া নাম তাহা ব্যাখ্যা কর।

What is meant by inertia of matter? Explain with illustration. Explain why you should lean backwards while getting down from a moving tram-car or train.

[H. S. Exam. 1963 Art. 3.1]

9. ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া কি? উহারা কি একই বস্তুর উপর ক্রিয়া করে? 'একটি অসংতুলিত বল ত্বরণ এবং সংতুলিত বল বিকৃতি সৃষ্টি করে।' উপরের বিবৃতি হইতে কি বোঝ তাহা মেঝেতে অবস্থিত কোন বস্তুর উল্লেখে ব্যাখ্যা কর।

What are action and reaction? Do they act on the same body? "An unbalanced force produces acceleration and balanced forces produce deformation." Explain what you understand by the statement in reference to a body resting on the floor. [Art. 3·3] [H. S. (Comp.) 1963]

10. 10 কে.জি.র একটি ভর স্থির অবস্থা হইতে নীচে মুক্তভাবে 10 মিটার পড়ে। ইহার পর বালির মধ্যে 0·2 মিটার অনুপ্রবেশ করিয়া ইহা স্থির হয়। বালি বস্তুতে যে প্রতিরোধ-বল প্রদান করে তাহার মান নির্ণয় কর। মনে কর প্রতিরোধ-বল অপরিবর্তিত থাকে।

A mass of 10 kg falls freely from rest through 10 metres and then comes to rest again penetrating 0·2 metre of sand. Find the resistive force of the sand assumed constant.

[Ans. 5×10^8 dynes]

11. সমত্বরণের সহিত উপরে উঠিতেছে এমন একটি লিফটে দণ্ডায়মান ব্যক্তির আপাত ওজনের পরিবর্তনের ব্যাখ্যা কর।

Explain the change in the apparent weight of a man who is standing in a lift going up with a uniform acceleration.

12. হাতে 5 কে.জি. ভরের বস্তু লইয়া একটি লোক সহসা টেবিল হইতে লাফ দিল। লোকটি যখন বাতাসে আছে তখন বস্তুর ওজন হাতে কি পরিমাণ চাপ দিবে ?

A man suddenly jumps off a table with a 5 kg mass in his hand. What is the pressure of the weight on his hand while he is in air ? [Ans. zero]

13. 1 পাউণ্ড ওজনের একটি হাতুড়ি সেকেণ্ডে 20 ফুট বেগে একটি পেরেকের মাথায় আঘাত করে। ইহাতে পেরেকটি দেওয়ালে 2 ইঞ্চি ঢুকিয়া যায়। পেরেকের ওজনকে তুচ্ছজ্ঞান করিয়া বাহির কর : (i) সংঘর্ষের সময় হাতুড়ির ত্বরণ (ii) সংঘর্ষের সময় (iii) ঘাত।

A hammer weighing 1 lb. and moving with a speed of 20 ft/sec. strikes the head of a nail driving it 2 inches into a wall. Neglecting the mass of the nail, calculate (i) the acceleration of the hammer during the impact, (ii) the time interval during the impact, (iii) the impluse.

[Ans. (i) -1200 ft./sec^2 (ii) $\frac{1}{60}$ sec., (iii) -20 pound..l sec.]

14. $\frac{1}{4}$ পাউণ্ডের একটি বল 16 ফুট উচ্চতা হইতে একটি অনুভূমিক তলে পড়ে এবং মেঝের আঘাতে 9 ফুট উচ্চতায় ফিরিয়া আসে। বল এবং মেঝের মধ্যে ঘাত প্রতিক্রিয়া বল নির্ণয় কর।

A ball of mass $\frac{1}{4}$ lb. falls from rest through a distance of 16 ft., strikes a horizontal floor, and rebounds to a height of 9 ft. Find the impulsive reaction between the ball and the floor. [Ans. 14 F. P. S. units]

15. বালিতে পড়িলে একজন লোক যত ব্যথা পায় পাকা মেঝেতে একই উচ্চতা হইতে পড়িলে তাহার চেয়ে বেশী ব্যথা পায়—ব্যাখ্যা কর।

Explain why a man is hit harder when he falls on a pacca floor than when he falls on sand from the same height.

16. ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি বিবৃত কর। নিউটনের তৃতীয় সূত্র হইতে এই নীতি কিভাবে পাওয়া যায় তাহা দেখাও। এই নীতির উদাহরণ দাও।

State the principle of conservation of momentum. Show how it can be deduced from the third law of motion. Illustrate the principle by examples. [Art. 3·5]

17. 10 পাউণ্ডের একটি ভর 10 ফুট/সেকেণ্ড বেগে চলিয়া 20 পাউণ্ডের একটি ভরের (উহার বেগ 2 ফুট/সেকেণ্ড) সহিত মিলিত হয়। উহারা একই দিকে চলিতেছিল। সংঘর্ষের পর উহারা একত্রে একই গতিতে চলিলে এই গতির মান নির্ণয় কর।

A body of mass 10 lbs., moving with a velocity of 10 ft./sec. overtakes a body of mass 20 lbs. moving with a velocity of 2 ft./sec. in the same direction as the first ; if after the impact they move forward with a common velocity, find its magnitude.

[Ans. $4\frac{2}{3}$ ft./sec.]

18. বিপরীতগামী দুইটি বস্তু 8 সে. মি./সেকেণ্ড এবং 10 সে. মি./সেকেণ্ড বেগে চলিয়া মিলিত হয় এবং ইহার পর একত্রে 3 সে. মি./সেকেণ্ড বেগে প্রথমোক্ত বস্তুর বেগের দিকে চলিতে থাকে। দুইটি বস্তুর ভরের অনুপাত নির্ণয় কর।

Two bodies moving in opposite directions with speeds of 8 cms./sec. and 10 cms./sec. impinge and then adhering move with a speed of 3 cm./sec. in the direction of the first body's original motion. Compare the masses of the two bodies.

[Ans. 13:5]

19. একটি ঘোড়ার গাড়িকে টানিতে গেলে প্রথম কয়েক ফুট ঘোড়াকে বেশ জোরে টানিতে হয় এবং ইহার পর টানা সহজ হইয়া আসে—কারন ব্যাখ্যা কর।

Explain why a horse has to pull a cart harder during the first few feet of its motion than subsequently.

20. একটি চেয়ার মেঝেতে আছে। উহাদের মধ্যে ঘর্ষণ-বল কখন ক্রিয়া করে? এই বল কোথায় ক্রিয়া করে? এই বলের পরিমান কি ধ্রুবক?

A chair is resting on the floor. When would force due to friction act between them? Where does this force act? Is the force constant in magnitude?

[Art. 3·6] [H. S. Exam. 1963]

21. সমবেগে চলিতেছে এমন একটি ট্রেনে বসিয়া একটি ছেলে একটা বল সোজা উপরের দিকে শূন্যে ছুড়িয়া দিল। বলটি তাহার হাতে পড়িবে কি? যখন বলটি শূন্যে আছে তখন যদি ট্রেনের ত্বরন অথবা মন্দন ঘটে কিংবা উহা বক্রপথে যায় তাহা হইলে কি হইবে?

A boy sitting in a train moving with a uniform velocity

throws a ball straight up into the air. Will the ball fall into his hand? What happens if the train accelerates or deccelerates or goes around a curve while the ball is in the air?

22. সমবেগে চলিতেছে এমন একটি ট্রেনে বসিয়া একটি ছেলে একটা বল জানালা দিয়া ফেলিয়া দিল। নীচে বর্ণিত বিভিন্ন দর্শক বলটিকে যে রকম পথে যাইতে দেখিবে তাহার বর্ণনা দাও: (a) দর্শক ট্রেনে আছে, (b) দর্শক রেল লাইনের ধারে মাটিতে দণ্ডায়মান, (c) দর্শক একটি বিপরীতগামী ট্রেনে আছে, ট্রেনটি সমবেগে পার্শ্ববর্তী সমান্তরাল লাইনে চলিয়াছে।

A boy sitting in a train moving with uniform velocity drops a ball through the window. Describe the path of the ball as seen by (a) observer on the train (b) an observer standing on the ground near the lines and (c) an observer in a second train moving in the opposite direction to the first train on a parallel track with uniform velocity.

চতুর্থ পরিচ্ছেদ

কার্য, শক্তি এবং ক্ষমতা

প্রশ্ন ও উত্তর সংকেত :

1. বল এবং কার্যের পার্থক্য বোঝাও। উহাদের ভিতর সম্পর্ক কি? যখন একটি বস্তুকে অনুভূমিক তলে সরান হয় তখন অভিকর্ষ বলের দ্বারা কি পরিমান কার্য হয় তাহা আলোচনা কর।

Distinguish between force and work. How are they related to each other? Discuss the work done when a body acted upon only by gravity is moved in a horizontal plane.

[Art. 4·1 ; no work is done by gravity]

2. কার্য, শক্তি ও ক্ষমতার সংজ্ঞা দাও। ইহাদের পরিমাপের প্রধান এককগুলি বিবৃত কর।

Define work, power and energy. State and explain the important units for measuring these quantities. [Art. 4·1-4·3]

3. 30 ফুট উচ্চ একটি বাড়ীর মাথায় 20 পাউণ্ড ওজনের একটি লোক মইয়ের সাহায্যে এক মিনিটে উঠিয়া যায়। লোকটা কত কাজ করিল এবং তাহার হর্স পাওয়ার কত?

A man weighing 200 lbs climbs to the top of a building 30 ft. high in one minute by means of a ladder resting against the wall. How much work is performed by the man and what is his horse power? [6000 ft. lb. ; 0.18 H.P.]

4. 20 ফুট গভীর একটি কূপ হইতে একটি পাম্পের সাহায্যে মিনিটে 1000 পাউণ্ড জল তুলিতে হইবে এবং উহাকে বাহিরে 200 ফুট/সেকেণ্ড গতিতে নিক্ষেপ করিতে হইবে। (i) জল তুলিতে প্রতি মিনিটে কত কাজ করিতে হইবে? (ii) জলের গতিশক্তি দিতে কত কাজ করিতে হইবে? (iii) কত হর্স পাওয়ারের ইঞ্জিন দরকার?

A pump is required to lift 1000 lbs. of water per minute from a well of 20 ft. deep and eject it with a speed of 20 ft./sec. (i) How much work is done per minute in lifting the water?

(ii) How much in giving it kinetic energy? (iii) What H.P. engine is needed?

[(i) 20,000 ft. lb., (ii) 6250 ft. lb., (iii) 0·795 H.P.]

5. 0·5 কে. জি. ভরের বস্তুকণার উপর 1000 ডাইন বল 10 সেকেণ্ড ধরিয়া ক্রিয়া করে। ইহাতে যে বেগ এবং গতিশক্তি উৎপন্ন হইয়াছে তাহা নির্ণয় কর।

A force of 1000 dynes acts on a particle of mass 0·5 kg for 10 seconds. Calculate the velocity of the particle and the kinetic energy produced.

[Ans. 20 cm./sec., 10^5 ergs]

6. শক্তি কি? দুই ধরণের যান্ত্রিক শক্তির পার্থক্য দৃষ্টান্তসহ ব্যাখ্যা কর।

What is energs? Explain with illustration, the difference between the two kinds of mechanical energy.

[H. S. Exam. 1964]

6. (a) প্রমাণ কর যে কোন উচ্চতা হইতে মুক্তভাবে পতিত বস্তুর গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির যোগফল সর্বত্র ধ্রুবক।

Prove that the sum of K. E. and P. E. is everywhere constant for a body falling freely from a certain height.

[H. S. (Comp.) 1965]

7. 'কার্য' এবং 'ক্ষমতা' বলিতে কি বোঝ? এফ. পি. এস. এবং সি. জি. এস. পদ্ধতিতে উহাদের ব্যবহারিক একক কি? দুই পদ্ধতির এককের মধ্যে সম্পর্ক কি?

What do you mean by 'work' and 'power'? What are their practical units in F. P. S. and C. G. S. systems? What is the relation between the units of two systems?

[H. S. (Comp.) 1962, 1963, 1966 (Comp.)]

8. কার্য বলিতে কি বোঝায়? 'বলের দ্বারা কার্য' এবং 'বলের বিরুদ্ধে কার্য'—ইহাদের মধ্যে পার্থক্য কি? দৃষ্টান্তসহ ব্যাখ্যা কর।

What does 'work' mean? What is the difference between 'work done by a force' and 'work done against a force'? Explain with illustration. [H. S. Exam. 1964]

9. 100 পাউণ্ড ওজনের একটি ছেলে 20 টা সিঁড়ি 5 সেকেণ্ডে ওঠে। প্রতিটি সিঁড়ির উচ্চতা 9 ইঞ্চি। সে কত হর্স পাওয়ার নিয়োগ করে?

A boy weighing 100 lbs. ascends a flight of 20 steps each 9 inches high in 5 seconds. What horse-power does he employ?
[H. S. Exam. 1963 ; Ans. 0·55 H.P.]

10. 1 কে. জি. ওজনের একটি বস্তু 5 সেকেণ্ডে-বেগ 5 সে. মি./সেকেণ্ড হইতে 20 সে. মি./সেকেণ্ড-এ পরিবর্তন করে। উহার উপর যে বল ক্রিয়া করে এবং এই পরিবর্তনের সময় বস্তুর উপর যে কার্য করা হয় তাহা নির্ণয় কর।

The velocity of a body weighing 1 kg changes from 5 cm./sec. to 20 cm./sec. in 5 sec. Find the force acting and the work done on the body during the changes. [H. S. Exam. 1966]
[Ans. 3000 dynes, 187500 ergs]

11. 4 H. P.-র একটি ক্রেন 1650 পাউণ্ডের লোহার ব্লককে কত তাড়াতাড়ি উপরে তুলিতে পারিবে?

How fast can a crane lift a block of iron weighing 1650 lbs. if 4. H. P. be applied? [H.S. (Comp.) 1966 ; Ans. 1·33 ft./sec]

12. গতিশক্তি এবং স্থিতিশক্তির পার্থক্য বোঝাও। উহাদের কি ভাবে মাপা হয়? 'হর্স পাওয়ার' কি? 40 গজ উপরে প্রতি মিনিটে 250 গ্যালন জল তুলিতে কত হর্স পাওয়ারের ইঞ্জিন দরকার? 1 গ্যালন=10 পাউণ্ড।

Distinguish between kinetic and potential energy, stating how they are measured. What is a 'Horse Power'? What should be the H.P. of an engine which is intended to pump 250 gallons of water per minute to a height of 40 yards? One gallon of water weighs 10 pounds. [H. S. Exam 1961 ; Ans. 9.09]

13. একটি ট্রেনের ভর 250 টন। সমতলে ইহার গতির বিরুদ্ধে যে ঘর্ষণ বল ক্রিয়া করে তাহা প্রতি টনে 15 পাউণ্ড ওজন। সমতলের লাইনে ঘন্টায় 40 মাইল গতি রাখিতে যে হর্স পাওয়ারের ইঞ্জিন দরকার তাহা নির্ণয় কর।

The mass of a train is 250 tons, and the resistance to its motion due to friction 'on a level track amounts to 15 lb. wt. per ton. Find the horse power of the engine which can maintain a speed of 40 miles per hour on a level track. [Ans. 400 H.P.]

14. 300 টন মোট ভরের একটা ট্রেন সমভূমিতে চলার সময় প্রতিরোধ পায় প্রতি টনে 18 পাউণ্ড ওজন। যদি ইঞ্জিনের সর্বোচ্চ হর্স পাওয়ার 540 হয়, ট্রেন ঘন্টায় সর্বোচ্চ কত মাইল অপরিবর্তিত গতিতে চলিতে পারে তাহা বাহির কর।

A train whose total mass is. 300 ton is moving on the level against resistance of 18 lb. wt./ton. If the greatest horse power

developed by the engine is 540, find in miles per hour the greatest constant speed of the train. [Ans. $37\frac{1}{2}$ m.p.h.]

15. সেকেণ্ডে 5 ফুট গতিতে চলার সময় 8 টনের একটা ট্রাক একই লাইনে একটা 20 টনের স্থির ট্রাকের সহিত ধাক্কা লাগায়। সংঘর্ষের ফলে প্রথম ট্রাকটি পিছন দিকে সেকেণ্ডে 2 ফুট গতিতে চলে। সংঘর্ষের ফলে যে পরিমাণ গতিশক্তি নষ্ট হয় তাহা নির্ণয় কর। যদি প্রতিরোধ বল টন প্রতি 20 পাউণ্ড ওজন হয় তাহা হইলে দ্বিতীয় ট্রাকটি কতদূর গিয়া থামিয়া যাইবে তাহা বাহির কর।

A truck of mass 8 ton moving at 5ft./sec. collides with a stationary truck of mass 20 ton standing on the same level rails and the collision causes the first truck to move backwards at 2 ft./sec. Find the amount of kinetic energy lost in the inpact and find how far the second truck moves before coming to rest if it is acted upon by a resistance of 20 lb. wt. per ton mass.

[Ans. 392 ft. lb., 13·72 ft.]

16. বলা হয় যে 24 ঘন্টায় মানুষের হৃদয় যে পরিমাণ শক্তি ক্ষয় করে তাহা 150 পাউণ্ডের মানুষকে 1250 ফুট উচ্চ বাড়ীর নীচ হইতে উপরে তুলিয়া লইয়া যাইতে পারিত। তদনুসারে মানুষের হৃদয়ের গড় হর্স পাওয়ার নির্ণয় কর।

It has stated that the human heart expends enough energy in 24 hours to raise a 150 lb. man from the bottom to the top of a building of height 1250 ft. Find the corresponding mean value of the horse power of the human heart. [Ans. 0·004 H.P.]

17. 50 টন ভরের একটা বন্দুক হইতে 400 পাউণ্ডের একটা গোলা সেকেণ্ডে 900 ফুট বেগে নিক্ষিপ্ত হয়। বন্দুকের বেগ নির্ণয় কর। গোলা এবং বন্দুকের গতি শক্তির তুলনা কর।

A shot, whose mass is 400 lbs, is projected from a gun, of mass 50 tons, with a velocity of 900 ft/sec. Find the velocity of the gun and compare the K. E. of the shot and the gun.

[Ans. $\frac{45}{14}$ ft./sec., 280 : 1]

18. একজন লোক স্রোতের বিরুদ্ধে সাঁতার কাটিতে গিয়া তীরের সাপেক্ষে কেবলমাত্র নিজের অবস্থানই ঠিক রাখে। সে কি কোন কার্য করে?

A man swimming upstream is just able to hold his position with respect the shore. Does he perform any work? [H.S. Exam. 1967]

পঞ্চম পরিচ্ছেদ : বৃত্তাকার গতির বিস্তা

1. সংজ্ঞা লিখ : কৌণিক বেগ এবং কৌণিক ত্বরণ। বক্রপথে ঘুরিতেছে কোন বস্তুকণার জন্য (i) কৌণিক বেগ এবং রৈখিক বেগ এবং (ii) কৌণিক ত্বরণ এবং রৈখিক ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক বাহির কর।

Define : angular velocity and angular acceleration. For a particle moving on a curved path find the relations between (i) angular velocity and linear velocity (ii) angular acceleration and linear acceleration. [See Art. 5.2, 5.3]

2. কোন বিন্দুর সাপেক্ষে বলের ভ্রামক বলিতে কি বোঝ? বলের ভ্রামক নীতি বিবৃত কর। তুলাযন্ত্রে ওজন করিবার নীতি কি?

What do you understand by the term moment of a force about a point? State the principle of moments. What is the principle of weighing by common balance? [See Art. 5.4]

3. 50 সে.মি. ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথে ঘুরিতেছে এমন একটি কণিকার কৌণিক বেগ বাড়িয়া 1 সেকেণ্ডে প্রতি মিনিটে 90 আবর্ত হইতে প্রতি মিনিটে 120 আবর্ত হইল। ইহার কৌণিক এবং রৈখিক ত্বরণ নির্ণয় কর। এই সময়ে কণিকাটি যে কোণে ঘুরিয়াছে তাহা বাহির কর। কণিকাটি অপরিবর্তিত ত্বরণের সহিত চলে।

The angular velocity of a particle moving in a circle of radius 50 cm is increased in 1 sec. from 90 revolutions per minute to 120 revolutions per minute. Calculate its angular and linear acceleration and the angle the particle turns through in this time. The particle is moving with constant acceleration.

[Ans. π radians/sec^2, 50π cm./sec^2, $7\frac{\pi}{2}$]

4. 150 ফুট লম্বা একটি রেল লাইনকে 10°-তে বাঁকাইতে হইবে। যদি লাইনটি একটি বৃত্তের চাপ সৃষ্টি করে তাহা হইলে বাঁকের ব্যাসার্ধ কত?

A railway line of 150 ft is to curve through 10°. If the line forms an arc of a circle, what is the radius of curvature?

(H.S. Exam.) [Ans. 859·09 ft.]

5. একটি সমান মিটার দণ্ডের দুই প্রান্ত কিছুর উপর রাখা আছে। দণ্ডটির ওজন 50 গ্রাম। 20 এবং 30 গ্রাম ওজন দুইটি দণ্ডের 20 সে. মি. এবং 90 সে. মি.

দাগে ঝুলান হইল। দণ্ডের দুই প্রান্তের প্রতিক্রিয়া বল নির্ণয় কর। (দণ্ডের ওজন কার্যত ইহার মধ্যবিন্দু দিয়া ক্রিয়া করে।)

A uniform metre rod weighing 50 gms. is supported at its ends and two masses 20 and 30 gms. are suspended at 20 and 90 cm. marks respectively. Find the reaction of the two supports. (The weight of the metre rod acts effectively through its middle point.)

[Ans. 44 gms., 56 gms.]

6. 6 ফুট লম্বা একটি দণ্ডের দুই প্রান্ত দুইটি ছেলের কাঁধে রাখা আছে। 75 পাউণ্ডের একটি ওজন দণ্ডের উপর কোন ছেলে হইতে 2 ফুট দূরে ঝুলান হইল। ছেলে দুইটি প্রত্যেকে কি পরিমাণ ওজন বহন করিবে তাহা বাহির কর। দণ্ডের ওজন তুচ্ছজ্ঞান কর।

A pole 6 ft. long is carried by two boys, each end resting on the shoulder of a boy. If a weight of 75 lbs. is suspended two feet away from one of the boys, find the weight carried by each boy. Neglect the weight of the pole. [Ans. 50 lb.wt., 25 lb. wt.]

7. একটি তুলাযন্ত্রের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য অসমান। কোন বস্তুকে একের পর এক দুই পাত্রে রাখিয়া ওজন করিলে 7 এবং $\frac{36}{7}$ গ্রাম পাওয়া যায়। বস্তুর প্রকৃত ওজন নির্ণয় কর।

The arms of a common balance are of unequal length. A substance when weighed in two scale pans, is found to be 7 and $\frac{36}{7}$ gms. in weight. Find the true weight of the substance. [Ans. 6 gms.]

8. দ্বন্দ্ব এবং দ্বন্দ্বের ভ্রামকের সংজ্ঞা দাও। কেন একটি দ্বন্দ্বকে একটি বল দ্বারা সংতুলিত করা যায় না তাহা ব্যাখ্যা কর।

Define the terms couple and moment of a couple. Explain why a couple cannot be balanced by a single force. [See Art. 5.5]

9. কৌণিক ভরবেগ এবং দ্বন্দ্বের ভ্রামকের সংজ্ঞা দাও এবং উহাদের সম্পর্ক বিবৃত কর।

Define angular momentum and torque and state the relation between them. [See Art. 5.6, 5.7]

10. সমগতিতে বৃত্তাকার পথে চলিয়াছে এমন একটি বস্তুকণার ত্বরণের সমীকরণ বাহির কর। দেখাও যে বৃত্তের স্পর্শক বরাবর ত্বরণের মান শূন্য। অভিকেন্দ্র ত্বরণ এবং অভিকেন্দ্র বল বলিতে কি বোঝ?

Find an expression for the acceleration of a particle moving with uniform speed in a circle. Show that the acceleration along the

tangent to the circle is zero. What do you understand by centripetal acceleration and centripetal force ? [See Art. 5·8]

11. 40 গজ ব্যাসার্ধের কোন বৃত্তাকার পথে একটি যন্ত্রযান ঘন্টায় 60 মাইল গতিতে যায়। ইহার ত্বরণ কত ?

An automobile is moving with a speed of 60 m.p.h. in a circular path of radius 40 yards. What is the acceleration ?

[Ans. 64·53 ft./sec^2]

12. একটি ট্রেন সমভূমিতে ঘন্টায় 40 মাইল সমদ্রুতিতে একটি বক্রপথে চলে। বক্রপথে ব্যাসার্ধ $\frac{1}{4}$ মাইল। রেল লাইন দুইটির দূরত্ব 4 ফুট $8\frac{1}{2}$ ইঞ্চি। রেল লাইনের উপর যদি কোন পার্শ্বিক বল প্রয়োগ করিতে না হয় তাহা হইলে বাহিরের লাইনকে ভিতরের লাইন হইতে কত উঁচুতে রাখিতে হইবে তাহা নির্ণয় কর।

A train is travelling round a horizontal curve with uniform speed 40 m.p.h. The radius of the curve is $\frac{1}{4}$ mile. The rails are distance 4′ $8\frac{1}{2}$″ apart. Find the elevation of the outer above the inner rail if there is no lateral force on the rails. [Ans. 4·6 inches]

13. বাস্তব বল এবং অবাস্তব বল বলিতে কি বোঝ ? অপকেন্দ্র বলকে অবাস্তব বল হিসাবে ব্যাখ্যা কর।

What do you understand by true force and pseudo-force ? Explain centrifugal force as a pseudo-force.

14. সাইকেল চালক বক্রপথে চলিবার সময় কেন ভিতরের দিকে ঝুকিয়া পড়ে তাহা ব্যাখ্যা কর।

Explain why a cyclist leans inward when he is going round a curve.

15. একজন সাইকেল চালক 22 ফুট ব্যাসার্ধের একটি বক্রপথে ঘন্টায় 10 মাইল গতিতে যায়। চালকের উল্লম্ব রেখার সহিত কত কোণ করিয়া চলা উচিত তাহা নির্ণয় কর। ঘর্ষণাঙ্কের সর্বনিম্ন মান কত হইলে টায়ার রাস্তায় স্লিপ করিবে না ? যদি চালক এবং সাইকেলের ভর 200 পাউণ্ড হয় তবে রাস্তা চাকার উপর কি পরিমাণ ঘর্ষণ বল প্রয়োগ করে ?

Calculate the angle which a cyclist must make with the vertical when going round a curve of radius 22 ft. at 10 m.p.h. What is the least value of the coefficient of friction between the tyre and the road which will prevent slipping ? If the bicycle and the rider have a mass of 200 lb., what frictional force must the ground exert on the wheels ? [Ans. 17°, 0·306, 61·1 lb. wt.]

ষষ্ঠ পরিচ্ছেদ : স্থিতি বিদ্যা

1. একদল বস্তুকণার ভরকেন্দ্র এবং ভারকেন্দ্রের সংজ্ঞা দাও এবং দেখাও যে ভরকেন্দ্রের অবস্থান স্থানাঙ্ক কাঠামোর মূলবিন্দুর অবস্থানের উপর নির্ভর করে না।

Define the centre of mass and the centre of gravity of a system of particles and show that the position of the C.M. is independent of the position of the origin of the co-ordinate system.

[See Art. 6·1, 6·2]

2. ভরকেন্দ্রের সাপেক্ষে $m_1, m_2, \ldots$ ভরগুলির স্থানাঙ্ক ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots$ দেখাও যে

$$m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \ldots = \vec{O}$$

If the position vectors of masses $m_1, m_2, \ldots$ referred to the centre of mass are $\vec{r}_1, \vec{r}_2$, respectively, show that

$$m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \ldots = \vec{O}$$

3. M মোট ভর বিশিষ্ট একদল বস্তুকণার ভরকেন্দ্রের গতি আলোচনা কর এবং দেখাও যে (a) বস্তুকণাগুলির উপর প্রযোজ্য ভরবেগগুলির লব্ধি$=M\times$ ভরকেন্দ্রের বেগ, (b) ভরকেন্দ্রে সমস্ত বলগুলির লব্ধির প্রয়োগে উহা M ভরবিশিষ্ট একটি কণার মত ব্যবহার করে।

Discuss the motion of the C. M. of a system of particles of total mass M and show that (a) the resultant linear momentum of the system of particles$=M\times$the velocity of the C. M., (b) the C. M. behaves like a particle of mass M under the action of the resultant of all the forces concentrated on it. [See Art. 6·1]

4. শূন্যে অবস্থিত দুইটি ধূমকেতুর ভর 7 কে. জি. এবং 9 কে. জি.। উহাদের মধ্যের দূরত্ব যদি 8 মিটার হয় তবে উহাদের ভরকেন্দ্রের অবস্থান বাহির কর।

Two meteorites in free space have masses of 7 kg and 9 kg. Find the position of their centre of mass if they are 8 metres apart.

[Ans. 3·5 metres from 9 kg. mass]

সপ্তম পরিচ্ছেদ : মহাকর্ষ

1. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও।

Answer the following questions.

(a) এটা জানা আছে যে ভূ-পৃষ্ঠ হইতে উচ্চতার সহিত বস্তুর ওজনের পরিবর্তন হয়। এই পরিবর্তন কি বস্তুর ভরের পরিবর্তনের জন্য হয় ? ওজনের পরিবর্তন কেমন করিয়া হয় ?

It is known that the weight of a body varies with distance from the earth. Is it due to the change of the mass of the body ? How does the weight vary ? [See Art 7·6]

(b) কৃত্রিম উপগ্রহে মানুষ কি হাঁটিতে এবং লাফাইতে পারে ?

Inside a space-ship can a man jump and walk ? [See Art 7·9]

(c) চন্দ্রের উপর সূর্যের আকর্ষণ বল পৃথিবীর আকর্ষণ বল অপেক্ষা বেশী। তাহা হইলে চন্দ্র কেন সূর্য গ্রহণের সময় সূর্যের দিকে ধাবিত হয় না ?

The sun's attraction on the moon is more than the earth's attraction. Why does not the moon move towards the sun during the solar eclipse ? [See Art 7·7]

(d) যদিও ভারী বস্তুর উপর অভিকর্ষজবল বেশী তবুও ভারী বস্তু কেন হাল্কা বস্তু অপেক্ষা তাড়াতাড়ি পড়ে না ?

Explain why heavier body does not fall earlier than the lighter body though the gravitational force on the heavier body is more. [See Art 7·4]

(e) দেখাও যে ভূ-পৃষ্ঠ হইতে সামান্য উপরে একটি কৃত্রিম উপগ্রহের পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করিতে যে সময় লাগে তাহা পৃথিবীর ব্যাসার্ধের সমান দৈর্ঘ্যের একটি পেণ্ডুলামের দোলন-কালের সমান।

Show that the time period of rotation of a satellite just above the surface of the earth is equal to the period of simple pendulum having a length equal to the radius of the earth.

[Ans. $T=2\pi\sqrt{\gamma_{\circ}/g}$

(f) একটি বস্তুকে খনির ভিতর, ভূ-পৃষ্ঠে এবং পাহাড়ের উপর ওজন করা হইল। কোথায় বস্তুটির ওজন সর্বাপেক্ষা বেশী হইবে ? উত্তরটি যুক্তির দ্বারা প্রমাণ কর।

A body is weighed inside a mine, on the surface of the earth

and on the top of the hill. Where the weight of the body will be maximum ? Give reason. [See Art. 7·6 (a), (b)]

(g) কোনটি বেশী—পৃথিবীর উপর এক কিলোগ্রাম লৌহখণ্ডের আকর্ষণ, না এক কিলোগ্রাম লৌহখণ্ডের উপর সমান দূরত্বে পৃথিবীর আকর্ষণ।

(h) স্প্রিং তুলাযন্ত্রের সাহায্যে কোনও বস্তুকে (i) উত্তর মেরুতে এবং বিষুব রেখার উপর কোনও স্থানে (ii) একই অক্ষাংশে কোনও উচ্চ পর্বতের চূড়ায় এবং কোনও গভীর খনির তলদেশে ওজন করা হইল। বিভিন্ন ক্ষেত্রে উহার ওজন কিরূপ পরিবর্তন ঘটিবে ? যুক্তি সহকারে উত্তর দাও।

[H. S. Exam. (Comp) '75 See Art 7·6]

2. অভিকর্ষকজ ত্বরণ বলিতে কি বুঝায় ? সি. জি. এস. এবং এফ. পি. এস.-এ ইহার একক কি ?

What do you mean by acceleration due to gravity ? What are the units in which this quantity is expressed in C. G. S and F. P. S. units ? [See Art 7·3 (H. S. Exam. 1960, '64)]

3. চন্দ্র পৃথিবীকে 27·3 দিনে একবার প্রদক্ষিণ করে এবং চন্দ্র ও পৃথিবীর ভিতর দূরত্ব $2 \cdot 4 \times 10^4$ মাইল, যদি ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ 32 ft/sec^2 হয় তবে পৃথিবীর চন্দ্রপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ কত হইবে ?

Moon moves round the earth in 27·3 days and the distance between the earth and the moon is 24×10^4 miles, if the acceleration due to gravity on the surface of the earth is 32 ft/sec^2 calculate it on the surface of the moon due to the earth. [Ans. 0 0089 ft/sec^2]

4. মহাকর্ষ সূত্রটি লিখ এবং উহা হইতে মহাকর্ষীয় ধ্রুবকটির (G) সংজ্ঞা দাও। উচ্চতার সহিত কি ভাবে অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিবর্তন হয় তাহা আলোচনা কর।

State the law of gravitational attraction and hence define the gravitational constant G. Discuss how acceleration due to gravity varies with altitude. [See Art 7·2, 7·6 (a)]

5. দুইটি গোলাকৃতি বস্তুর প্রত্যেকটির ওজন 4 kgm এবং তাহাদের মধ্যে দূরত্ব 30 cm.। যদি $G = 6 \cdot 667 \times 10^{-8}$ C.G.S একক হয় তবে দুইটি গোলকের ভিতর আকর্ষণ বল নির্ণয় কর।

Two spherical bodies of mass 4 kgm each are placed 30 cm. apart. If $G = 6 \cdot 66 \times 10^{-8}$ C. G. S units, what is the force between two bodies ? [Ans. $11 \cdot 84 \times 10^{-10}$ dynes]

6. যদি পৃথিবী একটি সমসত্ব পদার্থের গোলক হয় এবং ইহার ব্যাসার্ধ এবং ঘনত্ব

যথাক্রমে 6.4×10^6 m এবং 7.86 gm/cm^3 হয় তবে ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত? ধরিয়া লও $G=6.66\times10^{-8}$ C.G S একক।

If the earth were a homogeneous solid sphere of radius 6.4×10^8 metres and density 7.86 gm/cm^3, what would be the value of gravity at its surface? Take $G=6.66\times10^{-8}$ C. G. S units

[Ans. 1313 cm/sec^2]

7. ভূ-পৃষ্ঠ হইতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ 490 cm/sec^2 হইবে?

At what altitude above the earth's surface would the acceleration due to gravity be 490 cm/sec^2? [Ans. $\sqrt{2}\times r_e$]

8. যদি পৃথিবী ও সূর্যের ভিতর দূরত্ব হয় 9.3×10^7 মাইল তাহা হইলে সূর্য ও পৃথিবীর ভিতর ভূ-পৃষ্ঠ হইতে কত দূরত্বে একটি বস্তুর ওজন শূন্য হইবে? ধরিয়া লও সূর্যের ভর পৃথিবীর ভর অপেক্ষা 3×10^5 গুণ বেশী।

If the distance between the sun and the earth is 9.3×10^7 miles, at what distance from the surface of the earth along the line between the sun and the earth, gravitational attraction on a body would be zero? Take mass of the sun 3×10^5 times more than that of the earth. [Ans. 1.8×10^5 miles (approx.)]

9. পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6.4×10^6 Km, সূর্য এবং পৃথিবীর দূরত্ব 1.5×10^8 Km, পৃথিবীর ঘনত্ব 5.6 gm/cm^3 এবং পৃথিবী সূর্যকে 365 দিনে একবার প্রদক্ষিণ করে। পৃথিবীর কক্ষপথকে বৃত্তাকার ধরিয়া লইয়া সূর্য এবং পৃথিবীর মধ্যে আকর্ষণ বল নির্ণয় কর।

The radius of the earth is 6.4×10^6 km, the distance between the sun and the earth is 1.5×10^8 km, the density of the earth is 5.6 gm/cm^3, the period of revolution of the earth round the sun is 365 days. Assuming circular orbit of the earth calculate the force of attraction between the sun and the earth using the data given above. [Ans. 3.1×10^{37} dynes]

10. কত কৌনিক বেগে পৃথিবী নিজের অক্ষের চতুর্দিকে ঘুরিলে বিষুব রেখায় একটি বস্তুর ওজন শূন্য হইবে? পৃথিবীর ঘনত্ব 5.6 gm/cm^3।

At what angular velocity would the earth have to rotate for the weight of a body at the equator to be zero? The density of the earth is 5.6 gm/cm^3. [Ans. 12.1×10^{-4} sec^{-1}]

11. একটি উপগ্রহকে 22 Km উপরে একটি কক্ষপথে স্থাপন করা হইল। (a) এই উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের কত পরিবর্তন হইবে? (b) উপগ্রহের কৌনিক বেগ

কত ? পৃথিবীর ঘনত্ব 5·6 gm/cm³, ব্যাসার্ধ 6 4 × 10⁶ meters, মহাকর্ষীয় ধ্রুবক 6·67 × 10⁻⁸ C.G.S unit এবং উপগ্রহের ভর 2 kgm. ।

A satellite is launched into a circular orbit 22 km above the surface of the earth. (a) By how much does the acceleration due to gravity change at this height ? (b) What is the augular velocity of the satellite. The density of the earth is 5·6 gm/cm³, radius of the earth is 6·4 × 10⁶ meters, gravitational constant G is 6·67 × 10⁻⁸ C. G. S. unit and the mass of the satellite is 2 kgm.

[Ans. (a) 7×10^{-6}g, (b) $6{\cdot}07 \times 10^{-4}$ sec $^{-1}$]

12. কত বেগে একটি বলকে সোজা উপরের দিকে ছুড়িলে বলটি 100 ft উঠিবে এবং কতক্ষণ ইহা শূন্যে থাকিবে ?

With what speed must a ball be thrown vertically upwards in order to rise to a height of 100 ft. and how long will it be in air ?

[Ans. 80 ft./sec এবং 5 sec.]

13. একটি বস্তুকে সোজা উপরের দিকে ছুড়িলে দেখাও যে (a) প্রারম্ভিক বেগ এবং যে বেগে বস্তুটি ভূ পৃষ্ঠে পড়িবে তাহারা সমান এবং (b) যে সময়ে বলটি সর্বোচ্চ সীমায় পৌঁছাইবে তাহা পতন কালের সমান ।

Show that for a body thrown up vertically : (a) the initial velocity is equal to the velocity with which it strikes the earth ; and (b) the time during which it is rising is equal to the time during which it is falling.

[See Art 7·5, Example 6]

14. পতনশীল বস্তুর সূত্রাবলী লিখ। পরীক্ষার দ্বারা প্রথম সূত্র কিরূপে প্রমাণ করা যাইবে ?

State the laws of falling bodies. How would you prove the first law experimentally ?

[See Art 7·5, 7·4]

15. একটি 400 ft. উচ্চ টাওয়ার হইতে একটি প্রস্তরখণ্ডকে অনুভূমিক ভাবে 400 ft/sec বেগে ছুড়িয়া দেওয়া হইল। কতক্ষণ পরে এবং কোথায় প্রস্তরটি ভূ-পৃষ্ঠ স্পর্শ করিবে ?

A stone is thrown horizontally with a velccity of 400 ft/sec from the top of a tower 4C0 ft. high. After what time and where will it strike the ground ?

[Ans. 5 sec ; 2000 ft.]

16. একটি প্রস্তরখণ্ডকে 49 metre উচ্চ বাড়ীর ছাদ হইতে নীচে জলে ফেলিয়া দেওয়া হইল। আর একটি প্রস্তরখণ্ডকে 1·0 sec. পরে নীচের দিকে ছুড়িয়া দেওয়া

হইল। উভয় প্রস্তরখণ্ড একই সময়ে জলে পড়িল। দ্বিতীয় প্রস্তরখণ্ডটির প্রাথমিক বেগ কত ছিল ?

A stone is dropped into water from the roof of a building 49 metres above the water. Another stone is thrown vertically down 1·0 sec. after the first is dropped. Both stone strike the water at the same time. What was the initial speed of the second stone.

[Ans. 100·1 cm/sec.]

17. একটি বেলুন সমবেগ V_0 তে উপরে উঠিতেছে। বেলুন হইতে একটি ওজন ঝুলাইয়া দেওয়া হইয়াছে। বেলুনটি যখন H_0 উচ্চতায় উঠিবে তখন সুতা কাটিয়া ওজনটি ফেলিয়া দেওয়া হইল। এখন ওজনটির বেগ কত হইবে ? কতক্ষণ পরে উহা ভূ-পৃষ্ঠে পড়িবে ? ইহার শেষ বেগ কত হইবে ?

A balloon rises at uniform velocity V_0. A load is suspended by a thread to the balloon. What will be the motion of the load with respect to the earth if the thread from which it is suspended breaks at the instant the ballon attains the height H_0 ? How long will it take to fall to earth ? What will be its final velocity ?

[See Art 7·5 and Example 6]

অষ্টম পরিচ্ছেদ : উদস্থিতি

1. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :

Answer the followiag questions.

(a) বৃত্তাকার কক্ষপথে ঘূর্ণায়মান উপগ্রহে আর্কিমিডিসের সূত্র কি প্রযোজ্য হইবে ?

Does Archimedes' principle valid in a satellite moving in a circular orbit ?

(b) একটি পাতলা প্লাষ্টিক ব্যাগের খালি অবস্থায় এবং বায়ুমণ্ডলের চাপে বায়ুভর্তি অবস্থায় ওজনের কোন তারতম্য হয় না কেন ?

A thin plastic bag weighs the same when empty as when filled with air at atmospheric pressure. Explain. [See Art 8·12]

(c) একটি বরফের ঘনকের, জলভর্তি গ্লাসে আয়তনের $\frac{1}{11}$ অংশ জলের উপরে ভাসিয়া থাকে। যখন বরফের ঘনকটি গলিয়া যাইবে গ্লাসে জলের তলের উচ্চতায় পরিবর্তন হইবে কি ?

An ice cube floats in a glass of water with $\frac{1}{11}$th of its volume projecting above the liquid surface. How will melting of the ice effect the level of the water in the glass ? [See Art 8·10]

(d) যদি বরফের ঘনকটির ভিতরে একটি ইস্পাতের বল থাকে তবে বরফ গলিয়া গেলে গ্লাসে জলের উচ্চতার কিরূপ পরিবর্তন হইবে ?

If a steel ball is there inside the ice cube how will the water level in the glass be effected when the ice melts ? [See Art 8·10]

(e) একটি শংকু আকৃতির ফ্লাস্ক এবং একটি বড় বালতির তলদেশের ক্ষেত্রফল সমান। এই দুইটি পাত্রে জল একই উচ্চতা পর্যন্ত ভরিলে পাত্র দুইটির তলদেশে একই মানের ঘাত ক্রিয়া করিবে। কিন্তু পাত্র দুইটির জল তুলাদণ্ডে ওজন করিলে ওজনের পার্থক্য দেখায় কেন ?

A conical flask and a big bucket having same base area are filled with water to the same height. If the thrust at the bottom of each vessel is same why do the vessels have different weights when put on a balance ? [See Art 8·9]

(f) একটি জল ভর্তি পাত্র তুলাদণ্ডে ওজন করা হইল। একটি কর্ক যাহার আপেক্ষিক গুরুত্ব 0·5, এই জলে ভাসান হইল। এখন তুলাদণ্ডে ওজনের কোন পার্থক্য দেখাইবে কি ? ভাসমান কর্কটির এখন ওজন কত ?

A beaker full of water is put on a balance. When a cork of specific gravity 0·5 is placed in the water does the weight of the beaker with water change ? What is the weight of the cork while floating ? [See Art 8·10]

(g) "তরলের চাপ গভীরতার সহিত সমানুপাতিক ভাবে বৃদ্ধি পায়।" এই উক্তিতে কি অনুমান করিয়া লওয়া হইয়াছে ? এই অনুমান কতটা সত্য ?

What is the assumption involved in the statement that hydrostatic pressure is proportional to depth ? Is it justified ? [See Art 8·8]

(h) একটি বস্তু তরলে এমন ভাবে নিমজ্জিত করা হইল যাহাতে বস্তুটি পাত্রের তলদেশে লাগিয়া থাকে এবং ইহার তলায় কোন তরল না থাকে। এখন বস্তুটির উপর কোন প্লবতা ক্রিয়া করিতেছে কি ? কারণ ব্যাখ্যা কর।

A body is immersed in a liquid in such a manner that it is closely in contact with the bottom and there is no liquid beneath the body. Is there any buoyancy acting on the body ?

[See Ans. 8·9]

2. তরলের কোন বিন্দুতে চাপ বলিতে কি বুঝায় ? কোন পরীক্ষার দ্বারা প্রমাণ করিবে যে তরল কোন এক বিন্দুতে সবদিক হইতে সমান চাপ দেয়। তরলের ঘনত্ব যদি ρ হয় পৃষ্ঠ হইতে x cm গভীরতায় তরলের চাপ নির্ণয় কর।

What is meant by the pressure at a point inside a liquid ? By what experimental arrangement would you prove that water exerts pressure in all directions equally at the same point ? Find the value of the pressure at a point x cm below the surface of a liquid of density ρ. [See Art 8·3, 8·8] [C.U. '59.]

3. তরলে চাপ এবং ঘাতের পার্থক্য কি ? উহাদের ভিতর একটি সম্পর্ক নির্ণয় কর।

একটি পরীক্ষার দ্বারা প্রমাণ কর যে সাম্য অবস্থায় তরলের চাপ গভীরতার উপর নির্ভর করে।

Distinguish between 'pressure' and 'thrust' as applied to a liquid and find a relation between them.

Describe a simple experimental arrangement to prove that the pressure at a point within a liquid at rest depends on the height of the liquid above that point. [See Art 8·8] [H. S. Exam '62]

4. একটি প্রায় ডুবন্ত বাঁধে, যাহার উপর দিয়া জল যাইতেছে, জলের গভীরতা 36 m। বাঁধের মধ্যবিন্দু এবং তলদেশে চাপ কত ?

Water is 36 metres deep on the upstream face of a dam. What are the pressure at (i) the middle and (ii) the base of the dam ?

[Ans. (i) $1{\cdot}75 \times 16^5$ dynes ; (ii) $3{\cdot}5 \times 10^5$ dynes]

5. তরলে চাপ সঞ্চালন সম্পর্কিত প্যাস্কাল সূত্রটি লিখ এবং উহার ব্যাখ্যা কর। হাইড্রলিক প্রেসের একটি পরিষ্কার চিত্র অঙ্কন কর এবং ইহার কার্যপ্রণালী বর্ণনা কর। উপরোক্ত সূত্রটি কিরূপে এখানে প্রয়োগ করা হইয়াছে ?

State and explain Pascal's principle on the transmission of liquid pressure. Draw a neat diagram and describe the action of a hydraulic press, as an application of this principle. [See Art 8·7,8·8]. [C.U. '50]

6. তরলে চাপ সঞ্চালন সম্পর্কিত প্যাস্কাল সূত্রটি লিখ। হাইড্রলিক প্রেসের কার্যপ্রণালী কিরূপে এই সূত্রের উপর নির্ভর করে তাহা ব্যাখ্যা কর।

State Pascal's law of transmission of liquid pressure. Show how the action of a hydraulic press depends on this law.

[See Art 8·7, 8·8] [H.S. Exam '65.]

7. তরলে চাপ সঞ্চালন সম্পর্কিত প্যাস্কাল সূত্রটি লিখ এবং ইহার দ্বারা কিরূপে বলকে বহুগুণ বৃদ্ধি করা যায় তাহা ব্যাখ্যা কর।

পরিষ্কার চিত্র সহ ব্রহ্মা প্রেস বর্ণনা কর। এই যন্ত্রে যান্ত্রিক সুবিধা কতটা পাওয়া যায়?

State Pascal's principle of transmission of liquid pressure and apply it to secure multiplication of force.

Describe a Bramah press with a neat diagram. What is the mechanical advantage in such a machine?

[See Art 8·7, 8·8 ; C.U. '57]

8. একটি স্লুইস গেট 120 cm×90 cm জলের নীচে নিমজ্জিত অবস্থায় আছে। যদি উহার দীর্ঘ বাহুটি অনুভূমিক হয় এবং উহার উপর দিক 60 cm জলের নীচে থাকে তাহা হইলে গেটের উপর মোট ঘাত কত?

Find the total thrust on a submerged vertical sluice gate 120 cm by 90 cm the longer sides horizontal, when its top is 60 cm below the surface of water. [Ans. $1{\cdot}1\times10^{9}$ dynes]

9. তরলে চাপ সঞ্চালন সম্পর্কিত প্যাস্কাল সূত্রটি লিখ এবং ব্যাখ্যা কর। এই সূত্র প্রয়োগ করিয়া কিরূপে বলের বহুগুণ বৃদ্ধি করা যায়?

State and explain Pascal's principle on the transmission of liquid pressure. How can you apply this principle for obtaining multiplication of force? [See Art 8·7, 8·8 ; H.S. Exm. '61, '64.]

10. হাইড্রলিক প্রেসের কার্যাবলী ব্যাখ্যা কর। ইহার একটি পরিষ্কার ছবি অঙ্কন কর।

একটি তেলভর্তি বোতলে কর্ক লাগান আছে। বোতলের গলার এবং তলদেশের ব্যাস যথাক্রমে $\frac{1}{4}$ inch এবং 3 inches। যদি কর্কের উপর 5 lb-wt বল প্রয়োগ করা হয় তবে বোতলের নিম্নদেশে ঘাত কত হইবে?

Describe the principle and action of a hydraulic press. Give a neat sectional diagram.

A bottle is completely filled with oil and corked. If the diameter of the neck and bottom of the bottle is $\frac{1}{4}$ inch and 3 inches respectively, calculate the thrust on the bottom when the cork is pressed with a force of 5 lb-wt. [See Art 8·8 ; Ans. 180lb-wt]

11. আর্কিমিডিসের সূত্র লিখ। বস্তুর আপাত ওজন কমার কারণ কি?

1000 লিটার আয়তন এবং 950 kgm ওজনের বয়া সমুদ্রের জলে পুরা ডুবান আছে এবং সমুদ্রের তলদেশ হইতে একটি শিকল দিয়া ইহা বাঁধা আছে। যদি সমুদ্রের জলের

আপেক্ষিক গুরুত্ব 1·02 হয় তবে শিকলটিতে টান কত? (শিকলের ওজন নগণ্য ধরিয়া লও।)

একখণ্ড ইটের আপেক্ষিক গুরুত্ব 1·5 এবং ওজন 6 kgm। যখন ইহার আয়তনের অর্ধাংশ জলে নিমজ্জিত থাকিবে তখন উহার ওজন কত হইবে?

State Archimedes principle. What is the apparent loss of weight due to?

A buoy of volume 1000 litres and weighing 950 kgm is fully immersed in sea-water of specific gravity 1·02 being anchored to the sea bottom by a chain. What is the tension in the chain? (Ignore weight of the chain).

A piece of brick has a specific gravity of 1·5 and weighs 6 kgm. How much will it weigh when just half of it is immersed in water?

[See Art 8·9; Ans. 686×10^5 dynes, 4 kgm]

12. একটি লোহার ঘনকের বায়ুতে ওজন 39 gm এবং জলে 31·5 gm। যদি লোহার ঘনত্ব 7·0 gm/cm³ হয় তবে ঘনকের ভিতরে যে ফাঁকা জায়গা আছে তাহার আয়তন কত?

A solid cube of iron weighs 39 gm in air and 31·5 gm in water. If the density of iron is 7·0 gm/cm³ what is the volume of air cavities in the cube? [Ans. 2·5 c.c]

13. আর্কিমিডিসের সূত্রটি লিখ। পরীক্ষার দ্বারা সূত্রটি কি ভাবে প্রমাণ করা যাইবে তাহা বর্ণনা কর।

State the principle of Archimedes. How may this principle be verified? [See Art 8·9; H.S. Exam. '62]

14. একটি ফাঁপা লোহার গোলক প্রায় নিমজ্জিত অবস্থায় জলে ভাসিয়া আছে। লোহার ঘনত্ব 7·8 gm/cc। যদি গোলকটির বাহিরের ব্যাস হয় 50 cm তাহা হইলে ইহার ভিতরের ব্যাস কত?

A hollow iron ball floats almost completely submerged in water. The density of iron is 7·8 gm/cc. If the outer diameter is 50 cm, find the inner diameter. [Ans. 47 cm (approx.)]

15. আর্কিমিডিসের সূত্রটি লিখ এবং উহার ব্যাখ্যা কর। ইহার প্রয়োগ করিয়া কিরূপে বস্তুর আয়তন মাপা যাইবে?

দুইখণ্ড ধাতু তুলাদণ্ডের দুইদিকে ঝুলাইয়া দেওয়া হইল এবং দেখা গেল যে নিমজ্জিত অবস্থায় তুলাদণ্ড অনুভূমিক থাকে। একটি খণ্ডের ভর 32 gm এবং ঘনত্ব 8 gm/cc। অন্যটির ঘনত্ব 5 gm/cc হইলে উহার ভর কত?

State and explain Archimede's principle. Show how it can be applied to find the volume of a solid.

Two pieces of metal are suspended from the arms of a balance and found to be in equilibrium when kept immersed in water. The mass of one piece is 32 gm and its density is 8 gm/cc. The density of the other is 5 gm/cc. What is its mass ?

[See Art 8·9 ; Ans. 35 gm.]

16. একটি কর্কের ওজন 1·0 gm এবং ঘনত্ব 0·50 gm/cc। এখন ইহাতে এক টুকরা লোহা লাগান হইল যাহাতে কর্কটির আয়তনের 0·90 অংশ জলে নিমজ্জিত থাকে। লোহার টুক্‌রাটির ওজন কত হইবে (a) যদি উহা কর্কের উপরে রাখা হয় ? (b) যদি উহা কর্কের তলায় লাগান হয় ? (লোহার ঘনত্ব 7·0 gm/cc)।

A cork weighs 1·0 gm and has a density 0·50 gm/cc. It is to be loaded with iron piece so that it will float in water with 0·90 of its volume immersed. What weight of iron is needed (a) if it is placed on the top of the cork ? (b) if the iron is attached below the cork ?

[Ans. (a) 0·8 gm. (b) 0·95 gm.]

17. প্লবতা কাহাকে বলে ? ইহার মান কি কি পদের উপর নির্ভরশীল ? উদাহরণ সহকারে উত্তরটির ব্যাখ্যা কর।

What is buoyancy ? On what factors does it depend ? Illustrate your answer with suitable examples.

[See Art 8·9 ; H. S. Exam. '64]

18. কি শর্ত পূরণ করিলে একটি বস্তু তরলে ভাসিবে ? উত্তরটি দুইটি উদাহরণের সাহায্যে ব্যাখ্যা কর।

8 cm লম্বা একটি বেলনাকৃতি পেন্সিল ভাসমান অবস্থায় সোজা দাঁড়াইয়া থাকে। ইহা 3 cm জলের উপরে থাকে। 0·8 gm/cc ঘনত্ব বিশিষ্ট তরলে ইহার কত অংশ উপরে থাকিবে ?

What condition must be fulfilled so that a body may float in a liquid ? Illustrate your answer by two examples.

A cylindrical pencil 8 cm long floats vertically in water with 3 cm of it above the water. How much of it will project out of a liquid of density 0·8 gm/cc ?

(H. S. (Comp) 1963)

[See Art 8·10, Ans. $1\frac{3}{4}$cm.]

19. একখণ্ড 22 cc আয়তনের মোম এবং জলে ভাসমান অবস্থায়, 2 cc জল-পৃষ্ঠের উপরে থাকে। মোমের ওজন এবং ঘনত্ব বাহির কর।

A piece of wax of volume 22 cc floats in water with 2 cc above the surface. Find the weight and density of wax. [C.U. 47 H.S. '62]

[Ans. 20 gm, $\frac{10}{11}$ gm/cc]

20. যদি কোন বস্তুর আয়তনের কত অংশ তরলে নিমজ্জিত আছে তাহা বাহির করিবার ইচ্ছা হয় তবে তাহা কিরূপে করা যাইবে ?

1000 Kgm ওজনের একখণ্ড বরফকে সমুদ্রের জলে ফেলিয়া দেওয়া হইল। বরফের আয়তনের কত অংশ নিমজ্জিত থাকিবে ? বরফের ঘনত্ব 0·917 gm/cc এবং সমুদ্রের জলের ঘনত্ব 1·03 gm/cc।

It is desired to find what portion of bulk of a floating body is submerged in a given liquid. Explain how you would solve the question.

A block of ice weighing 1000 Kgm is thrown into the sea. Determine the volume of the ice submerged. The density of icc is 0·917 gm./cc and the denisty of sea-water is 1·03 gm/cc. [C.U.'51]

[See Art 8.9, Ans. $970·8 \times 10^3$cc]

21. যদিও লোহা জলের চাইতে ভারী তবুও লোহার তৈরী জাহাজ জলে ভাসে কেন ? ভাসমান বস্তুর শর্তগুলি সবিস্তারে লিখ।

Why is that an iron ship floats in water even though iron is heavier than water ? Enuniciate the conditions of floatation of a body. [See Art 8.10] [C. U. '59]

22. প্লবতা কাহাকে বলে ? "ভাসমান বস্তুর কোন ওজন থাকে না।" ব্যাখ্যা কর।

এক পাউণ্ড তুলা এক পাউণ্ড সীসা অপেক্ষা বাতাসে হাল্কা বোধ হয় কেন ?

একখণ্ড বস্তু কোন এক তরলে ভাসমান অবস্থায় উহার আয়তনের 0·2 অংশ তরলের উপরে থাকে এবং জলে 0 1 অংশ জলের উপরে থাকে। তরলের ঘনত্ব কত ?

What is buoyancy ? 'A floating body loses its whole weight'—Explain. How do you account for the fact that a pound of cotton appears to be lighter than a pound of lead.

A block floats in a liquid with 0·2 of its volume exposed and in water with 0·1 of its volume exposed. Find the density of the liquid. [See Art 8·9, Ans.1·125 gm/cc.] [H. S. Comp '62]

23. টরিসেলীর শূন্যস্থান কাহাকে বলে ? বাস্তবিকই কি উহা সম্পূর্ণ শূন্য ?

একটি একমুখ বন্ধ 50 ইঞ্চি লম্বা নল সম্পূর্ণ পারদপূর্ণ করা হইল, তাহার পর উহাকে উল্টাইয়া একটি পারদপূর্ণ পাত্রে উহার খোলা মুখ পারদের মধ্যে অল্প কিছু ঢুকাইয়া

খাড়াভাবে ধরা হইল। এই বারে নলটিকে ধীরে ধীরে কাত করা হইল। ক্রমশ পাত্রস্থিত পারদ হইতে নলের উপরভাগের উচ্চতা 30 ইঞ্চির কম হইল। নলের মধ্যকার পারদ সম্বন্ধে তুমি কি লক্ষ্য করিলে তাহা যুক্তি সহকারে ব্যাখ্যা কর। ব্যারোমিটারের উচ্চতা 30 ইঞ্চি (Hg)।

একটি একমুখ বন্ধ লম্বা 50 ইঞ্চি লম্বা নল অর্ধেক পারদপূর্ণ করা হইল এবং তাহার পর উহাকে উল্টাইয়া একটি পারদপূর্ণ পাত্রে উহার খোলা মুখ পারদের মধ্যে অল্প কিছু ঢুকাইয়া খাড়াভাবে ধরা হইল। ব্যারোমিটারের উচ্চতা 30 ইঞ্চি হইলে পারদের উচ্চতা কত হইবে ?

ব্যারোমিটারের উচ্চতা 76 Cm (Hg) হইলে চরম এককে বায়ুর চাপ নির্ণয় কর। (পারদের ঘনত্ব = 13·6 gm/cc, অভিকর্ষজ ত্বরণ = 980 cm/Sec^2)।

What is Torricelli's vacuum ? Is it strictly speaking a perfect vacuum ?

A glass-tube 50 inches long closed at one end, is completely filled with mercury and is then inverted vertically over a trough of mercury. The tube is then slowly inclined to the vertical until the height of the top of the tube over the mercury trough is less than 30 inches. Explain with reason what you will observe with regard to the mercury in the tube. Barometric height is 30 inches of mercury.

A glass tube 50 inches long closed at one end, is half filled with mercury and is then inverted vertically with its open end just dipping into a mercy trough. If the barometer stands at 30 inches of Hg, what will be the height of mercury in the tube ?

If the Barometric height be 76 cm of Hg, find the atmospheric pressure in absolute unit. (Density of mercury = 13·6 gm/cc ; Acceleration due to gravity = 980 cm/Sec^2.)

(H. S. Ex. '75) [See Art. 8·14 Ans. 25"]

24. কোনও তরলের ভিতর ঘাত ও চাপের মধ্যে পার্থক্য ব্যাখ্যা কর। তরলের মধ্যে কোনও বিন্দুতে চাপের পরিমাণ কত ?

একটি U-নলের তলদেশে কিছু পারদ আছে। নলের এক বাহু দিয়া কেরোসিন ও অপর বাহু দিয়া গ্লিসারিন ঢালা হইল। কেরোসিন ও গ্লিসারিনের উচ্চতা যথাক্রমে 20 cm এবং 12·7 cm হইলে উভয় বাহুতেই পারদের উচ্চতা একই থাকিল। কেরোসিনের ঘনত্ব 0·8 gm/cc হইলে গ্লিসারিনের ঘনত্ব কত ?

Explain the difference between thrust and pressure inside a liquid. What is the pressure at a point inside a liquid ?

In a U-tube there is some mercury at the bottom. Kerosene oil and glycerine are respectively poured into the two limbs of the tube. When the length of kerosene oil and glycerine are respectively equal to 20 cm and 12·7 cm the level of mercury is the some in the two limbs. If the density of kerosene oil be 0·8gm/cc, find the density of glycerine. [See Art 8·8 ; Ans. 1·26gm/cc ; H. S. Exam.'75]

25. What is siphon ? Explain its action.

A tall tank of height 32 m, full of kerosene is open at the top. With the help of siphon kerosene is being transferred into small vessels. The siphon is supported with its bend placed on the rim of the tank. It is found that after some times the siphon stops working although the shorter arm of the siphon is still under kerosene. Explain why the flow of kerosene stop and calculate the height of kerosene still remaining in the tank. The height of water baromater is 10·36m, sp. gr. of kerosene is 0·82. [H. S. '74]
[See Art 8·16 ; Ans. 19 4 cm]

26. State Archimedes principle. Is it applicable to gases ? How is Archimedes' Principle verified experimentally ? Cotton is weighted by a common balance by using a Kilogram of brass weight on one pan. Does the buyer of cotton get actually one kilogram of cotton ? Give reason for you answer. [H. S. Exam' 74]
[See Art 8·9 ; 8·12],

27. (a) Describe a cartesian Diver and explain its action. (b) What are the laws of floating bodies ?

A piece of wood (sp. gr. 0·9) and a piece of aluminium (sp. gr. 2·7) when tied together are found to float just immersed in water. If the piece of aluminium weighs 10 gms, calculate the volume of the wood. [See Art 8·10, 8·11 ; Ans. 63 cc, H. S. Exam '74]

28. State Pascal's law of transmission of pressure through a liquid. With the help of neat diagram describe a Hydraulic press and explain its action.

Each of two arms of a U-tube is 30 cm long and is of 1 sq. cm. cross-section. Mercury (sp. gr. 13·6) is poured into the U-tube and the level of mercuny is 10 cm high in each arm. Into one arm 17 cc of water and into the other arm 17 cc of kerosene (sp. gr. 0·8) are now poured. What is the difference of mercury level into the two arms ? [See Art 8·7, 8·8 ; Ans. 0·23 cm] [H. S. Exam (Comp) '74]

নবম পরিচ্ছেদ : স্থিতিস্থাপকতা

1. পদগুলির ব্যাখ্যা লিখ : পীড়ন, বিকৃতি, ইয়ং গুণাঙ্ক, পয়সোঁ অনুপাত, আয়তন ও দৃঢ়তা গুণাঙ্ক।

পরীক্ষাগারে কি করিয়া একটি তার যে পদার্থের দ্বারা তৈরী তাহার ইয়ং গুণাঙ্ক নির্ণয় করিবে ?

Explain the terms : Stress, strain, Young's modulus, Poisson's ratio, bulk and rigidity moduli. How can you determine the Young's modulus of the material of the wire in the laboratory ?

[See Art 9·2, 9.3]

2. নিম্নলিখিত পদগুলির ঠিক সংজ্ঞা লিখ : (i) বিকৃতি (ii) পীড়ন (iii) পূর্ণ স্থিতিস্থাপক এবং (iv) স্থিতিস্থাপক সীমা।

Write the exact definition of the following : (i) Strain, (ii) Stress, (iii) Perfectly elastic and (iv) Elastic limit. [H.S. Exam. '66.]

[See Art 9·1, 9·4]

3. একটি 2 metres লম্বা তারের ব্যাস 1·0 mm এবং ·5 Kgm ওজনের টানে উহার দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন হয় 0·63 cm.। তারের পদার্থের ইয়ং গুণাঙ্ক কত ?

A wire 2m long and 1m m diameter is found to stretch 0 63 cm. under a tension of 0·5 Kgm. What is the Young's modulus of the material of the wire ? [Ans. $2{\cdot}0\times10^{12}$ dynes/cm^2

4. একটি 4 meters ব্যাসের ইস্পাতের বলের উপর 10^6 dynes/cm^2 উদস্থিতি চাপ প্রয়োগ করা হইল। যদি ইস্পাতের আয়তন গুণাঙ্ক $14{\cdot}35\times10^{11}$ dynes/cm^2 হয় তবে বলের আয়তনের কতটা পরিবর্তন হইবে ?

A steel ball of diameter 4 m is subjected to a hydrostatic pressure of 10^6 dynes/cm^2. If the bulk modulus of steel is $14{\cdot}35\times10^{10}$ dynes/cm^2, calculate the change in the volume of the ball.

[Ans. 22·3 c.c]

5. সংজ্ঞা লিখ : অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন, অনুদৈর্ঘ্য-বিকৃতি, এবং ইয়ং গুণাঙ্ক। C.G.S পদ্ধতিতে ইয়ং গুণাঙ্কের একক কি ?

Define longitudinal stress, longitudinal strain and Young's modulus. Derive the unit in which Young's modulus should be expressed in the C.G.S system. [H.S Exam. '60.]

[See Art 9·2]

6. মোচড় বিকৃতি ও মোচড় পীড়ন বলিতে কি বুঝায় ? C.G.S পদ্ধতি ইহাদের একক কি ? দৃঢ়তা গুণাঙ্কের একক নির্ণয় কর।

Explain what you understand by shearing strain and shearing stress. What are their units in C.G.S system ? Hence derive the unit of modulus of rigidity. [See Art 9·2]

7. একটি ঘনকের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 10cm.। ইহার এক দিক শক্ত ভাবে টেবিলের সঙ্গে লাগান আছে। উহার উল্টা দিকের তলে 10^9 dynes তির্যক বল প্রয়োগ করা হইল। এই মোচড়ে ঘনকটির উপরের তল 0·01 mm নীচের তলের সমান্তরাল ভাবে সরিয়া গেল। ঘনকের পদার্থের দৃঢ়তা গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

A cube 10 cm each side has one face fixed on table while the opposite face is sheared through a distance of 0·01 mm parallel to the fixed face by a tangential force of 10^9 dynes. Calculate the modulus of rigidity of the material of the cube.

[Ans. 10^{11} dynes/cm^2.]

8. ইয়ং গুণাঙ্ক এবং পয়সোঁ অনুপাতের সংজ্ঞা লিখ। ইয়ং গুণাঙ্ক নির্ণয়ের একটি পরীক্ষা বর্ণনা কর।

Define Young's modulus and Poisson's ratio. Describe a method for the determination of Young's modulus. [See Art 9·1, 9·3]

9. হুকের সূত্রটি লিখ। এই সূত্র পরীক্ষাগারে কি রূপে প্রমাণ করা যাইবে ?

What is Hooke's law ? Discuss how this law can be verified experimentally. [See Art 9·1, 9·3]

10. একটি 2 metres লম্বা তারের ব্যাস 0·4 mm.। একটি ওজন একপ্রান্তে চাপাইয়া তারের দৈর্ঘ্যের 2·4 mm. পরিবর্তন করা হইল। যদি তারের পদার্থের ইয়ং গুণাঙ্ক 1·2× 0^{12} dynes/cm^2 হয় তবে কত ওজন চাপান হইয়াছিল তাহা নির্ণয় কর।

A wire 2 metres long and 0·4 mm in diameter is stretched through 2·4 mm by a load. If the Young's modulus of the material of the wire is $1{\cdot}2\times10^{12}$ dynes/cm^2, calculate the load. [Ans. 1·7 Kgm.]

11. দুইটি 2 meters লম্বা এবং 0·4 mm ব্যাসের তামার এবং ইস্পাতের তার 2 Kgm সমান ওজন দ্বারা বিকৃত করা হইল। যদি তামার তারের দৈর্ঘ্যের বৃদ্ধি ইস্পাতের তারের 1·5 গুণ হয় তবে তাহাদের ইয়ং গুণাঙ্কের অনুপাত নির্ণয় কর।

A copper wire and a steel wire each of diameter 0·4 mm and each 2 metres long are stretched by 2 kgm load. Elongation of

copper is 1·5 times more than that of the steel. Compare their Young's modulus. [Ans. 1·5]

12. নিম্নলিখিত পদগুলির ব্যাখ্যা লিখ : (i) স্থিতিস্থাপক সীমা, (ii) অসম ভার ইস্পাতের স্থিতিস্থাপকতা রবারের চাইতে বেশী কেন ? [See Art 9·4, 9·1]

13. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :

(i) বিকৃতির মান কত হইলে একটি তারে পীড়ন ইয়ং গুণাঙ্কের সমান হইবে ?

For which value of strain is the stress in the wire equal to Young's modulus of the substance ? [See Art 9·2]

(ii) একটি পূর্ণ স্থিতিস্থাপক গোলক কোন শক্ত তলের উপর ফেলিলে উহা বার বার লাফাইয়া উঠে কিন্তু প্রত্যেকবার উচ্চতা কিছুটা কমিয়া যায়। উচ্চতা কমার কারণ কি ?

When a perfectly elastic ball is dropped on a hard surface it may bounce repeatedly but its height decreases with each successive bounce. Give reason why height decreases. [See Art. 9·4]

(iii) স্থিতিস্থাপকতার সহিত নিউটনের তৃতীয় গতিসূত্রের কোন সম্পর্ক আছে কি ?

What has Newton's third law of motion to do with elasticity ? [See Art 9·5]

(iv) যদি বেশী বল প্রয়োগ করিয়া রবারের সুতাকে বার বার টানা যায় তবে ইহা হুকের সূত্র মানিয়া চলিবে কি ?

Does the rubber band obey Hooke's law when it is stretched repeatedly with considerable force ? [See Art 9·1, 9·4]

দশম পরিচ্ছেদ : তরলের পৃষ্ঠটান এবং সান্দ্রতা

1. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও।

Answer the following questions :

(a) সাবান জলের ফিল্মের ক্ষেত্রে হুকের সূত্র প্রযোজ্য হইবে কি ?

Is Hooke's law applicable to the soap film ? [See Art. 9·1,10·1]

(b) রবারের বেলুনের সহিত সাবান জলের বুদবুদের তুলনামূলক আলোচনা কর।

Compare the tension of soap bubble with that of a rubber balloon. [See Art 10·1, 10·2]

(c) একটি উটের লোম দ্বারা তৈরী ব্রাশ জলে ডুবাইলে ব্রাশের লোমগুলি ছড়াইয়া যায় কিন্তু জল হইতে তুলিয়া লইলে লোমগুলি এক সঙ্গে জড় হইয়া যায়। পৃষ্ঠ-টানের সাহায্যে ইহার কারণ ব্যাখ্যা কর।

When a camel-hair brush is dipped in water, the hairs stay apart. When it is taken out of the water, the hairs come together. Explain in terms of surface tension. [Art 10·1, 10·2]

(d) C.G.S. পদ্ধতিতে সান্দ্র গুণাংকের এককের নাম কি ?

What is the name of the C.G.S. unit of viscosity ? [Art. 10·5]

(e) C.G.S. পদ্ধতিতে পৃষ্ঠ-টান এবং পৃষ্ঠ শক্তির-একক কি ?

What are the units of surface tension and surface energy in C.G.S. System ? [Art 10·2]

2. পৃষ্ঠ টানের সংজ্ঞা লিখ। পৃষ্ঠশক্তি হইতেই পৃষ্ঠ টানের উদ্ভব হয় তাহা ব্যাখ্যা করিয়া বুঝাইয়া দাও।

Define surface tension and discuss how it can be regarded as involving potential energy. [See Art 10.2, 10·3]

3. পৃষ্ঠ-টানের কারণ কি ? স্থিতিস্থাপক চামড়ার উপরে টানের সহিত পৃষ্ঠ টানের কি মিল আছে ? উহাদের ভিতর কোন পার্থক্য আছে কি ?

Explain the cause of surface tension. Why does the effect of surface tension resemble the effect which would be produced by an elastic skin ? Is there any difference between them ? [See Art 10·1, 10·2]

4. একটি ছোট প্লাটিনাম তারের সাহায্যে একটি রিং তৈরি করা হইল যাহার পরিধি 4 cm। ইহা জলের উপরে রাখা হইল। এখন ইহাকে উপরের দিকে টানিলে একটি জলের ফিল্ম তৈরী হইবে। যদি জলের পৃষ্ঠ-টান 73 dynes/cm হয় তবে রিংটিকে জল হইতে তুলিয়া আনিতে কত বল লাগিবে ?

Small platinum wire used to form a ring which has a circumference of 4 cm and the ring is placed in contact with the surface of water. The surface tension of water, having a value of 73 dynes per cm acts on the ring when the ring is pulled upwards, forming the film. What force is required to pull the ring free from the surface. [Ans. 304 dynes.]

5. একটি 0·5 cm, ব্যাসার্ধের সাবান জলের বুদবুদের ভিতরে উদবৃত্ত চাপ নির্ণয় কর। সাবান জলের পৃষ্ঠ-টান 25 dynes/cm।

Calculate the excess pressure inside a soap bubble of radius 0·5 cm. The surface tension of soap solution is 25 dynes per cm.

[Ans. 200 dynes/cm²]

6. একটি সাবান জলের ফিল্মের ক্ষেত্রফল 9 sq.cm। ইহাকে টানিয়া 10·5 sq cm. করা হইল। যদি সাবান জলের পৃষ্ঠ-টান 25 dynes/cm হয় তবে ফিল্মকে টানিয়া বাড়াইতে কতটা কার্য করা হইয়াছে ?

A soap film of area 9 sq. cm. is stretched to an area of 10·5 sq. cm. If the surface tension of soap solution is 25 dynes per cm, calculate the work done in streching the film. [Ans. 75 ergs]

7. পৃষ্ঠ-টান বলিতে কি বুঝ ব্যাখ্যা কর। একটি কৈশিক নলের ব্যাসার্ধ কত হইলে (পৃষ্ঠ-টান 70 dynes pr cm) উহার ভিতরে তরল 8 cm উঠিতে পারিবে ?

Explain the term surface tension. What should be the radius of a capillary tube so that a liquid (surface tension 70 dynes per cm.) will rise to a height of 8 cm. in it ? [0·0178 Cm.]

8. তরলের সান্দ্র গুণাংক কাহাকে বলে ? একটি চতুষ্কোণ পাত যাহার ক্ষেত্রফল 100 sq/cm অন্য একটি পাতের সমান্তরাল ভাবে 5 cm/sec বেগে চলিতে লাগিল। উভয় পাতই তরলে নিমজ্জিত আছে। পাত দুইটির ভিতর দূরত্ব 0·5 cm। যদি তাহাদের ভিতর সান্দ্র বল 100 dynes হয় তবে তরলের সান্দ্র গুণাংক কত হইবে ?

Define coefficient of viscosity for a liquid.

A square plate of area 100 sq. cm moves parallel to another plate 0·5 cm. apart with a velocity of 5 cm/sec, both plates being immersed in liquid. If the viscous force between them is 100 dynes what is the coefficient of viscosity of the liquid ?

[See Art 10·5, Ans. 0·1 paisa]

9. ষ্ট্রীমলাইন প্রবাহ এবং টারবুলেন্ট প্রবাহ বলিতে কি বুঝ তাহা ব্যাখ্যা কর। যদি প্রবাহ ষ্ট্রীমলাইন হয় তবেই কোন তরলের সান্দ্রতার সংজ্ঞা দেওয়া যাইবে, ইহা সবিস্তারে ব্যাখ্যা কর।

Explain what is meant by stream line flow and turbulent flow.

Discuss why the viscosity of a liquid can be defined only when the flow is streamlined.

[See Art. 10·6]

একাদশ পরিচ্ছেদ : তাপ ও উষ্ণতা

1. তাপ ও উষ্ণতার পার্থক্য কি ?

What is the difference between 'heat' and "temperature" ?
[H.S. Exam. (Comp.) 1966 '67] [Art. 11·3]

2. তাপের প্রকৃতি কি ? তাপ গতিবিদ্যার শূন্য সূত্র বর্ণনা কর।

What is the nature of heat ? State the Zeroth of thermodynamics ?
[See Art 11·1, 11·2]

3. সেন্টিগ্রেড ও ফারেনহিট থার্মমিটারে একই উষ্ণতা মাপিয়া দুই থার্মমিটারের মানে 48° ব্যবধান দেখা গেল। উভয় থার্মমিটারে ঐ উষ্ণতার মান কত ?

The same temperature when read on Centigrade and Farenheit thermometer gives a difference of 48°. What is the number of degrees indicated by each thermometer ? [H.S. Exam. 1966]
[Ans. 20°C এবং 68°F or,—100°C এবং—148°F]

4. বিভিন্ন থার্মমিটার স্কেলের মধ্যে সম্পর্ক কি ?

What is the relation between the reading of temperature on different thermometric scale ? [See Art. 11·7]

5. কোন একটি দিনে সর্বোচ্চ উষ্ণতা 120°F। সেন্টিগ্রেড স্কেলে ঐ উষ্ণতা কত হইবে ?

On a certain day the maximum temperature was found to be 120°F. What is it on Centigrade scale ? [H.S. Exam. 1961]
[Ans. 48·9°C]

6. যদি কোন থার্মমিটারের নিম্নস্থিরাঙ্ক ও ঊর্ধ্বস্থিরাঙ্কের পাঠ যথাক্রমে 20° ও 140° হয়, তবে ঐ থার্মমিটারে 92°F উষ্ণতায় কত পাঠ হইবে ?

If the lower and upper fixed points of a thermometer are marked 20° and 140° respectively what reading would this thermometer indicate for a temperature of 92°F ? [H.S. Exam. 1962]
[Ans. 60°]

7. স্বাভাবিক চাপে বরফের গলনাঙ্কে ও স্টীমে একটি ত্রুটিপূর্ণ সেন্টিগ্রেড থার্মমিটারের পাঠ যথাক্রমে 5° ও 90° ডিগ্রি দেখায়। 50°C উষ্ণতার সংস্পর্শে থার্মমিটার রাখিলে কত পাঠ দেখাইবে ?

Mercury in a faulty Centigrade thermometer stands at 5° mark when placed in melting ice and at 90 mark when placed in steam at normal pressure. What will be its reading when placed in contact with a body at 50°C ?
[Ans. 47·5°]

8. একটি থার্মমিটারের নিম্নস্থিরাঙ্ক ও উর্ধ্বস্থিরাঙ্কের পাঠ যথাক্রমে 40° ও 240° ডিগ্রিতে দাগ কাটা আছে।

(i) 40°C উষ্ণতা ঐ থার্মমিটারে কত হইবে ?

(ii) এমন একটি উষ্ণতা বাহির কর যাহার পাঠ ফারেনহিট স্কেলের পাঠের সমান হইবে।

The lower and upper fixed points of a thermometer read 40° and 240° respectively.

(i) What will be the reading in this scale for 40°C ?

(ii) Find the temperature at which its readings will be same with that on Farenheit scale ? [Ans. (i) 120°, (ii)—40°)]

দ্বাদশ পরিচ্ছেদ : কঠিন পদার্থের প্রসারণ

1. কঠিন পদার্থের দৈর্ঘ্য-প্রসারক্ষের সংজ্ঞা লেখ। দৈর্ঘ্যের একক এবং উষ্ণতার এককের উপর ইহা কিভাবে নির্ভরশীল ? "লোহার দৈর্ঘ্য-প্রসারাঙ্ক 0·000012/°C" বলিতে কি বুঝায় ? একই কঠিন পদার্থের দৈর্ঘ্য-প্রসারাঙ্ক ও আয়তন-প্রসারাঙ্কের ভিতর সম্পর্ক নির্ণয় কর।

Define the term coefficient of linear expansion of a solid. How does it depend on the scales of length and temperature ? What do you mean by the statement "coefficient of linear expansion of iron is 0·000012/°C" ? Find out the relation between the coefficient of linear and cubical expansion of the same solid. [See Art. 12·2, 12·6]
[H.S. Exam. 1960, 1962 ; C.U. 1938]

2. কঠিন পদার্থের দৈর্ঘ্য-প্রসারাঙ্ক কিভাবে নির্ণয় করিবে বর্ণনা কর। দৈর্ঘ্যের একক সেন্টিমিটারে না মাপিয়া ইঞ্চিতে মাপিলে দৈর্ঘ্য-প্রসারাঙ্ক কি ভিন্ন হইবে ? উষ্ণতাও সেন্টিগ্রেড স্কেলে না মাপিয়া ফারেনহাইট স্কেলে মাপিলে কি হইবে ?

Describe any method of determining the coefficient of linear expansion of solid. Would the coefficient of linear expansion be different if the inch were used as the unit of length instead of centimeter ? If the Farenheit scale were used instead of the Centigrade scale ? [See Art. 12·2, 12·3]

3. অধিকাংশ কঠিন পদার্থ তাপ প্রয়োগে দৈর্ঘ্যে প্রসারিত হয়। কোন কোন ক্ষেত্রে এই প্রসারণে উপকার হয়, আবার অনেক ক্ষেত্রে অসুবিধা হয়—যাহার জন্য প্রতিবিধান করিতে হয়। প্রত্যেকটির উদাহরণ দাও।

Most solids expand on heating, in some cases expansion can be made to serve useful purpose while in others it is a nuisance for which allowance ought to be made. Give examples of each case.
[C. U. 1943, H. S. Exam. 1966] [See Art. 12·8, 11·9]

4. প্রমাণ কর : ক্ষেত্রফল-প্রসারাঙ্ক দৈর্ঘ্য-প্রসারাঙ্কের প্রায় দ্বিগুণ ও আয়তন-প্রসারাঙ্ক দৈর্ঘ্য-প্রসারাঙ্কের প্রায় তিনগুণ।

Prove that the coefficient of surface expansion is appoximately twice that of linear expansion and that the coefficient of volume expansion is approximately three times that of linear expansion.
[See Art. 12·6]

5. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর লেখ :

(i) দুইটি ভিন্ন ধাতবদণ্ড একসঙ্গে জোড়া লাগাইয়া উত্তপ্ত করিলে বাঁকিয়া যায় কেন ?

(ii) মোটা কাচের গ্লাসে গরম জল ঢালিলে ফাটে কেন ?

(iii) রেললাইনের মধ্যে ফাঁক রাখা হয় কেন ?

(iv) বোতলের মুখে গরম জল ঢালিয়া আঁট ছিপি খোলা হয়। কেন ?

(v) তামার তার কাচের সঙ্গে সীলকরা যায় না ; কিন্তু প্লাটিনাম যায়। কেন ?

(vi) চাকার গায়ে লোহার টায়ার লাগাইবার জন্য টায়ারকে গরম করা হয় কেন ?

Answer the following questions :

(i) Why does a strip made of two different metals buckle when heated ? [See Art. 12.1]

(ii) Why does thick glass crack, when hot water is poured into it ? [See Art. 12·5]

(iii) Why is a gap left between rails ? [See Art. 12·5]

(iv) The tight stopper becomes loose when hot water is poured on the neck of the bottle. Why ? [See Art. 12·5]

(v) A copper wire cannot be sealed with glass, but platinum wire can be done. Why ? [See Art. 12·5]

(vi) Why is the iron tyre heated when it is fitted to wheel ? [See Art. 12·5]

6. একটি লোহার দণ্ডের 10°C উষ্ণতায় দৈর্ঘ্য 30 cm. এবং একটি পিতলের দণ্ডের 20°C উষ্ণতায় দৈর্ঘ্য 30 cm.। কোন উষ্ণতায় উহাদের দৈর্ঘ্য সমান হইবে ?

αলোহা $= 12 \times 10^{-6}$ /°C αপিতল $= 19 \times 10^{-6}$ /°C

An iron rod has a length 30 cm. at 10°C. and a brass rod has a length 30 cm. at 20°C. At what temperature will these rods have the same lengths ?

α iron $= 12 \times 10^{-6}$ /°C and α brass $= 19 \times 10^{-6}$ /°C [Ans. 37·1°C]

7. 100 ফুট দৈর্ঘ্য রেললাইনের মধ্যে কতখানি ফাঁক রাখা দরকার যদি উষ্ণতার পরিবর্তন 40°C হয় ?

α ইস্পাত $= 10 \times 10^{-6}$ /°C.

What will be the gap in a rail of 100 feet long when temperature change is 40°C ?

α Steels $= 10 \times 10^{-6}$ /°C [Ans. 0·04 ft.]

8. আয়তন-প্রসারাঙ্কের সংজ্ঞা লেখ। একখণ্ড তামাকে কঠিন অবস্থায় উত্তপ্ত করিলে ইহার ঘনত্বের কি পরিবর্তন হয় ?

কোন কঠিন পদার্থের নিম্ন উষ্ণতায় ও উচ্চ উষ্ণতায় আয়তনের মধ্যে সম্পর্ক দেখাও। একখণ্ড তামাকে (৪″ × 5″ × 1″) 0°C উষ্ণতা হইতে 800°C উষ্ণতা পর্যন্ত উত্তপ্ত করিলে উহার কতখানি আয়তন বৃদ্ধি পায় ? α তামা $= 16 \times 10^{-6}$ /°C.

Define coefficient of cubical expansion. If a block of copper is heated in the solid state how its density is affected ? [See Art. 12·5, 12·7]

Establish a mathematical relation between the volumes of a body at a higher and at a lower temperature.

A rectangular block of copper (8″ × 5″ × 1″) at 0°C is heated to 800°C. Calculate the increase in volume. α copper $= 16 \times 10^{-6}$/°C [H.S. (Comp.) 1961] [Ans. 1·536 cubic inches]

9. একটি ইস্পাতের টায়ারের ভিতরের পরিধি 313·5 cm. 132°C উষ্ণতার বৃদ্ধি করিলে উহাকে চাকায় ঠিকভাবে পরানো যায়। চাকার ব্যাস বাহির কর। α ইস্পাত $= 12 \times 10^{-6}$/°C.

The inner circumference of a steel tyre is 313·5 cm and exactly fit to a wheel if its temperature is raised to 132°C. Find the diameter of the wheel. α steel$=12\times10^{-6}/°C$. [Ans. 99·91 cm]

10. একটি ইস্পাতের টেপ (tape) 0°C উষ্ণতায় ঠিক। 25°C উষ্ণতায় কোন একটি দণ্ডের দৈর্ঘ্য মাপা হইল। শতকরা কতখানি ভুল হইল ?

A steel tape is correct at 0°C. It is used to measure a length at 25°C. What percentage error will result ? [Ans. 0·03%]

11. একটি ইস্পাতের স্কেল 0°C উষ্ণতায় ঠিক। একটি তামার দণ্ডের দৈর্ঘ্য 25°C উষ্ণতায় মাপিয়া 4·50 metre পাওয়া গেল। 0°C উষ্ণতায় দণ্ডটি ও স্কেলটি থাকিলে দৈর্ঘ্য কত হইত ?

A steel scale is correct at 0°C. Measurement is made at 25°C upon a copper rod and found to be 4·50 metre. What would be the length if the rod and scale were at 0°C ? [Ans. 4·499 cm.]

12. দেওয়াল ঘড়ি ও হাত ঘড়িতে উষ্ণতার পরিবর্তনের জন্য সময় কিরূপে ঠিক রাখা হয় ?

How do you keep correct time in wall clock and wrist watch for the change of temperature ? [See Art. 12·9]

13. প্রতিবিহিত দোলক কাহাকে বলে ? Harrison-এর Grid iron দোলক বর্ণনা কর।

What is a compensated pendulum ? Describe Harrison's Grid iron pendulum. [See Art. 12·9]

14. সব উষ্ণতায় দুইটি ধাতব দণ্ড A ও B-এর মধ্যে দৈর্ঘ্যের পার্থক্য 20 cms। দণ্ড দুইটির দৈর্ঘ্য বাহির কর।

$\alpha A=11{\cdot}6\times10^{-6}/°C$ এবং $\alpha B=18{\cdot}7\times10^{-6}/°C$.

Two metal bars A and B differ in length by 20 cm at all temperatures. Calculate the lengths of A and B.

$\alpha A=11{\cdot}6\times10^{-6}/°C$ $\alpha B=18{\cdot}7\times10^{-6}/°C$

[Ans. 32·676 cm. and 52·676 cm. at 0°C]

15. পাঁচটি লোহার দণ্ড ও চারিটি পিতলের দণ্ড দিয়া একটি Grid iron pendnlum তৈয়ারি করা হইয়াছে। যদি প্রত্যেকটি পিতলের দণ্ডের দৈর্ঘ্য 50 cm. হয়, তবে প্রত্যেক লোহার দণ্ডের দৈর্ঘ্য বাহির কর। লোহার দৈর্ঘ্য-প্রসারাঙ্ক$=12\times10^{-6}/°C$ ও পিতলের দৈর্ঘ্য-প্রসারাঙ্ক $=18\times10^{-6}/°C$.

A grid iron pendulum is made of 5 iron rods and 4 brass rods. Each of the brass rods is 50 cm. in length. Find the length of each iron rod. The linear coefficient of expansion of iron is $12 \times 10^{-6}/^{\circ}C$ and of brass is $18 \times 10^{-6}/^{\circ}C$. [C. U. 1948] [Ans. 50 cm.]

16. $30^{\circ}C$ উষ্ণতায় একটি পিতলের ঘড়ি সঠিক সময় দেয়। যদি উষ্ণতা $20^{\circ}C$ হয় তবে ঘড়িটি প্রতিদিন কত সেকেণ্ড দ্রুত বা আস্তে চলে ?

পিতলের দৈর্ঘ্য-প্রসারাঙ্ক $=18 \times 10^{-6}{}^{\circ}/C$.

A clock whose brass pendulum beats seconds is correct at $30^{\circ}C$. How many seconds will it lose or gain per day if the temperature is kept constant at $20^{\circ}C$? α brass $=18 \times 10^{-6}/^{\circ}C$

[C.U. 1944]. [Ans. 7·78 sec. fast]

ত্রয়োদশ পরিচ্ছেদ : তরল পদার্থের প্রসারণ

1. তরলের প্রকৃত ও আপাত প্রসারাঙ্ক বলিতে কি বুঝ ? ইহাদের মধ্যে সম্পর্ক কি ?

What is meant by real and apparent expansion of liquid ? What is the relation between them ? [See Art. 13·2, 13·3, 13·4, 13·5]

2. তরলের আপাত প্রসারাঙ্ক নির্ণয় করিবার যে-কোন একটি পদ্ধতি বর্ণনা কর। ভার থার্মমিটারের সাহায্যে কিভাবে তরলের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক নির্ণয় করা যায় ?

Describe an experiment to determine the coefficient of apparent expansion of liquid. Show how we can determine the coefficient of real expansion of a liquid by a weight thermometer.

[Deihi 1954]. [See Art. 13·7, 13·8]

3. $25^{\circ}C$ উষ্ণতায় একটি কাচের ফ্লাস্কের আয়তন 1000 c.c. এবং ইহা পারদে সম্পূর্ণ ভর্তি করা হইল। $50^{\circ}C$ উষ্ণতায় উত্তপ্ত করিলে কতখানি পারদ উপচাইয়া পড়িবে ?

কাচের দৈর্ঘ্য-প্রসারাঙ্ক $=1 \times 10^{-5}/^{\circ}C$ ও পারদের আয়তন-প্রসারাঙ্ক $=18{\cdot}2 \times 10^{-5}/^{\circ}C$.

A glass flask of volume 1000 c.c. is full of mercury at $25^{\circ}C$. How many c.c. will overflow when the temperature is raised to $50^{\circ}C$? α glass $=1 \times 10^{-5}/^{\circ}C$ γ mercury $=18{\cdot}2 \times 10^{-5}/^{\circ}C$. [Ans. 7·6 cc]

4. $10^\circ C$ উষ্ণতায় একটি ভার থার্মমিটারে 82 gms. তরল আছে। উহাকে $85^\circ C$ উষ্ণতায় উত্তপ্ত করিলে 2 gm. তরল উপচাইয়া পড়ে। তরলের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক বাহির কর। কাচের দৈর্ঘ্য-প্রসারাঙ্ক $= 0.000009/^\circ C$

A weight thermometer contains 82 gms of a liquid at $10^\circ C$ and on heating it to $85^\circ C$, 2 gms of a liquid are expelled. Find the coefficient of absolute expansion of the liquid. The coefficient of linear expansion of glass is $0.000009/^\circ C$.

[P. U. 1950] [Ans. $3.6 \times 10^{-4}/^\circ C$]

5. $0^\circ C$ উষ্ণতায় একটি ভার থার্মমিটারে 24 gms. পারদ আছে। $100^\circ C$ উষ্ণতায় উহাকে উত্তপ্ত করিলে দেখা যায়; উহাতে 23·622 gms. পারদ থাকে। যদি পারদের আয়তন-প্রসারাঙ্ক $18 \times 10^{-5}/^\circ C$ হয়, তবে পাত্রের দৈর্ঘ্য-প্রসারাঙ্ক বাহির কর।

A weight thermometer contains 24 gms of mercury at $0^\circ C$. When it is heated to $100^\circ C$, it contains only 23·622 gms. of mercury. Calculate the coefficient of linear expansion of the envelope if the coefficient of absolute expansion of mercury is $18 \times 10^{-5}/^\circ C$.

[C.U. 1945] [Ans. $6.7 \times 10^{-6}/^\circ C$]

6. $0^\circ C$ উষ্ণতায় একটি কাচের ফ্লাস্কের আয়তন 1000 cc. এবং ইহাকে পারদে সম্পূর্ণ ভর্তি করা হইল। যদি পারদ সমেত ফ্লাস্কটিকে $150^\circ C$ উষ্ণতায় উত্তপ্ত করা যায় তবে 22·8 cc পারদ উপচাইয়া পড়ে। যদি পারদের আয়তন-প্রসারাঙ্ক $18.2 \times 10^{-5}/^\circ C$ হয়, তবে গ্লাসের দৈর্ঘ্য-প্রসারাঙ্ক বাহির কর।

A glass flask of 1000 c.c. in volume at $0^\circ C$ is filled with mercury at this temperature. When flask and mercury are heated to $150^\circ C$, 22·8 c.c. of mercury overflow. If the coefficient of cubical expansion of mercury is $18.2 \times 10^{-5}/^\circ C$, compute the linear coefficient of expansion of the glass. [Ans. $1.0 \times 10^{-5}/^\circ C$]

7. একটি U-নলের দুই বাহুতে তরলের উষ্ণতা যথাক্রমে $0^\circ C$ ও $100^\circ C$ এবং তরলের তল যথাক্রমে 50 cm ও 51·04 cm.। তরলের প্রকৃত প্রসারাঙ্ক বাহির কর।

A U-tube contains a liquid, its limbs are at $0^\circ C$ and $100^\circ C$ respectively. The corresponding level of the liquid are found at 50 cm. and 51 04 cm. Calculate the cocfficient of absolute expansion of the liquid. [Ans. $2.08 \times 10^{-4}/^\circ C$]

8. "$4^\circ C$ উষ্ণতায় জলের ঘনত্ব সর্বাপেক্ষা বেশী"—পরীক্ষা দ্বারা দেখাও। অন্যান্য তরলের সঙ্গে ইহার প্রভেদ কোথায়? জলের ব্যতিক্রান্ত-প্রসারণ জলচর প্রাণীদের কি উপকারে আসে?

"Water has a maximum density at 4°C" Show by experiment.

How does it differ from other liquids? In what way this anomalous behaviour of water helps to marine life?

[See Art. 13·9, 13.10]

9. একটি জলপূর্ণ বীকারে একটুকরা বরফ আছে। বরফ সম্পূর্ণ গলিয়া গেলে বীকারের জলের তলের কি পরিবর্তন হইবে যদি উষ্ণতা (i) 0°C হয় (ii) 4°C হয় (iii) 8°C হয়?

A piece of ice is taken in a beaker full of water. When the whole ice melts, what will be the change in the water level of the beaker when the water is (i) at 0°C (ii) at 4°C (iii) at 8°C?

[See Art. 13·11]

10. ব্যাখ্যা কর:

(i) শীতপ্রধান দেশে পুকুরের জলের উপরটা বরফ হইলেও তলদেশের জল তরল থাকে।

(ii) থার্মমিটারের বাল্‌বকে গরম জলে ডুবাইলে তরলের তল প্রথমে নামিয়া আসে, পরে আবার বৃদ্ধি পায়।

Explain:

(i) In cold countries the top water in a lake becomes ice, but the bottom water remains liquid. [See Art. 13.9. 13·10]

(ii) The liquid column first falls then rises when the bulb of a thermometer is dipped in hot water. [See Art. 13.2]

11. 0°C উষ্ণতায় কোন তরলের ঘনত্ব 13.6 gm/c.c.। 25°C উষ্ণতায় ঘনত্ব বাহির কর। তরলের প্রসারাঙ্ক $=18\times10^{-5}/^{\circ}C$.

The density of a liquid at 0°C be 13·6 gm/c.c.. Calculate the density at 25°C. γ of the liquid $=18\times10^{-5}/^{\circ}C$. [Ans. 13·54 gm/c.c.]

চতুর্দশ পরিচ্ছেদ : গ্যাসের প্রসারণ

1. নির্দিষ্ট চাপে আয়তন-প্রসারাঙ্কের সংজ্ঞা লেখ। পরীক্ষা দ্বারা কোন গ্যাসের আয়তন-প্রসারাঙ্ক কিভাবে বাহির করিবে?

Define the coefficient of volume expansion of a gas at constant pressure. How can you determine it experimentally?

[See Art. 14·3, 14·5]

2. নির্দিষ্ট আয়তনে চাপ প্রসারাঙ্কের সংজ্ঞা লেখ। পরীক্ষাদ্বারা কোন গ্যাসের চাপ প্রসারাঙ্ক কিভাবে বাহির করিবে ?

Define the pressure coefficient at constant volume. How can you determine it experimentally ? [See Art. 14·3, 14·6.]

3. আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে, চাপ প্রসারাঙ্ক=আয়তন প্রসারাঙ্ক।—প্রমাণ কর।

Prove in case of ideal gas, pressure coefficient=volume coefficient. [See Art. 14·4]

4. গ্যাসের প্রসারাঙ্ক কয় প্রকার ? উহাদের সংজ্ঞা কি ? উহাদের পারস্পরিক সম্পর্ক কি ?

What are the coefficients of expansion of a gas ? What are their definitions ? What is the relation between them ? [H.S. '66]. [See Art, 14·3, 14.4]

5. কোন গ্যাসের আয়তন, চাপ ও উষ্ণতার মধ্যে সূত্রগুলি বর্ণনা কর এবং উহাদের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

State the laws relating the volume, pressure and temperature of a gas and establish a relation between them. [See Art. 14·2, 14·8, 14·9]

6. গ্যাসের সূত্র কি ? চার্লস সূত্র পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণ কর।

What are gas laws ? Give an experimental verification of Charles' law. [See Art. 14·2, 14·8, 14·5]

7. গ্যাসের সূত্র : PV=nRT—প্রমাণ কর। R এর মান নির্ণয় কর।

Prove the relation PV=nRT. Determine the value of R. [See Art. 14·9, 14·10]

8. উষ্ণতার চরম স্কেল কি ? চার্লসের সূত্র হইতে দেখাও যে, কোন এক উষ্ণতায় গ্যাসের আয়তন শূন্যে পরিণত হয় এবং ইহার তাৎপর্য ব্যাখ্যা কর। সেন্টিগ্রেড ও ফারেনহিট স্কেলের কোন উষ্ণতা চরম স্কেলে প্রকাশ কর।

What is absolute scale of temperature ? Starting from Charles' law show that the volume of a gas reduees to zero at a certain temperature and explain its significance. Convert any reading of Centigrade and Farenheit scale into absolute scale of temperature. [See Art. 14·7]

9. চরম উষ্ণতা কাহাকে বলে ? ফারেনহিট স্কেলে চরম শূন্যের মান কি ?

What is the absolute scale ? What is the absolute zero on Farenheit scale ? [C.U. '38] [See Art. 14·7]

10. 10°C উষ্ণতায় 1 litre আয়তনের গ্যাসের উষ্ণতা বৃদ্ধি করিয়া আয়তন ও চাপ দ্বিগুণ করা হইল। বর্ধিত উষ্ণতা কত হইবে?

A litre of gas at 10°C is heated until both the volume and pressure are doubled. What is the temperature? [Ans. 859°C]

11. প্রমাণ চাপ ও উষ্ণতার কোন আয়তনের গ্যাসের চাপ বৃদ্ধি করিয়া উহার আয়তন পূর্বের $\frac{1}{6}$ অংশ করা হইল। বর্ধিত নূতন চাপের মান কত?

A volume of air at N. T. P. is compressed to $\frac{1}{6}$ to its original volume. What will be the new pressure? [Ans. 456 cm. of Hg.]

12. স্থির চাপে 0°C হইতে 35°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করিয়া কোন গ্যাসের আয়তন 1 litre হইতে 1·198 litre করা হইল। ইহা হইতে চরম শূন্যের মান নির্ণয় কর।

A gas expands in volume from 1 litre to 1·198 litre due to a change of temperature from 0°C to 35°C, pressure remaining constant. Calculate from these data, the value of the absolute zero. [H. S. Exam. 1965] [Ans. 273°C]

13. 27°C উষ্ণতায় কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন 300 c. c.। চাপের কোন পরিবর্তন না করিয়া ঐ গ্যাসকে 100°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত করিলে আয়তন কত হইবে? গ্যাসের প্রসারাঙ্ক $=\frac{1}{273}$/°C.

A given mass of gas occupies 300 c.c. at 27°C. What will be the volume of the gas when it is heated at constant pressure to 100°C? The coefficient of expansion of the gas is $\frac{1}{273}$/°C [Ans. 373 c.c.]

14 1 atmosphere চাপে ও 27°C উষ্ণতার আয়তনের বায়ুর উষ্ণতা বৃদ্ধি করিয়া চাপ দ্বিগুণ করা হইল। বর্ধিত উষ্ণতা কত?

A given volume of air is at one atmosphere pressure at 27°C. What is the temperature in degree centigrade when its pressure is doubled? [Ans. 327°C]

15. —73°C উষ্ণতায় কোন নির্দিষ্ট ভরের গ্যাস 60 cm. পারদস্তম্ভের সমান চাপ দেয়। আয়তন অপরিবর্তিত থাকিলে 27°C উষ্ণতায় ঐ গ্যাস কত চাপ প্রয়োগ করিবে?

A given mass of gas at —27°C exerts a pressure of 60 cm. of mercury. What pressure will it exert at 27°C if the volume remains constant. [Punjab H. S. 1963] [Ans. 90 cm. of Hg.]

16 10°C উষ্ণতায় ও 750 m.m. চাপে বায়ুর ঘনত্ব 15°C উষ্ণতায় ও 760 m.m. চাপের ঘনত্বের সহিত তুলনা কর।

Compare the density of air at 10°C and 750 m.m. pressure with its density at 15°C and 760 m.m. pressure. [C. U. 1940].

$$\left[\text{Ans } \frac{P_{10}}{P_{15}} = \frac{1}{1 \cdot 004}\right]$$

17. প্রমাণ চাপে ও উষ্ণতায় (N. T. P.) 1 litre আয়তনের হাইড্রোজেন গ্যাসের ভর 0·0896 গ্রাম। এক গ্রাম-অণু গ্যাসের ক্ষেত্রে R-এর মান বাহির কর।

Given that 1 litre of Hydrogen at N. T. P. weighs 0·0896 gm, calculate the value of R for a gram. [C. U. 1938].

[Ans. $8 \cdot 28 \times 10^7$ ergs/gm. mole °k)

পঞ্চদশ পরিচ্ছেদ : ক্যালোরিমিতি

1. নিম্নলিখিত বিষয়গুলির সংজ্ঞা লেখ :

(i) ক্যালরি, (ii) ব্রিটিশ থার্মাল একক, (iii) আপেক্ষিক তাপ, (iv) জলসম, (v) তাপ-গ্রাহিতা।

Define the following terms : (i) Calorie, (ii) British Thermal Unit, (iii) Specific heat, (iv) Water equivalent, (v) Thermal capacity. [See Art. 15·1, 15·3, 15·5]

2. আপেক্ষিক তাপ কি ? ইহা কি ভরের একক ও উষ্ণতার স্কেলের উপর নির্ভর করে ? "তামার আপেক্ষিক তাপ 0·094" বলিতে কি বুঝায় ?

What is specific heat ? Does it depend on the unit of mass and scale of temperature ? What is meant by saying "Specific heat of copper is 0·094 ?" [See Art. 15·3]

3. কোন পদার্থের তাপ-গ্রাহিতা ও জলসমের সংজ্ঞা লেখ। উহাদের মধ্যে পার্থক্য কি ?

কোন কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয়ের পদ্ধতি বর্ণনা কর।

Define the thermal capacity and water-equivalent of a body. What is the difference between the two ? [H S. (Comp.) 1963] [See Art. 15·4, 15·5]

Describe a method of determining the specific heat of a solid. [H.S. (Comp.) 1962] [See Art. 15·9]

4. দেখাও m gm. ভরের কোন পদার্থকে t°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে তাপ লাগিবে m s t ক্যালরি।

Show that the heat in calories required to raise m gm. of a substance through t°C is given m s t calorie. [See. Art. 15·3]

5. ব্যাখ্যা কর:

(i) বিভিন্ন পদার্থে সমান উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে বিভিন্ন পরিমাণ তাপ লাগে।

(ii) দুইটি একই ধরনের কেটলিতে একই পরিমাণ জল ও দুধ ভরিয়া আগুনের উপর পাশাপাশি রাখা হইল। জল অপেক্ষা দুধের উষ্ণতা দ্রুত বৃদ্ধি পাইল।

Explain: (i) Different amount of heat will be required to raise to same temperature for different bodies.

(ii) Two exactly similar kettles one containing water and other an equal mass of milk are placed side by side on fire. The rise in temperature of milk is found to take place at quicker rate than in the case of water. [H.S. Exam. 1960] [See Art. 15·3]

6. ক্যালরিমিটারের মূলনীতি কি? ক্যালরিমিটার হইতে কোন তাপ বাহিরে না যায় বা বাহির হইতে কোন তাপ ক্যালরিমিটার গ্রহণ না করিতে পারে তাহার জন্য কি সতর্কতা অবলম্বন করিবে?

What is the fundamental principle of calorimetry? What precautions do you take to satisfy the condition that no heat is lost or gained by the calorimeter? [See Art. 15·6]

7. ক্যালরিমিটারের জলসম বলিতে কি বুঝায়? ক্যালরিমিটারের জলসম নির্ণয়ের পদ্ধতি বর্ণনা কর।

What is meant by the water equivalent of a calorimeter? Describe an experiment to determine the water equivalent of a calorimeter. [See Art. 15·5 ; 15·7]

8. ধাতব পদার্থের আপেক্ষিক তাপ কিরূপে নির্ণয় করিবে? নিভুর্ল ফল পাইতে হইলে কি কি সতর্কতা অবলম্বন করিতে হইবে?

How do you determine the specific heat of a metal piece? What precautions do you take for the correct result? [H S. 1960] [See Art. 15·9]

9. তরলের আপেক্ষিক তাপ শীতলতার পদ্ধতি দ্বারা নির্ণয় কর।

Determine the specific heat of a liquid by the method of cooling. [See Art. 15·10]

10. মিশ্রণ পদ্ধতিতে তরল পদার্থের আপেক্ষিক তাপ কিভাবে নির্ণয় করিবে বর্ণনা কর।

Describe how you would determine the specific heat of a liquid by the method of mixture. [See Art. 15·10]

11. 30°C উষ্ণতায় 50 gms. জলের সহিত 60°C উষ্ণতায় 100 gms. জলের সহিত মিশ্রিত করিলে মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা কত হইবে বাহির কর। ক্যালরিমিটারের জলসম 5 gms.

100 gms. of water at 60°C are mixed with 50 gms. of water at 30°C. Find the temperature of the mixture it the water-equivalent of the calorimeter is 5 gms. [Ans. 49·3°C]

12. 104°F উষ্ণতা হইতে 150°C উষ্ণতায় একটি 50 gms. তামার বলকে উত্তপ্ত করিতে কি পরিমাণ তাপ লাগিবে তাহা ক্যালরিতে বাহির কর। তামার আপেক্ষিক তাপ = 0·09.

Calculate the amount of heat in calorie for 50 gms of copper (sp. heat = 0·09) to raise the temperature from 104°F to 150°C. [Ans. 495 cal.]

13. 25°C উষ্ণতায় একটি লোহার পাত্রে 100 gms. জল আছে। 60°C উষ্ণতায় 50 gms. জল উহার সহিত মিশ্রিত করিলে মিশ্রণের উষ্ণতা 35°C হয়। বিকিরণ বা অন্য কোন উপায়ে তাপক্ষয় না হইলে পাত্রের জলসম নির্ণয় কর। যদি পাত্রের ভর 238 gms. হয় তবে লোহার আপেক্ষিক তাপ কত ?

An iron saucepan contains 100 gms. of water at 25°C 50 gms. of water at 60°C are poured into the pan and the resultant temperature is found to be 35°C. Calculate the water-equivalent of the pan assuming no loss of heat by radiation or otherwise. If the mass of the pan be 238 gms., what is the sp. heat of iron ?

[H.S. (Comp.) '60] [Ans. 25 gms., 0·105]

14. 500 gms. ভরের একটি লোহার পাত্রে 25°C উষ্ণতায় 200 gms. জল আছে। একটি 200 gms. ভরের অ্যালুমিনিয়ামের পদার্থ 75°C উষ্ণতায় লোহার পাত্রের জলে ফেলা হইল। জলের চূড়ান্ত উষ্ণতা বাহির কর। লোহার আ: তাপ = 0·10, অ্যালুমিনিয়ামের আ: তাপ = 0·20.

An iron vessel of mass 500 gms. contains 200 gms. of water at a temperature of 25°C. A 200 gms. block of Aluminium at 75°C is dropped into the vessel. Find the final temperature of the water.

Sp. heat of iron = 0·1, Sp. heat. of Aluminium = 0·20 [Ans. 31·9°C]

15. একটি 200 gms. ভরবিশিষ্ট তামার ক্যালরিমিটারে 15°C উষ্ণতায় 500 gms. জল আছে। একটি 500 gms. ভরের তামার বল 100°C উষ্ণতায় ক্যালরিমিটারের জলে ফেলিলে চূড়ান্ত উষ্ণতা হয় 22·5°C.

(i) তামার আ: তাপ বাহির কর।

(ii) ক্যালরিমিটারের জলসম কত ?

A copper calorimeter whose mass is 200 gms. contains 500 gms. of water at a temperature of 15°C. A 500 gms. block of copper at a temperature of 100°C is dropped into the calorimeter and the final temperature becomes 22·5°C.

(i) Find the specific heat of copper.

(ii) What is the water equivalent of the calorimeter ?

[Ans. 0·1, 20 gms.]

16. একটি পাত্রে 10°C উষ্ণতায় 50 gms. জল আছে। 90°C উষ্ণতায় উত্তপ্ত 50 gms. জল আরো উহার সহিত মিশ্রিত করা হইল। জলের চূড়ান্ত উষ্ণতা 20°C হয়। পাত্রটির জলসম বাহির কর।

A vessel contains 50 gms. of water at 10°C. 50 gms of water at 90°C are added to it. The final temperature of the mixture is 20°C. Calculate the water-equivalent of vessel. [Ans. 300 gms.]

17. 100°C উষ্ণতায় 100 gms. ভরের একটি পদার্থকে একটি তামার ক্যালরিমিটারে 200 gms. জলে 25°C উষ্ণতায় ফেলা হইল। ক্যালরিমিটারের ভর 100 gms.। মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা 30°C। পদার্থটির আ: তাপ বাহির কর। তামার আ: তাপ = 0·1।

A 100 gms. sample of a material, at a temperature of 100°C is dropped into a calorimeter containing 200 gms. of water initially at 25°C. The mass of the calorimeter is 100 gms. The final temperature of the calorimeter is 30°C. Compute the specific heat of the sample. Sp. heat of copper = 0·1.

[Ans. 0·15]

18. 100 gms. ভরের একটি তামার ক্যালরিমিটারে 100 gms. জল ও 30 gms. বরফ আছে। 100 gms. ভরের একটি লোহার বল 200°C উষ্ণতায় উহাতে ফেলিলে মিশ্রণের ও বরফের উষ্ণতা কি হইবে বাহির কর। বরফ গলনের লীন তাপ = 80 cal/gm এবং লোহার আ: তাপ = 0·11।

A copper calorimeter of mass 100 gms. contains 100 gms. of water and 30 gms. of ice. What will happen for the final temperature of the mixture and ice if an iron ball of mass 100 gms. at a temperature of

200°C is dropped into the calorimeter? Latent heat of fusion of ice=80 cal/gm. Sp. heat of iron=0·11.

[Ans. 0°C with 2·5 gms. of ice left]

19. 0°C উষ্ণতায় একটি ক্যালরিমিটারে 400 gms. জল ও 200 gms. বরফ আছে। 200°C উষ্ণতায় একটি 1000 gms. ভরের ধাতব বল ক্যালমিটারে ফেলা হইল। ইহাতে শুধুমাত্র বরফ গলিয়া জল হইল। যদি ধাতব বলের ভর দ্বিগুণ হইত তবে মিশ্রণের উষ্ণতা কত হইত? (ক্যালরিমিটারের তাপ-গ্রাহিতা উপেক্ষা কর।)

A calorimeter contains 400 gms. of water and 200 gms. of ice, all at a temperature of 0°C. A block of metal of mass 1000 gms is taken at a temperature of 200°C and is dropped into the calorimeter. As a result all the ice is just melted. What would the final temperature of the system have been if the mass of the block had been twice as great? (Neglect the heat capacity of calorimeter). [Ans. 21·05°C]

20. —10°C উষ্ণতায় 10 gms. বরফের সহিত 120 gms. জল 80°C উষ্ণতায় মিশ্রিত করা হইল। মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা বাহির কর। বরফের আঃ তাপ=0·5 এবং গলনের লীন তাপ=80 cal/gm।

10 gms. of ice at--10°C are mixed with 120 gms. of water at 80°C. Find the temperature of the mixture. Given sp. heat of ice=0·5; its latent heat=80 cal/gm. [C.U. 1940] [Ans. 67·3°C]

21. 200 gms. ভরের একটি প্লাটিনাম বলকে চুল্লী হইতে আনিয়া 0°C উষ্ণতায় 153 gms. জলে ফেলা হইল। জলের উষ্ণতা 30°C বৃদ্ধি পাইলে চুল্লীর উষ্ণতা বাহির কর। প্লাটিনামের আঃ তাপ=0°031।

A ball of platinum whose mass is 200 gms. is removed from a furnace immersed in 153 gms. of water at 0°C. Supposing the water to gain all the heat the platinum loses and if the temperature of the water rises to 30°C determine the temperature of the furnace. (Sp heat of platinum=0·031). [Ans. 743·3°C]

22. সমান আয়তনের জল ও অ্যালকোহল ক্যালরিমিটারে 50°C হইতে 40°C উষ্ণতায় নামিয়া আসিতে সময় লাগে যথাক্রমে 100 sec ও 74 sec.। অ্যালকোহলের আঃ তাপ বাহির কর। ক্যালরিমিটারের তাপ-গ্রাহিতা তরলের আয়তনের সংখ্যার সমান। অ্যালকোহলের ঘনত্ব=0·8 gm/c.c.

Equal volumes of water (density 1 gm/c.c.) and alcohol (density 0·8 gm/c.c.) when put in similar calorimeters take 100 seconds and 74 seconds respectively to cool from 50°C to 40°C. Calculate the specific heat of alcohol. Thermal capacity of each calorimeter is numerically equal to the volume of either liquid. [Ans. 0·6]

ষোড়শ পরিচ্ছেদ : অবস্থার পরিবর্তন

1. পদার্থের গলনের লীন তাপ কাহাকে বলে ? "বরফ গলনের লীন তাপ 80 calorie" বলিতে কি বুঝায় ?

What is latent heat of fusion of a substance ? What is meant by "Latent heat of fusion of ice is 80 calories ?" [H. S. 1961]

[See Art. 16·2]

2. বরফ গলনের লীন তাপ নির্ণয়ের একটি পদ্ধতি বর্ণনা কর।

Describe a method of determining the latent heat of fusion of ice.

[See Art. 16·4]

3. বাষ্পীভবনের লীন তাপ কাহাকে বলে ? ষ্টীমের লীন তাপ 537 calories বলিতে কি বুঝায় ? ষ্টীমের লীন তাপ নির্ণয়-পদ্ধতি বর্ণনা কর।

What is latent heat of vaporization ? What is meant by latent heat of steam is 537 cal. ? Describe a method for determining the latent heat of steam.

[See Art. 16·5]

4. 'বোধগম্য তাপ' এবং লীন তাপের মধ্যে পার্থক্য কি ? মনে কর, —8°C উষ্ণতায় রক্ষিত বরফে তাপ প্রদান করিয়া উষ্ণতা 50°C বৃদ্ধি করা হইল। ফল কি হইবে তাহা সাধারণভাবে বর্ণনা কর। বরফের পরিমাণ 10 gms. হইলে উপরোক্ত ক্ষেত্রে মোট কত তাপ প্রদান করা হইল হিসাব কর। (বরফের আ: তাপ=0·5, বরফ গলনের লীন তাপ=80 cal/gm.)

Distinguish between 'sensible' and 'latent heat'. State, in general terms, the effect of application of heat to ice say at −8°C until temperature of 50°C is reached. Calculate the amount of heat supplied in the above case if the mass be 10 gms. (Sp. heat of ice=0·5, latent heat of fusion of ice=80 cal./gm.

[H S. (Comp.) 1961]

[Ans. 1340 cal.]

5. গন্ধকের গলনের লীন তাপ প্রতি গ্রামে 9 ক্যালরি হইলে F.P.S. এককে উহা কত হইবে বাহির কর। 100°C উষ্ণতার জল ও 100°C উষ্ণতার ষ্টীমের মধ্যে তাপের দিক হইতে পার্থক্য কি ?

The latent heat of fusion of sulphur is 9 cals. per gm. Convert it into F. P. S. system. What is the difference between water at 100°C and steam at 100°C so far as the heat content is concerned ?

[Ans. 16·1 B. Th. U. ; See Art. 16·3]

6. —10°C উষ্ণতায় 100 gms. বরফ 0°C উষ্ণতায় জলে ফেলা হইল। যদি বাহির ও ভিতর হইতে কোন তাপ চলাচল না করিতে পারে, তবে কতখানি জল বরফ হইবে ? বরফের আ: তাপ=0·5।

An ice cube of mass 100 gms. at a temperature —10°C is dropped into water at 0°C. If no heat is gained or lost from outside, how much water will freeze on to the cube ? Sp. heat of ice=0·5. [Ans. 6·25 gms]

7. একটি পাত্রে 30°C উষ্ণতায় 100 gms. জল আছে। 20 gms. বরফ উহার সহিত মিশ্রিত করিলে, মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা 13°C হয়। পাত্রের জলসম 10 gms. হইলে, বরফের গলনের লীন তাপ বাহির কর।

A vessel contains 100 gms. of water at 30°C. If 20 gms. of ice are added to it, the final temperature of the mixture becomes 13°C. Calculate the latent heat of fusion of ice. Water equivalent of the vessel=10 gms. [Ans. 80·5 cal.]

8. একটি 16 gms. ভরের লোহার টুকরা 112·5°C উষ্ণতায় একটি বরফের মধ্যে ফেলিলে 2·5 gms. বরফ গলিয়া যায়। লোহার আ: তাপ 0·11 হইলে বরফের গলনের লীন তাপ বাহির কর।

A piece of iron weighing 16 gms. is dropped at a temperature of 112·5°C into a cavity in a block of ice of which 2·5 gm. melt. If the sp. heat of iron is 0·11, calculate the latent heat of fusion of ice. [Ans. 79·2 cal.]

9. —10°C উষ্ণতায় 10 gms. বরফের সহিত 120 gms. জল 80°C উষ্ণতায় মিশ্রিত করা হইল। মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা 67·3°C হইলে, বরফের গলনের লীন তাপ বাহির কর। বরফের আ: তাপ=0·5।

10 gms. of ice at —10°C are mixed with 120 gms. of water at 80°C. Calculate the latent heat of fusion of ice if the final temperature the mixture becomes 67·3°C. Sp. heat of ice=0·5. [Ans. 80·1 cal.]

10. একটি তামার ক্যালরিমিটারের তাপ-গ্রাহিতা 30 cal/deg। 0°C উষ্ণতায় উহাতে 100 gms. বরফ আছে। 20 gms. ষ্টীম উহাতে প্রমাণ চাপে চালনা করা হইল। ক্যালরিমিটারের চূড়ান্ত উষ্ণতা কত হইবে ?

A copper calorimeter having a heat capacity 30 cal/deg. contains 100 gms. of ice at 0°C. 20 gms. of steam at normal pressure are run into the calorimeter. What will be final temperature of the calorimeter ? [Ans. 39°C]

11. পরীক্ষা করিয়া নিম্নলিখিত মাপগুলি পাওয়া গেল :

ক্যালরিমিটারের ভর = 100 gms.

জল + ক্যালরিমিটারের ভর = 200 gms.

জলের প্রাথমিক উষ্ণতা = 25°C

জলের চূড়ান্ত উষ্ণতা = 45°C

জল + ক্যালরিমিটার + দ্রবীভূত স্টীমের ভর = 203·7 gms.

ক্যালরিমিটারের আঃ তাপ = 0·1

জলের বাষ্পীভবনের তাপ বাহির কর।

The following data are found from an experiment :

Mass of calorimeter = 100 gms.

Mass of calorimeter with water = 200 gms.

Initial temperature of water = 25°C

Final temperature of water = 45°C.

Mass of water, calorimeter and condensed steam = 203·7 gms.

Sp. heat of calorimeter = 0·1

Calculate the heat of vaporisation of water. [Ans. 540 ca]

12. 1 gm. বরফকে —10°C উষ্ণতা হইতে 100°C উষ্ণতায় বাষ্পে পরিণত করিতে কি পরিমাণ তাপ লাগিবে ? বরফের আঃ তাপ = 0·5।

How much quantity of heat is required to convert 1 gm. of ice at —10°C to steam at 100°C ? Sp. heat of ice = 0·5. [Ans. 725 cal.]

13. 100°C উষ্ণতায় 100 gms. স্টীম হইতে 64800 calories তাপ নিষ্কাশন করিলে কি অবস্থা হইবে ? স্টীমের লীনতাপ = 540 cal/gm. বরফ গলনের লীন তাপ = 80 cal/gm.

If 64800 calories of heat are withdrawn from 100 gms of steam at 100°C, what will be the result ? Latent heat of steam = 540 cal/gm. ; latent heat of fusion of ice = 80 cal./gm. [H.S. Exam. 1965]

[Ans. 10 gms. বরফ তৈরী হইবে এবং 90 gms. জল 0°C থাকিবে]

14. 1 kilogram বরফ ও 1 kilogram জলের মিশ্রণের ভিতর 100 gms. স্টীম পাঠানো হইলে সমস্ত স্টীম তরলে পরিণত হইল। কত বরফ গলিবে ? মিশ্রণের চূড়ান্ত উষ্ণতা কত হইবে ? বরফ গলনের লীন তাপ = 80 cal/gm. ও স্টীমের লীন তাপ = 540 cal./gm.

100 gms. of steam are passed through a mixture of 1 kilogram of ice and 1 kilogram of water and the whole of steam is condensed. How much ice will melt ? What will be the final temperature ?

Latent heat of fusion of ice = 80 cal./gm. latent heat of condensation of steam = 540 cal./gm. [H.S. Exam. 1964]

[Ans. চূড়ান্ত উষ্ণতা 0°C এবং 800 gms. বরফ গলিবে]

15. বাষ্পায়ন ও স্ফুটন কাহাকে বলে? ইহাদের মধ্যে পার্থক্য কি? কোন্ কোন্ কারণের উপর বাষ্পায়নের হার নির্ভর করে?

What are evaporation and boiling? What is the difference between them? [H.S. Exam. (Comp.) 1961, '63]

[See Art. 16·6, 16·16]

What are the factors upon which the state of evaporation depends? [See Art. 16·7]

16. স্ফুটনাঙ্ক কাহাকে বলে? চাপের হ্রাস-বৃদ্ধিতে স্ফুটনাঙ্কের হ্রাস-বৃদ্ধি হয় তাহা পরীক্ষা দ্বারা দেখাও।

What is boiling point? Prove by experiment that boiling point increases and decreases respectively with the increase and decrease of pressure. [See Art 16·10, 16·11]

17. তরলের স্ফুটন হইলে ঐ তরলের বাষ্পের চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপের সমান হয় তাহা পরীক্ষা দ্বারা দেখাও।

Prove by experiment that the vapour pressure of a liquid at its boiling point is equal to the atmospheric pressure.

[H. S. (Comp.) 1966] [See Art, 16·13]

18. স্ফুটনের নিয়ম কি? তরলের স্ফুটনাঙ্ক কি কি কারণের উপর নির্ভর করে?

What are the laws of boiling? What are the factors influencing the boiling point of a liquid? [See Art 16·14, 16·11]

19. মোমের গলনাঙ্ক কি প্রকারে নির্ণয় করিবে?

How would you determine the melting point of paraffin?

[H.S. Exam. 1961] [See Art. 16·19]

20. "লোহার গলনাঙ্ক 1200°C" বলিতে কি বুঝায়? পদার্থের হিমাঙ্ক ও গলনাঙ্ক কি সমান? গলনাঙ্কের উপর চাপের প্রভাব কি?

What is meant by the melting point of iron is 1200°C? Are the freezing point and melting point of a substance equal? What is the effect of pressure on melting point? [See Art. 16·17, 16·21]

21. গলনের নিয়ম কি? পুনঃ শিলীভবন কাহাকে বলে? পরীক্ষা দ্বারা দেখাও।

What are the laws of fusion? What is relegation? Demonstrate with experiment. [See Art. 16·24, 16·22]

22. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর লেখ :

(i) মাটির কুজায় জল রাখিলে ঠাণ্ডা হয় কিন্তু কাচের বা ধাতব পাত্রে রাখিলে হয় না—কেন ?

(ii) দুই টুকরা বরফকে একসঙ্গে করিয়া চাপিয়া ধরিলে জোড়া লাগিয়া যায়—কেন ?

(iii) ভিজা কাপড় গায়ে দিয়া থাকা ঠিক নয় কেন ?

(iv) লবণ ও বরফ মিশ্রিত করিলে উষ্ণতা 0°C এর নীচে নামিয়া যায় কেন ?

(v) 100°C উষ্ণতার জলের সংস্পর্শে হাত যে রকম পুড়িয়া যায়, ষ্টীমের সংস্পর্শে তাহা অপেক্ষা বেশী হয় কেন ?

(vi) গরমকালে জানলায় খস্‌খস্ টানাইলে ঘর ঠাণ্ডা হয় কেন ?

(vii) পাহাড়ের উপর খাবার রান্না করিতে বিশেষ ব্যবস্থা লওয়া হয় কেন ?

(viii) কোন তরলের স্ফুটনাঙ্ক নির্ণয়ে থার্মমিটার কুণ্ড তরলের উপরে রাখা হয় কেন ?

Answer the following questions :

(i) Why does water become colder when kept in earthen ware vessel than in a glass or metal vessel ?

(ii) Two blocks of ice being pressed together form a single mass. Why ?

(iii) Why is it unwise to sit with wet clothes on ?

(iv) Why does a mixture of ice and salt produce a temperature less than 0°C ?

(v) Why does steam at 100°C produce severe burns than water at 100°C ?

(vi) When khaskhas is used on windows in summer, the room becomes cold. Why ?

(vii) Special arrangement is made at the top of high mountain for cooking food. Why ?

(viii) Why the bulb of a thermometer is kept above the liquid in finding its boiling point ?

23. নিম্নলিখিত বিষয়ে লেখ :

(i) প্রেসার কুকার, (ii) ফ্রাঙ্কলিনের পরীক্ষা, (iii) Bottomley-এর পরীক্ষা, (iv) হিমমিশ্রণ।

Write short notes on :

(i) Pressure cooker, (ii) Franklin's Experiment,
(iii) Bottomley's experiment, (iv) Freezing mixture.

24. সংপৃক্ত ও অসংপৃক্ত বাষ্প কি? উহাদের মধ্যে পার্থক্য কি? ঘরের উষ্ণতায় জলীয় টান কিরূপে নির্ণয় করিবে একটি পরীক্ষা দ্বারা বর্ণনা কর।

What is saturated and unsaturated vapour pressure?

What is the difference between them? Describe an experiment to determine the aqueous tension at room temperature.

25. শিশিরাঙ্ক, আপেক্ষিক আর্দ্রতা ও চরম আর্দ্রতার সংজ্ঞা লেখ। Regnault-এর হাইগ্রোমিটার বর্ণনা কর ও ইহার কার্যপ্রণালী ব্যাখ্যা কর। ইহার দ্বারা আপেক্ষিক আর্দ্রতা কিরূপে নির্ণয় করিবে?

Define dew point, relative humidity and absolute humidity. Describe the construction and working of Regnault's hygrometer. How is it used to determine the relative humidity?

26. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর লেখ:

(i) একটি কাচের গ্লাসে বরফ রাখিলে বাহিরে কাচের গায়ে জলকণা জমা হয় কেন?

(ii) গরমের সময়ে সমুদ্র এলাকা আরামদায়ক হয় না কেন?

(iii) শীতকালে উষ্ণতা যদিও কম, তবুও বর্ষাকাল অপেক্ষা শীতকালে ভিজাকাপড় তাড়াতাড়ি শুকায়। কেন?

Answer the following questions:

(i) Why does a glass tumbler 'cloud over' on the outside when ice-cold water is poured into it?

(ii) Why does one feel discomfort in a hot day near sea?

(iii) Wet clothes are usually seen to dry soon in the cold weather than in the rainy season though the temperature in the latter is higher. Why?

27. কোন একদিনের উষ্ণতা 25°C ও শিশিরাঙ্ক 18°C এবং ঐ উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 23·69 mm ও 15·46 mm. হইলে, আপেক্ষিক আর্দ্রতা কত?

On a certain day the temperature of the air is 25°C and the dew point is 18°C. The saturation vapour pressure at these temperatures are 23·69 mm and 15·46 mm respectively. What is the relative humidity? [Ans. 65·26%]

28. কোন দিন বায়ুর উষ্ণতা 18·5°C এবং শিশিরাঙ্ক 12°C; 18°C, 19°C এবং 12°C উষ্ণতায় জলীয় টান যথাক্রমে 15·46, 15·86, এবং 10·46 mm. হইলে ঐ দিনের আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর।

On a certain day, the temperature of the air is 18·5°C and the dew point is 12°C. Find the ralative humidity. The aqueous tensions at 18°C, 19°C and 12°C are 15·46 15·86 and 10.46 mm. of mercury respectively. [Ans. 66·7%]

29. কোনদিন বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা 66% এবং ঘরের উষ্ণতায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ 18·6 mm.। শিশিরাঙ্কে সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ কত বাহির কর।

On a certain day the R.H. is 66%. The saturated vapour pressure at room temperature is 18·6 mm. Calculate the saturated vapour pressure at dew point. [Ans. 11·9 mm]

সপ্তদশ পরিচ্ছেদ : তাপের যান্ত্রিক সমতা

1. 'তাপ একপ্রকার শক্তি'—উদাহরণ দিয়া বুঝাও।

'তাপের যান্ত্রিক সমতা' বলিতে কি বুঝায় ?

C.G.S. ও F.P.S. এককে জুল তুল্যাঙ্ক J-এর মান বাহির কর।

What arguments can you offer to show that heat is a form of energy ?

What is mechanical equivalent of heat ?

State the value of J in C.G.S. and F.P.S. units.

[See Art. 11·1, 17·2]

2. যান্ত্রিক তুল্যাঙ্ক নির্ণয়ের একটি পদ্ধতি বর্ণনা কর।

Describe a method for determination of the value of mechanical equivalent of heat. [See Art. 17·3]

3. তাপ-গতিবিত্তার প্রথম সূত্র কি ?

তাপের যান্ত্রিক সমতুল্যাঙ্ক J-এর মান 4·2 Joules/Cal বলিতে কি বুঝায় ?

What is the First law of thremodynamics ?

Explain what is meant by "Mechanical Equivalent of heat is 4·2 Joules/cal ? [See Art. 17·2]

4. কার্য তাপে পরিণত হয় এইরূপ দুইটি উদাহরণ বিশদভাবে বুঝাও।

কার্য ও তাপের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

Give two examples to illustrate the tramsformation of work into heat.

Find out the relation between work done and heat developed.
[See Art. 11·1, 17·2]

5. ভাকরা বাঁধের 200 মিটার উঁচু হইতে জল পড়িতেছে। যদি পতনের সমস্ত শক্তি তাপে রূপান্তরিত হয় তবে জলের উষ্ণতা বৃদ্ধি বাহির কর। J=4·2 Joules/cal. এবং $g=9{\cdot}80$ metre/sec².

Water at Bhakra Dam falls through a height of 200 metres. Assuming that the whole of the energy due to fall is converted into heat, calculate the rise in temperature of water.
[J=4·2 Joules/cal. $g=9{\cdot}80$ metres/sec² [Ans. 0·47°C]

6. একটি পরীক্ষায় J-এর মান বাহির করিবার জন্য একটি লম্বা কার্ডবোর্ডের নলে 800 gms. ভরের সীসার বল 100 cm. উঁচু হইতে ছাড়িয়া দেওয়া হয়। এইরূপ 50 বার করিতে বলের উষ্ণতা 25°C হইতে 28·84°C বৃদ্ধি পায়। J-এর মান বাহির কর। সীসার আঃ তাপ=0·03 এবং $g=980$ cm/sec².

In an experiment to determine J, 800 gms. of lead shot was placed in a long cardboard held vertically, the length of which was 100 cms. The original temperature of the shot was 25°C and after 50 inversion of the tube, the rise of temperature was found to have risen to 28·84°C. Find J in ergs/cal.
Sp. heat. of lead=0·03 ; $g=980$ cm/sec. [Ans. $4{\cdot}26\times10^7$ ergs/cal.]

7. 150 মিটার উঁচু জলপ্রপাত হইতে জল পড়ার ফলে যে তাপ উৎপন্ন হয় তাহার 75% তাপ জলে রহিয়া গেলে জলপ্রপাতের জলের প্রাথমিক উষ্ণতা ও চূড়ান্ত উষ্ণতার পার্থক্য বাহির কর।

Calculate the difference in temperature between the top and bottom of a waterfall 150 metres high assuming that 75% of the heat generated remains in the water. [Ans. 0·78°C]

8. একটুকরা বরফ স্থির অবস্থায় উঁচু হইতে ছাড়িয়া দেওয়া হইল। ইহাতে 0°C উষ্ণতায় $\frac{1}{100}$ অংশ বরফ গলিয়া গেল। কত উঁচু হইতে বরফটি ফেলিয়া দেওয়া হইয়াছিল ?

A piece of ice falls from rest into a place that is at 0°C and one percent of the ice melts. Compute the height from which the ice falls. [Ans. $34{\cdot}3\times10^3$ cms]

9. একটি সীসার বুলেট একটি নির্দিষ্ট গতিবেগে ছুটিতেছিল। উহাকে হঠাৎ থামাইয়া দিলে বুলেটটির উষ্ণতা 100°C বৃদ্ধি পায়। বুলেটটির গতিবেগ বাহির কর। সীসার আঃ তাপ=0·03.

A lead bullet moving with a certain velocity is suddenly stopped. The heat so developed raised the temperature of the bullet by 100°C. Calculate the speed of the bullet. Sp. heat. of lead = 0·03.

[Ans. $15{\cdot}87 \times 10^3$ cms.]

10. একটি সীসার বুলেট 30 km/sec. গতিবেগে একটি পাথরের দেওয়ালে ধাক্কা দেয়। যদি সমস্ত গতিশক্তি তাপে রূপান্তরিত হয় তবে সীসার উষ্ণতাবৃদ্ধি কত হইবে? সীসার আঃ তাপ = 0·03.

A lead bullet travelling at 30 km/sec strikes a stone wall. If all the energy is converted into heat, find the rise of temperature of the bullet. Sp. heat of lead = 0·03. [Ans. 357°C].

11. 20 gm. ভরের বরফকে 0°C উষ্ণতায় গলাইতে কি পরিমাণ কার্য করিতে হইবে? (ergs বাহির কর)

What is the amount of work in ergs required just to melt the 20 gms. of ice at 0°C ? [Ans. 672×10^8 ergs]

12. 150 মিটার উঁচু হইতে একটি 1 kilogram ভরের লোহার বলকে ছাড়িয়া দেওয়া হইল। সমস্ত শক্তি তাপে রূপান্তরিত হইলে নীচে 0°C উষ্ণতায় কতখানি বরফ গলাইবে?

An iron ball of 1 kilogram mass drops from 150 metre high and strike an ice block at 0°C. If all the energy is converted into heat, how much ice will melt ? [Ans. 4·37 gms.]

13. 25 gms. ভরের একটি লোহার বল একটি নির্দিষ্ট গতিবেগে ছুটিতেছিল। উহাকে হঠাৎ থামাইয়া দিলে যে তাপ উৎপন্ন হয় তাহা 0°C উষ্ণতায় 20 gms. বরফকে গলাইতে পারে। বলটির গতিবেগ বাহির কর।

An iron ball of mass 25 gms. travelling with a certain velocity is suddenly stopped. The heat so developed can melt 20 gms. of ice at 0°C. Find the velocity of the ball. [Ans. $73{\cdot}3 \times 10^3$ cms.]

14. একটি সীসার বুলেট 0·5 km/sec. গতিবেগে একটি পাথরের দেওয়ালে ধাক্কা দেয়। যদি সমস্ত গতিশক্তির অর্ধেক তাপে রূপান্তরিত হয় তবে সীসার বুলেটটির কত উষ্ণতা বৃদ্ধি পাইবে? সীসার আঃ তাপ = 0·03 cal/gm. °C.

A lead bullet moving with a velocity 0·5 km/sec. strikes a concrete wall. If one half of its K. E. is converted into heat, how much will be the rise of temperature of the bullet ?

Sp. heat of lead = 0·03 cal/gm°C. [Ans. 0·05°C]

15. 50 lbs. ভরের একটি লোহার বলকে 200 ft. উঁচু হইতে মাটিতে ফেলিয়া

দিলে কি পরিমাণ তাপ উৎপন্ন হইবে ? লোহার বলটির উষ্ণতা কতখানি বৃদ্ধি পাইবে ? লোহার আঃ তাপ=0·1 ।

An iron ball of mass 50 lbs. falls to the ground from a height of 200 ft. What will be the amount of heat developed ? What will be the rise of temperature of the ball ?

Sp. heat of iron=0·1. [Ans. $8 \cdot 23 \times 10^{2}$ °C]

16. অপরিবর্তিত আয়তনে এবং অপরিবর্তিত চাপে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপের সংজ্ঞা দাও। Cp কেন Cv-এর চেয়ে বড় তাহা ব্যাখ্যা কর। আদর্শ গ্যাসের জন্য ইহাদের পার্থক্যের মধ্যে যে সম্পর্ক আছে তাহা লিখ।

অপরিবর্তিত চাপে হাইড্রোজেন গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ 3·41 ক্যালরি প্রতি গ্রাম প্রতি °C। অপরিবর্তিত আয়তনে আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় কর।

($R=8 \cdot 31 \times 10^{7}$ আর্গ প্রতি গ্রাম অণু প্রতি °K ; $J=4 \cdot 18 \times 10^{7}$ আর্গ/ক্যালরি)।

Define specific heat of a gas at constant volume and at constant pressure. Explain why Cp is greater than Cv. Write the relation for the difference between them for a perfect gas.

The sp. ht. of hydrogen at constant pressure is 3·41 cal. gm^{-1} $deg.^{-1}$C. Calculate the sp. ht. at constant volume. ($R=8 \cdot 31 \times 10^{7}$ ergs (gm. mol $)^{-1}$ (deg^{-1}K) ; $J=4 \cdot 18 \times 10^{7}$ ergs/cal)

[Ans. 2·42 cal gm^{-1} deg^{-1}C]

17. গ্যাসের দুই আপেক্ষিক তাপ কি করিয়া বুঝিবে ? এক গ্রাম হিলিয়ামের দুই আপেক্ষিক তাপের পার্থক্য নির্ণয় কর। (হিলিয়ামের আণবিক ওজন=4)

How would you account for the two specific heats of a gas ? Calculate the difference between the two specific heats of one gram of helium. (Molecular weight of helium=4)

[Ans. 0·50 cal gm^{-1} deg^{-1}C]

18. সমোষ্ণ এবং রুদ্ধ তাপ পরিবর্তন বলিতে কি বোঝ ? কোন শুষ্ক গ্যাসকে N.T.P.-তে (a) ধীরে ধীরে, (b) সহসা সংকুচিত করিয়া $\frac{1}{20}$ অংশ আয়তনে কমান হইল। ইহার জন্য কত বায়ুমণ্ডলীয় চাপের প্রয়োজন ? ইহাতে গ্যাসের কত উষ্ণতা বৃদ্ধি হইবে ? ($\gamma=1 \cdot 4$ ব্যবহার কর)

What do you understand by isothermal and adiabatic changes ?

How many atmospheric pressure would be required and what would be the rise in temperature if a mass of dry gas at N.T.P. were compressed to one-twentieth of its volume (a) very slowly, (b) suddenly ? (Use $\gamma=1 \cdot 4$)

[Ans. (a) 20 atmos, no change in temperature,
(b) 66·28 atmos, 631·8°C]

অষ্টাদশ পরিচ্ছেদ : তাপ সঞ্চালন

1. তাপ সঞ্চালনের বিভিন্ন পদ্ধতি কি ? উদাহরণ দিয়া বুঝাইয়া দাও। বিভিন্ন পদ্ধতির মধ্যে পার্থক্য কি ?

What are the different methods of transmission of heat ? Explain them with illustrations. What is the difference between the different methods ? [H.S. (Comp.) 1960, H. S. Exam. 1962 '63]
[See Art. 18·1]

2. তাপ-পরিবাহিতা ও তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক কাহাকে বলে ? 'সীসার তাপ পরিবাহিতাঙ্ক=0·08' বলিতে কি বুঝায় ?

What are thermal conductivity and the coefficient of thermal conductivity ? What is meant by saying the coefficient of thermal conductivity of lead 0·08 ? [See Art. 18·2]

3. বিভিন্ন পদার্থের তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক বিভিন্ন—পরীক্ষা দ্বারা দেখাও।

Show experimentally that the different substances have different thermal conductivities. [See Art. 18·4]

4. তাপ পরিবাহিতাঙ্ক নির্ণয়ের একটি পদ্ধতি বর্ণনা কর।

Describe an experiment to determine the thermal conductivity of a solid. [See Art. 18·3]

5. তাপের সুপরিবাহী ও কুপরিবাহী কাহাকে বলে ? কয়েকটি ব্যবহারের দৃষ্টান্ত দাও।

What are good conductors and bad conductors of heat? Mention some of the application of them. [See Art. 18·6]

6. কোন পদার্থ হইতে যাহাতে তাপক্ষয় কম হয় তাহার জন্য কি ব্যবস্থা লওয়া হয় ?

থার্মোফ্লাস্কের কার্যপ্রণালী ব্যাখ্যা কর।

What methods would you adopt to reduce the rate of loss of heat from a body ?

Describe a thermoflask how it acts. [See Art. 18·14]

7. ডেভির নিরাপত্তা বাতিতে তারজালি ব্যবহার করা হয় তাহার কারণ ব্যাখ্যা কর।

Explain the use of the wire gauge in Davy's safety lamp.
[See Art. 18·6]

8. বিকীর্ণ তাপের প্রকৃতি সম্বন্ধে একটি সংক্ষিপ্ত বিবরণ দাও।

Write a short note on the nature of radiant heat. [See Art. 18·9]

9. বিকীর্ণ তাপের সহিত আলোকের তুলনা কর।

Compare the radiant heat with light. [See Art. 18·9]

10. তাপক্ষয়ের বিভিন্ন সূত্রগুলি বর্ণনা কর।

State the different laws of radiation of heat. [See. Art. 18·12]

11. পদার্থের তাপবিকিরণ ও তাপশোষণ ক্ষমতা বলিতে কি বুঝায়? আদর্শ শোষক কাহাকে বলে? যে-সকল পদার্থ ভাল শোষক তাহারা ভাল বিকিরক—পরীক্ষা দ্বারা দেখাও।

What is meant by emissive and absorbing power of a body? What is black body? Show by experiment that a good absorber is a good radiator. [See Art. 18·11]

12. তোমাকে দুইটি থার্মমিটার দেওয়া হইল যাহার একটি বাল্‌ব কালো রঙ করা। উহাদের উষ্ণতা পাঠের তুলনা কর যখন উহাদের

(i) আর্দ্র মেঘাচ্ছন্ন রাত্রিতে বাহিরে রাখা হয়। (ii) শুষ্ক, মেঘমুক্ত রাত্রিতে বাহিরে রাখা হয়। (iii) রৌদ্রে রাখা হয়।

You are given two ordinary thermometers and the bulb of one of them is coated with lamp black. Compare their readings when exposed to (i) on a damp cloudy night, (ii) on a clean dry night, (iii) in the sun.

13. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর লেখ:

(i) শীতকালে একখণ্ড কাঠের চেয়ে এক টুকরা লোহা স্পর্শে ঠাণ্ডা মনে হয় কেন? (ii) একটি বার্ণারের উপর তামার তারজালি রাখিয়া অগ্নিসংযোগ করিলে শিখা উপরে থাকে, নীচে যায় না—কেন? (iii) পাতলা কাগজের তৈয়ারী পাত্রে জল ফোটানো যায় কিন্তু মোটা কাগজে যায় না—কেন? (iv) আগুনের পাশের দিক অপেক্ষা উপরে সমান দূরত্বে অবস্থিত কোন পদার্থ বেশী গরম হয় কেন? (v) পশমের পোষাককে গরম পোষাক বলা হয় কেন? (vi) ছাতার কাপড়ের রঙ কালো হয় কেন? (vii) খড়ের ছাদ দেওয়া ঘর গরমে ঠাণ্ডা থাকে কিন্তু শীতে গরম থাকে—কেন? (viii) শীতকালে একটি জামা পরিলে যতটা আরাম বোধ হয়, সমান মোটা ও একই কাপড়ে তৈয়ারী দুইটি জামা পরিলে বেশী আরাম বোধ হয়। কেন? (ix) থার্মোফ্লাস্কে সিলভারিং করা হয় কেন? (x) কালো রঙ করা বাল্‌বের থার্মমিটার সাধারণ থার্মমিটার অপেক্ষা বেশী উষ্ণতা দেখায় কেন? (xi) ফ্লাস্কের মুখ কর্ক দ্বারা বন্ধ রাখা হয় কেন?

Answer the following questions:

(i) Why does iron seem colder to the touch than wood in winter? [See Art. 18 5]

(ii) If a copper wire gauge is held over a burner, the gas is found to burn above the gauge, the flame does not go below the gauge. Why ? [See Art. 18·6]

(iii) Water can be boiled in a vessel made of thin paper, but this cannot be done in thick paper.—Why ? [See Art. 18·6]

(iv) A body becomes hotter when it is placed in the same distance over the top of a fire than when it is placed by its side. Why ? [H.S. 1961, '62]

(v) Why woollen clothes are called warm clothes ? [H.S. 1964] [See Art. 18 8]

(vi) Why is the cloth of an umbrella made black ? [See Art. 18·13]

(vii) Room with straw roof keeps cool in summer but warm in winter.—Why ?

(viii) It is comfortable in winter to use two shirts instead of one having the same thickness and cloth.—Why ? [See Art. 18·8]

(ix) Silvering is done in a thermoflask—Why ? [See Art. 18·14]

(x) A thermometer with a black bulb shows higher temperature than an ordinary thermometer.—Why ? [See Art. 18·13]

(xi) Why the mouth of the flask is closed by a cork ? [H.S. (Comp.) 1964]

14. একটি লোহার প্লেটের বেধ 10 m.m. এবং ক্ষেত্রফল 50 sq. cm.। উহার দুই বিপরীত তলের উষ্ণতার পার্থক্য 15°C হইলে 1 মিনিটে কি পরিমাণ তাপ প্লেটের মধ্যে দিয়া প্রবাহিত হইবে ? লোহার তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক=0·15 C.G.S. একক।

An iron plate of 10 m.m. thick and 50 sq. cm. cross-section has two opposite faces at a difference of temperature of 15°C. How much heat will now flow through the plate per minute ? Thermal conductivity of iron=0·15 C.G.S. unit. [Ans. 6750 cal.]

15. একটি বয়লার প্লেটের বেধ 20 m.m. এবং তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক 0·2 C.G.S. একক। যদি প্লেটটির মধ্যদিয়া প্রতি মিনিটে ও প্রতি বর্গ মিটারে 600 kcal. তাপ প্রবাহিত হয় তবে প্লেটটির দুই তলের উষ্ণতার পার্থক্য কত বাহির কর।

Find the difference in temperature between the two sides of a boiler plate 20 m.m. thick and of conductivity 0·2 C. G. S. units, when transmitting heat at the rate of 600 k. cal per sq. metre per minute ? [Ans. 10°C]

16. একটি তামার দণ্ডের দৈর্ঘ্য 100 cm. এবং ব্যাস 20 m.m.। দণ্ডের একপ্রান্ত গরমজলে এবং অপর প্রান্ত একটি বরফখণ্ডের সহিত সংযুক্ত। তামার

তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক 0°9 cal. cm sec°C. হইলে এবং একঘন্টায় 84·5 gm. বরফ গলাইলে, গরম জলের উষ্ণতা কত ?

A copper rod whose length is 100 cm. and whose diameter is 20 m.m. has one end in hot water and the other end in a block of ice. If the thermal conductivity of copper is 0·9 cal/cm sec°C and 84·5 gm. of ice melted in one hour, find the temperature of the hot water. [Ans. 66·5°C]

17. 10 cm. দৈর্ঘ্যের তামার দণ্ডের সহিক 10 cm. দৈর্ঘ্যের একটি লোহার দণ্ড যুক্ত আছে। দুইটি দণ্ডের প্রস্থচ্ছেদ 5 cm²। দণ্ডটির একপ্রান্ত (তামার প্রান্ত) ফুটন্ত জলে এবং অন্য প্রান্ত (লোহার প্রান্ত) বরফে আছে। দণ্ডটির মধ্যদিয়া প্রতি সেকেণ্ডে কি পরিমাণ তাপ প্রবাহিত হইবে ? তামার তাপ পরিবাহিতাঙ্ক=0·9 C.G.S. একক এবং লোহার তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক=0·15 C.G.S. একক।

A compound long rod consists of copper and iron of length 10 cm. each. Both parts of the rod are of cross-sectional area 5 cm². One end (copper end) immersed in boiling water and the other end in ice. Calculate how many calories per second will flow through the rod ? [Ans. $\frac{45}{7}$ cal.]

18. একটি তামার দণ্ডের দৈর্ঘ্য 100 cm. এবং ব্যাস 20 m.m.। দণ্ডের এক প্রান্ত ফুটন্ত জলের উষ্ণতায় এবং অপর প্রান্ত একটি বরফখণ্ডের সহিত সংযুক্ত। তামার তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক 0·9 C. G. S. একক এবং 25% তাপ নষ্ট হইলে এক ঘন্টায় কতখানি বরফ গলাইবে ?

A copper rod whose diameter is 20 m.m. and whose length is 100 cm. has one end in boiling water and the other in a block of ice. How much ice will be melted in 1·0 hr. if 25% of the heat lost during transmission. Thermal conductivity of copper=0·9 C. G. S. unit. [Ans. 286·9 gms.]

19. একটি ঘরের দেওয়ালের ক্ষেত্রফল 100 sq. cm. এবং বেধ 50 cm. যদি ঘরের বাহিরের এবং ভিতরের উষ্ণতা যথাক্রমে 30°C এবং 25°C হয় তবে প্রতি সেকেণ্ডে দেওয়াল ভেদ করিয়া কত তাপ প্রবেশ করিবে ? দেওয়ালের তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক=0·002 C.G.S. একক।

The wall of a room is 100 sq. cm. and its thickness is 50 cm. Find the rate of flow of heat through the wall if the temperature outside and inside of the room are 30°C and 25°C. The mal conductivity of the wall=0·002 C. G. S. unit. [Ans. 0·02 cal.]

20. একটি 100 cm. দৈর্ঘ্যের 1 m.m. বেধের এবং 2·0 cms. গড় ব্যাসার্ধের তামার পাইপ একটি ষ্টীম চেম্বারে 100°C উষ্ণতায় রাখা আছে। যদি পাইপের মধ্য 23°C গড় উষ্ণতায় সব সময় জল চালনা করা যায় তবে $\frac{1}{2}$ hr.-এ পাইপের গায়ে কত পরিমাণ ষ্টীম হইতে জল জমিবে ? তামার তাপ পরিবাহিতাঙ্ক=0·9 C.G.S.একক।

A copper pipe 2·0 cm. in mean radius and 1 m.m. thick and 100 cm. long is placed in a steam chamber of 100°C. How much steam will be condensed per $\frac{1}{2}$ hr. on the pipe if water at an average temperature of 25°C flows continuously through the pipe ?

Thermal conductivity of copper=0·9 C. G. S. unit.

[Ans. 2826 kg.]

ঊনবিংশ পরিচ্ছেদ : গ্যাসের গতীয় তত্ত্ব

1. গতীয় তত্ত্ব হইতে পদার্থের তিন অবস্থার সাধারণ ধর্ম কি ভাবে বোঝা যায় তাহা দেখাও। গ্যাসের গতীয় তত্ত্বের মূল স্বীকার্যগুলি কি কি ? কি কি বিবেচনা করিয়া ভ্যান ডার ওয়াল আদর্শ গ্যাসের সমীকরণের উন্নয়ন করেন তাহা সংক্ষেপে আলোচনা কর।

Show how the general properties of the three states of matter are accounted for by the kinetic theory. What are the basic assumptions of the kinetic theory of gases ? Discuss briefly the considerations which led Van der Waals to modify the ideal gas equation.

[See Arts. 19·1, 19·4, 19·7]

2. গ্যাসের অণুগুলির গড় বেগ এবং গড় বর্গ বেগের বর্গমূলের মধ্যে পার্থক্য দেখাও। 0°C এবং 100°C উষ্ণতায় হাইড্রোজেন অণুর r.m.s. বেগ নির্ণয় কর।

Distinguish between the average velocity and root mean square velocity of the molecules of a gas.

Calculate the r.m.s. velocity of molecules of hydrogen at 0°C and 100°C [Ans. $1·84\times10^5$cm/sec, $2·15\times10^5$cm/sec.]

3. কোন গ্যাসের ঘনত্ব লিটার প্রতি 1·4 গ্রাম এবং চাপ পারদের 76 সেমি.। উহার r.m.s. বেগ নির্ণয় কর।

Calculate the r.m.s. velocity of a gas whose density is 1·4 gm per litre at a pressure of 76 cm. of mercury. [Ans. $4·66\times10^4$cm/sec]

4. দেখাও যে প্রতি গ্রাম অণু গ্যাসের গতিশক্তি $\frac{3}{2}$ RT।

Show that the K. E. per gm. mole of a gas is $\frac{3}{2}$ RT।

5. N. T. P.-তে এক গ্রাম হাইড্রোজেন গ্যাসের অণুগুলির গতিশক্তি নির্ণয় কর। 127°C উষ্ণতায় উহার শক্তি কত ?

Calculate the molecular kinetic energy of 1 gm. of hydrogen at N. T. P. What will be the energy at 127°C ?

[Ans. 1.7×10^{10} ergs, 2.49×10^{10} ergs]

6. N.T.P. তে আদর্শ গ্যাসের একক আয়তনে অণুর সংখ্যা নির্ণয় কর।

Calculate the number of molecules per unit volume of an ideal gas at N.T.P. [Ans. 2.69×10^{19}]

7. গ্যাসের গতীয় তত্ত্ব হইতে বয়েলের সূত্র এবং চার্লসের সূত্র প্রমাণ কর।

Deduce Boyle's law and Charles' law from the kinetic theory of gases.

৪. টীকা লিখ :

(i) ব্রাউনিয়ান গতি (ii) আদর্শ গ্যাস কর্তৃক প্রদত্ত চাপ (iii) উষ্ণতার গতীয় ধারণা।

Write short notes :

(i) Brownian movement (ii) Pressure exerted by an ideal gas (iii) The kinetic interpretation of temperature.

বিংশ পরিচ্ছেদ : কম্পন

1. সরল স্বসঙ্গত গতির সংজ্ঞা দাও এবং ইহার প্রধান বৈশিষ্ট্যগুলি বর্ণনা কর। তিনটি গতির উদাহরণ দাও যাহারা প্রায় সরল স্বসঙ্গত।

Define S.H.M. and give its chief characteristics. Give three examples of motions that are approximately simple harmonic.

[See. Art. 20·2 and 20·1]

2. সরল স্বসঙ্গত গতিতে চলে এমন কোন বস্তুর বেগকে উহার বিস্তার, পর্যায়কাল ও সরণে প্রকাশ কর।

Obtain an expression for the velocity of a particle executing S. H.M. in terms of amplitude, period and displacement.

[See Art. 20·2]

3. সরল স্বসঙ্গত গতির বিস্তার, পর্যায়কাল, দশা, প্রাথমিক দশা ব্যাখ্যা কর।

Explain the terms amplitude, period, phase and epoch in connection with S. H. M. [See Art. 20·2]

4. একটি বিন্দু সরল স্বসঙ্গত গতিতে চলে এবং ইহার দোলনকাল 2 সেকেণ্ড। ইহা পথের কেন্দ্রবিন্দু হইতে 3 সে. মি. দূরে স্থির অবস্থা হইতে চলিতে আরম্ভ করে। 1·5 সে. মি. পথ যাইতে কত সময় লাগিবে এবং তখন উহার বেগ কত হইবে তাহা নির্ণয় কর। পথের কেন্দ্রবিন্দুতে যাইতে কত সময় লাগিবে ?

A point moves with simple harmonic motion whose period is 2 seconds ; if it starts from rest at a distance 3 cms. from the centre of its path, find the time that elapses before it has described 1·5 cms and the velocity it has then acquired. How long will the point take to reach the centre of its path ?

$$\left[\text{Ans } \tfrac{1}{3} \text{ sec}, \ \frac{3\sqrt{3}}{2}\pi \text{ cm./sec} \ ; \ \tfrac{1}{2} \text{ sec.}\right]$$

5. একটি বিন্দু সরল স্বসঙ্গত গতিতে চলে। উহার পথের কেন্দ্রবিন্দু হইতে 3 সে. মি. ও 4 সে. মি. দূরে বেগ যথাক্রমে প্রতি সেকেণ্ডে 8 ও 6 সে. মি.। উহার পর্যায়কাল এবং কেন্দ্র হইতে সর্বোচ্চ দূরত্বে উহার ত্বরণ নির্ণয় কর।

A point moves with S. H. M. ; if, when at distances of 3 and 4 cms. from the centre of its path, its velocities are 8 and 6 cms. per sec. respectively, find its period and its acceleration when at its greatest distance from the centre. [Ans. π sec., 20 cm./sec.^{2}]

6. এক গ্রাম ভরবিশিষ্ট কোন বস্তু উহার পথের কেন্দ্রবিন্দু হইতে দুই পাশে 1 মি. মি. পর্যন্ত কাঁপে এবং প্রতি সেকেণ্ডে উহার কম্পন 256। উহার গতি যদি সরল স্বসঙ্গত হয় তবে দেখাও যে বস্তুর উপর প্রযোজ্য সর্বোচ্চ বল $\frac{1}{10}(512\pi)^2$ ডাইন।

A mass of one gramme vibrates through a millimetre on each side of the middle point of its path 256 times per second ; assuming its motion to be S.H.M., show that the maximum force upon the particle is $\frac{1}{10}(512\pi)^2$ dynes.

7. একটি সেকেণ্ড দোলকের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। (পর্যায়কাল = 2 সেকেণ্ড)

Find the length of a second pendulum. (time period = 2 sec.)

[Ans. 99·2 cms.]

8. 64 মিটার দীর্ঘ কোন দোলকের পূর্ণ দোলনকাল 16 সেকেণ্ড। দেখাও যে ঐ স্থানে g-এর মান 987 সে. মি./সেকেণ্ড^2।

The time of a complete vibration at a given place of a pendulum 64 metres long is 16 sec. ; show that the corresponding value of g is 987 cm./sec².

9. 6 গ্রাম ভরবিশিষ্ট এবং 2 সে. মি. বহির্ব্যাস যুক্ত কোন টেস্ট টিউবের নীচে 10 গ্রাম পারদ রাখিলে উহা জলে উল্লম্ব অবস্থায় ভাসে। এখন টিউবটিকে অল্প একটু ডুবাইয়া ছাড়িয়া দেওয়া হইল। ইহার একটি দোলনের সময় নির্ণয় কর।

A test tube of weight 6 gms. and of external diameter 2 cms. is floated vertically in water by placing 10 gms. of mercury at the bottom of the tube. The tube is depressed by a small amount and then released. Find the time of one oscillation. [Ans. 0·45 sec.]

10. কোন বস্তুকণা একটি সরলরেখায় সরল স্বসঙ্গত গতিতে চলে। উহার সাম্য অবস্থান হইতে দূরত্ব যখন x_1 এবং x_2 তখন উহার বেগ যথাক্রমে u_1 এবং u_2। প্রমাণ কর যে উহার পর্যায় কাল

$$2\pi\left[\left(x_2^2-x_1^2\right)/\left(u_1^2-u_2^2\right)\right]^{\frac{1}{2}}.$$

A particle is moving with S.H.M. in a straight line. When the distances of the particle from the equilibrium position are x_1 and x_2, the corresponding values of the velocity are u_1 and u_2. Show that the period is

$$2\pi\left[\left(x_2^2-x_1^2\right)/\left(u_1^2-u_2^2\right)\right]^{\frac{1}{2}}.$$

11. সরল স্বসঙ্গত গতিতে চলে কোন বস্তুর মোট শক্তি উহার (a) বিস্তারের বর্গ এবং (b) কম্পনাঙ্কের বর্গ-এর সহিত সমানুপাতিক—দেখাও।

Show that the total energy of a particle executing S.H.M. is proportional to (a) the square of its amplitude, (b) the square of its frequency. [See Art. 20·4]

12. 5 গ্রাম ভর-বিশিষ্ট কোন বস্তু প্রতি সেকেণ্ডে 15 বার কাঁপে। উহার বিস্তার 8 সে. মি.। উহার সর্বোচ্চ বেগ এবং শক্তি নির্ণয় কর।

A particle of mass 5 gms. is vibrating 15 times per second with an amplitude of 8 cm. Find its maximum velocity and its energy.

[Ans. 240π cm./sec., $1{\cdot}44\times10^6$ ergs]

13. একই দিকে ক্রিয়া করে দুইটি সরল স্বসঙ্গত গতির লব্ধি নির্ণয় কর যখন উহারা (i) একই দশায় থাকে, (ii) বিপরীত দশায় থাকে।

Find the resultant of two S.H.M.s acting in the same direction when they are (i) in phase and (ii) out of phase. [See Art. 20·3]

14. ব্যাখ্যা কর : মুক্ত কম্পন, পরবশ কম্পন এবং অনুনাদ।

Explain : Free vibration, forced vibration and resonance. [See Art. 20·5]

15. সরল সুসঙ্গত গতিতে চলে কোন বস্তুর স্থিতি ও গতিশক্তি কি ভাবে পরিবর্তিত হয় তাহা দেখাও।

Show how the potential and kinetic energies of a particle executing S.H.M. vary. [See Art. 20·4]

16. অবমন্দিত সরল সুসঙ্গত গতি কি ?

What is a damped S. H. M. ? [See Art. 20·6]

একবিংশ পরিচ্ছেদ : তরঙ্গ

1. তরঙ্গ গতি বলিতে কি বোঝ ? তির্যক ও অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ কাহাকে বলে ? উহাদের পার্থক্য ব্যাখ্যা কর।

What do you understand by the term wave motion ? What are transverse and longitudinal waves ? Explain the difference between them. [See Art. 21·1—21·3]

2. তরঙ্গ গতি সম্পর্কীয় বিস্তার, তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য, কম্পনাঙ্ক এবং দশার মানে ব্যাখ্যা কর। তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য, কম্পনাঙ্ক এবং তরঙ্গের বেগের মধ্যে সম্পর্ক বাহির কর।

Explain the meaning of the terms : amplitude, wave-length, frequency and phase with reference to wave motion. Work out the relationship between wave-length, frequency and velocity of the waves. [See Art. 21·5—21·8]

3. প্রগামী ও স্থাণু তরঙ্গ বলিতে কি বোঝ ? কম্পমান টান তারে এবং বায়ুস্তম্ভে কি করিয়া স্থাণু তরঙ্গ উৎপন্ন হয় বোঝাও।

What do you understand by progressive and stationary waves ? Explain how stationary waves are produced in vibrating stretched string and air column. [See Art. 21·4, 21·10 (i)]

4. তরঙ্গের ব্যতিচার ব্যাখ্যা কর। বল কি অবস্থায় আলোর দুইটি উৎস ব্যতিচার প্যাটার্ন সৃষ্টি করে ?

Explain the phenomenon of interference of waves. State the

conditions under which two sources of light produce interference pattern. [See Art. 21·10 (ii)]

5. কম্পমান কোন বস্তু হইতে শব্দ-তরঙ্গ একটি বিন্দুতে দুইটি পথে আসে। দুই পথের দূরত্ব ক্রমশ বাড়াইলে দেখা যায় যে যখন ইহা 8 সে.মি. অথবা 24 সে.মি. তখন ঐ বিন্দুতে নিস্তব্ধতা সৃষ্টি হয়। যদি বাতাসে শব্দের বেগ 332 মি./সেকেণ্ড হয় তাহা হইলে কম্পমান বস্তুর কম্পনাঙ্ক নির্ণয় কর।

Sound waves from a vibrating body reach a point by two paths. The path difference is gradually increased and when it is 8 cm. or 24 cm. there is silence at that point. Calculate the frequency of the body if the velocity of sound in air is 332 m./sec. [Ans. 2075 c.p.s.]

6. যদি শব্দের বেগ 350 মি./সেকেণ্ড হয় তাহা হইলে 35 সে. মি. দীর্ঘ একটি আবদ্ধ অর্গান নলের মূল স্বরের কম্পনাঙ্ক কত ?

What will be the frequency of the fundamental note produced by a closed organ pipe of length 35 cm. when the velocity of sound is 350 m./sec. ? [Ans. 250 c.p.s.]

7. 25 সে. মি. দীর্ঘ এবং অক্সিজেন পূর্ণ একটি আবদ্ধ নলে একটি কম্পমান সুরশলাকা অনুনাদ সৃষ্টি করে। এই সুরশলাকা হাইড্রোজেন পূর্ণ আবদ্ধ নলে অনুনাদ সৃষ্টি করিলে নলের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। অক্সিজেনে শব্দের বেগ=320 মি./সেকেণ্ড, এবং হাইড্রোজেনে শব্দের বেগ=1280 মি./সেকেণ্ড।

A closed pipe, 25cm. long resounds when full of oxygen, to a given tuning fork. Find the length of a closed pipe, full of hydrogen, which will resound to the same tuning fork. The velocity of sound in oxygen=320 m./sec., and the velocity of sound in hydrogen =1280 m./sec. [Ans. 100 cm.]

8. অধিকম্প কি ? উহাদের উৎপত্তি এবং উহাদের সাহায্যে স্বরের তারত্ব (কম্পনাঙ্ক) কি করিয়া নির্ণয় করা যায় তাহা ব্যাখ্যা কর।

What are beats ? Explain their formation and their use in determining the pitch (frequency) of a note. [See Art. 21·10 (iii)]

9. সুরশলাকা A 256 কম্পনাঙ্কের সুরশলাকা B-র সহিত একই সুরে কাঁপিত। A-এর বাহু ঘষার পর উহাদের একসঙ্গে বাজাইলে উহারা প্রতি সেকেণ্ডে 3টি অধিকম্প উৎপন্ন করে। এখন A-এর কম্পনাঙ্ক কত ?

Tuning fork A was originally in unison with a fork B of

frequency 256. When the prongs of A are filed they produce 3 beats per seconds when sounded together. What is the frequency of A now ? [Ans. 259]

10. একটি অজ্ঞাত কম্পনাঙ্কের স্বরশলাকা 288 কম্পনাঙ্কের স্বরশলাকার সহিত বাজাইলে প্রতি সেকেণ্ডে 4 টি অধিকম্প উৎপন্ন করে এবং অল্প পরিমাণ মোম লাগাইয়া বাজাইলেও প্রতি সেকেণ্ডে 4টি অধিকম্প উৎপন্ন করে। ইহা কিভাবে ব্যাখ্যা করিবে ? অজ্ঞাত কম্পনাঙ্ক কত ছিল ?

A tuning fork of unknown frequency when sounded with one of frequency 288 gives 4 beats per second and when loaded with a little wax again gives 4 beats per second. How do you account for this and what was the unknown frequency ?

[অজ্ঞাত কম্পনাঙ্ক = 292। মোম লাগানর ফলে ইহার কম্পনাঙ্ক কমিয়া 284 হয়]

11. ডপলার ক্রিয়া কাহাকে বলে ? ইহার ব্যাখ্যা কি ?

What is Doppler's effect ? How is it explained ? [Sec Art. 21·11]

12. তরঙ্গের সমবর্তন ব্যাখ্যা কর। আলোক-তরঙ্গ তির্যক—ইহা বিশ্বাস করিবার কি প্রমাণ আছে ?

Explain the phenomenon of polarisation of waves. What evidences are there to believe that light waves are transverse in nature ?

দ্বাবিংশ পরিচ্ছেদ শব্দতরঙ্গ ও আলোক-তরঙ্গ

1, নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :

Answer the following questions :

(a) বিভিন্ন তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের সব শব্দ-তরঙ্গেরই বেগ কি সমান ?

Is the speed of sound for all wave-lengths same ?

[See Art. 22·2, 22·3]

(b) অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ এবং তির্যক তরঙ্গের ভিতর কি কি পার্থক্য আছে ?

What are the differences between longitudinal and transverse waves ? [See Art. 22·5]

(c) শব্দ-তরঙ্গ এবং আলোক-তরঙ্গের ভিতর প্রধান প্রধান পার্থক্যগুলি আলোচনা কর।

Discuss the main differences between sound and light waves. [See Art. 22·5]

(d) শব্দ-তরঙ্গকে কি পোলারাইজ (সমবর্তিত) করা যায় ?

Can sound waves be polarised ? [See Art. 22·11]

(e) শব্দ-তরঙ্গের ব্যতিচার (interference) হওয়া সম্ভব কি ?

Do interference occur for sound waves ? [Sec Art. 22·8, 22·9]

(f) শব্দের বেগ মাপার ব্যবস্থা পদ্ধতি আলোর বেগ মাপার জন্য ব্যবহার করা যায় না কেন ; আলোচনা কর।

Explain why experimental arrangement for the measurement of velocity of sound is not suitable for the measurement of velocity of light. [See Art. 22·7]

(g) ইয়ং-এর পরীক্ষা কি করিয়া ব্যতিচারের (interference) পরীক্ষা হইল, —আলোচনা কর।

Explain how Young's experiment is an interference experiment. [See Art. 22·8]

(h) বায়ুশূন্য স্থানে আলোর বেগ কি তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের উপর বা কম্পনাঙ্কের উপর নির্ভর করে ?

In vacuum does the speed of light depend on (i) the wave-length, (ii) the frequency ? [See Art. 22·12]

(i) মেঘের গর্জন শোনা এবং আলোর ঝলকানি দেখার ভিতর সময়ের পার্থক্য থাকে কেন ?

Why is there usually a time interval between observing a flash of lightning and hearing the thunder. [See Art. 22·7]

2. শব্দের বেগ সম্বন্ধীয় নিউটনের সূত্রটি লিখ। এই সূত্রটিতে কি ভুল আছে ? লাপ্লাস উহা কিরূপে সংশোধন করিয়াছেন তাহা আলোচনা কর।

State Newton's formula for the velocity of sound in air. What are the defects in this formula ? Discuss Laplace's correction. [See Art. 22·2, 22·3]

3. শব্দের বেগ সম্বন্ধীয় লাপ্লাসের সিদ্ধান্তটি আলোচনা কর। এই সূত্রটি ধাতব মাধ্যমের ভিতর শব্দের বেগের ক্ষেত্রেও কি প্রযোজ্য ?

Derive Laplace's equation for the velocity of sound. Is this equation valid for the velocity of sound through metal ?

[See Art. 22·3]

4. আলোর তরঙ্গ-প্রকৃতি ইয়ং পরীক্ষার দ্বারা কিভাবে প্রমাণ করিয়াছিলেন তাহা আলোচনা কর।

Discuss how Young experimentally established the wave nature of light. [See Art. 22·8]

5. আলোর বেগ মাপার যে-কোন একটি পদ্ধতির আলোচনা কর।

Describe a method of determining the velocity of light.

[See Art. 22·7]

6. "আলো প্রায় সরলরেখায় চলে।"—আলোচনা কর।

"Rectilinear propagation of light is an approximation." Explain.

[See Art. 22·12]

7. শব্দ শক্তি কি প্রকারে বায়ু মাধ্যমের ভিতর দিয়া একস্থান হইতে অন্যস্থানে যায় তাহা বিস্তারিত ভাবে আলোচনা কর। শব্দ-তরঙ্গ এবং আলোক-তরঙ্গের গতি প্রকৃতির কোন পার্থক্য আছে কি ?

Explain how sound energy propagates from one point to another point through air medium. Is there any difference between the mechanism of propagation of sound and light waves ?

[See Art. 22·1, 22·5]

8. কোন একজন লোক পাহাড় হইতে দূরে দাঁড়াইয়া শব্দ করিবার 2 sec. পরে তাহার প্রতিধ্বনি শুনিতে পাইল। লোকটি হইতে পাহাড়ের দূরত্ব কত ? বায়ুতে শব্দের বেগ 320 metres/sec.।

A man standing away from a cliff hears the echo of a sound 2 sec. after it was produced by him. What is the distance of the cliff from the man ? Velocity of sound in air is 320 metres/sec. [Ans. 320 m]

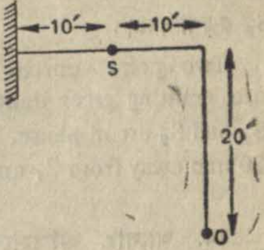
9. পরীক্ষার দ্বারা প্রমাণ কর—শব্দ আলোর ন্যায় প্রতিফলিত হয়।

মেঘ গর্জনের আওয়াজ আলোর ঝলকানির 6 sec. পরে শোনা গেল। মেঘের দূরত্ব কত ? বায়ুতে শব্দের বেগ 320 meters/sec. ?

Prove experimentally that sound like light can be reflected.

The sound of thunder-clap was heard 6 sec. after the flash was seen. Find the distance of the cloud. The velocity of sound is 320 metres/sec. [See Art. 22·6 ; Ans.1920 metres]

10. একটি বিন্দু শব্দের উৎস S একটি প্রতিফলক দেওয়ালের কাছে রাখা হইল এবং একটি মাইক্রোফোন চিত্রে (22·14) প্রদর্শিত O বিন্দুতে রাখা হইল। শব্দ উৎসের কম্পনাঙ্ক বিভিন্ন মানে বদলান যায়। দুইটি বিভিন্ন কম্পনাঙ্ক বাহির কর যাহার জন্য O বিন্দুতে শব্দের মাত্রা (intensity) শূন্য হইবে। কি দুইটি কম্পনাঙ্কে শব্দের মাত্রা সব চাইতে বেশী হইবে? শব্দের বেগ 1100 ft/sec।



চিত্র 22·14

[Ans. (i) 138, 415 vib/sec.
(ii) 275, 550 vib/sec.]

11. দুইটি লাউড স্পিকার L_1 এবং L_2 হইতে 320 vib/sec. কম্পনাঙ্কে শব্দ সমান মাত্রায় বাহির হইতে লাগিল। L_1 হইতে 3.0 metres এবং L_2 হইতে 3·50 metres দূরত্বে কোন বিন্দুতে শব্দের মাত্রা (intensity) কত হইবে? শব্দের বেগ 320 metres/sec। L_1 এবং L_2 দুইটিরই দশা সমান।

Two loud speakers L_1 and L_2 are emitting sound of 320 vib/sec with equal intensity in all directions. L_1 and L_2 are in phase. What is the intensity of sound at a point which is 3·0 metres from L_1 and 3·50 metres from L_2? Velocity of sound is 320 metres/sec. [Ans. 0]

12. দুইটি ভিন্ন শব্দ-তরঙ্গ কোন বিন্দুতে যে চাপের তারতম্য সৃষ্টি করে তাহাদের সমীকরণ যথাক্রমে

$$p_1 = p_0 \sin \omega t$$

এবং $p_2 = p_0 \sin(\omega t - \pi)$

ঐ বিন্দুতে লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার কত?

Two sound waves rise to pressure variation at a certain point in air given by

$$p_1 = p_0 \sin \omega t$$
$$p_2 = p_0 \sin(\omega t - \pi).$$

What is the amplitude of the resultant wave at the point?

[Ans. R = 0]

13. দুইটি 0·10 cm. দূরত্বে স্থাপিত S_1 এবং S_2 আলোক উৎস 5460A° তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের সবুজ আলো বিকিরণ করিতেছে। S_1 হইতে 20 mm. এবং S_2 হইতে

20·05487 mm. দূরত্বে কোন বিন্দুতে আলোর দীপন-মাত্রা কত হইবে? S_1 এবং S_2 র দশা সমান।

Two point sources of light S_1 and S_2 are placed 0·10 cm apart are emitting green light of wave-length 5460A° with equal intensity. S_1 and S_2 are in phase. What is the intensity of light at a point 20 mm away from S_1 and 20·05487 mm from S_2 ?

[Ans. 0]

14. আলোর ব্যতিচারের (interference) ঘটনাটি সবিস্তারে বর্ণনা কর। ব্যতিচারের শর্ত কি কি? এই শর্তগুলি শব্দতরঙ্গের ব্যতিচারের ক্ষেত্রেও কি প্রযোজ্য?

[See Art. 22·8, 22·10]

15. টীকা লিখ:

(i) সমবর্তন

(ii) শব্দ-তরঙ্গ ও আলোক-তরঙ্গ।

(iii) শব্দ ও আলোক-তরঙ্গের ধর্মের সাদৃশ্য।

16. Distinguish between transverse and longitudinal waves giving an example of each. Define wave-length, frequency and velocity with reference to a wave.

A stone is dropped into a well 256 ft deep and the sound of splashing the water is heard after 4·23 sec. Find the velocity of sound. ($g=32$ ft/sec²)

[H.S. Exam 1974]

[Ans. 111 3ft/Sec].

17. Describe an experiment to demonstrate that sound requires a medium for propagation.

A tunning fork has a frequency 256. When it completes 16 oscillation sound goes through a distance of 22 metres. What is the wave-length of sound ?

[H.S. Exam (Comp) 1974

[See Art. 22·1 ; Ans. 137·5 cm.]